

УДК 621.385.833.22

МЕТОД РАСЧЕТА НЕПАРАКСИАЛЬНЫХ ТРАЕКТОРИЙ В ШИРОКОУГОЛЬНЫХ И ИММЕРСИОННЫХ ОСЕСИММЕТРИЧНЫХ ЭЛЕКТРОННО-ОПТИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ, СОДЕРЖАЩИХ КОМБИНИРОВАННЫЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ И МАГНИТНЫЕ ПОЛЯ

Л. Б. Розенфельд

ГП Научно-исследовательский институт электронной и ионной оптики, Москва, Россия

Е. П. Михальцов, Б. Н. Васичев

Московский институт электроники и математики (Технический университет)

Дано описание метода аппроксимации скалярного потенциала и компонента поля на большом удалении от оси электронно-оптической системы степенными рядами с известным значением радиуса круга сходимости и минимизацией абсолютной ошибки отклонения. Показано, что точность расчетов практически определяется точностью, с которой известно осевое распределение потенциала. Описан метод расчета, пригодный для широкоугольных иммерсионных систем с наложенными электрическими и магнитными полями. Приводятся результаты тестирования предложенного метода и разработанных программ для электрических и магнитных полей, в которых задача определения полей и траекторий имеет аналитическое решение.

Традиционные методы расчета оптических параметров прецизионных электронно-оптических систем основываются на решении системы дифференциальных уравнений, описывающих траекторию движения заряженной частицы в наложенных электрических и магнитных полях в цилиндрической системе координат [1].

$$r'' - r\alpha'^2 = (q/m_0 v) \left[(1 - v^2/c^2) (1 + r'^2 + r^2 \alpha'^2) \right]^{1/2} \times \\ \times \left[(1 + r'^2 + r^2 \alpha'^2) \right]^{1/2} (E_r - r' E_z) / v - (1 + r'^2) B_\alpha + r\alpha' (r' B_r + B_z); \quad (1, a)$$

$$r\alpha'' + 2r'\alpha' = (q/m_0 v) \left[(1 - v^2/c^2) (1 + r'^2 + r^2 \alpha'^2) \right]^{1/2} \times \\ \times \left[(1 + r'^2 + r^2 \alpha'^2) \right]^{1/2} (E_\alpha - r\alpha' E_z) / v - (1 + r^2 \alpha'^2) B_r - r' (r\alpha' B_\alpha + B_z). \quad (1, б)$$

Здесь $r(z)$, $\alpha(z)$ — координаты траектории;

E_r, E_z, E_α и B_r, B_z, B_α — компоненты электрического и магнитных полей;

q, m_0 — соответственно заряд и масса покоя частицы;

v — скорость частицы в данной точке траектории;

c — скорость света.

Штрихами помечены производные соответствующих координат по z .

Для осесимметричных полей система уравнений (1) несколько упрощается: исчезают некоторые члены в правой части системы.

Традиционные методы основываются также на представлении распределения электрического (или скалярного магнитного) потенциала в приосевой области осесимметричного поля в виде известного ряда Буша [1]:

$$\varphi(r, z) = \Phi(z) - \Phi''(z) r^2/4 + \Phi^{IV}(z) r^4/64 - \dots, \quad (2)$$

где $\varphi(r, z)$ — потенциал в произвольной точке пространства;

$\Phi(z)$, $\Phi''(z)$, $\Phi^{IV}(z)$ — соответственно осевое распределение потенциала и его вторая и четвертая производные по z .

При этом в разложении потенциала учитываются обычно только первые три члена, что позволяет получить достаточно простые дифференциальные уравнения в цилиндрической системе координат для расчета траекторий, а также получить достаточно несложные выражения для вычисления коэффициентов аберраций.

Приведенный подход, безусловно, корректен и эффективен при расчете оптики прецизионных приборов с малыми углами наклона траекторий к оси, малыми расстояниями траекторий от оси, большими начальными скоростями заряженных частиц, а также при расчете приборов с относительно низким разрешением. Однако в случае, если перечисленные условия не выполняются, использование традиционных методов может оказаться некорректным или невозможным. Это вызвано прежде всего тем, что область сходимости ряда Буша неизвестна и поэтому невозможно оценить, на каком расстоянии от оси формулой (2) пользоваться уже нельзя.

Кроме того, анализ системы уравнений (1) показывает, что она непригодна для расчета траектории численными методами при скорости частицы, равной нулю, так как v находится в знаменателе некоторых членов уравнений (1), и при угле наклона траектории $\pi/2$, так как в этом случае производная r по z обращается в бесконечность. Такие задачи в настоящее время возникают при расчете иммерсионных объективов для эмиссионных электронных микроскопов, электронных зеркал, при расчете оптики проекционных и зондовых электронных литографов с большим полем обработки, электронных тестеров для контроля микросхем и в ряде других.

В связи с вышеизложенным нами был разработан метод расчета непараксиальных траекторий в широкоугольных и иммерсионных электронно- и ионно-оптических системах, содержащих электрические и магнитные поля [3—6].

Метод основан на аппроксимации распределения скалярного потенциала на отрезке a, b отрезком ряда с оптимальным выбором узлов и использованием полиномов Чебышева [3]:

$$\Phi(z) = A_0/2 + \sum_{k=1}^n A_k T_k(\varepsilon), \quad (3)$$

где

$$\varepsilon = (2z - b - a)/(b - a); \quad (4)$$

$$A_k = [2/(n+1)] \sum_{j=0}^n \Phi(z_j) \cos[(2j+1)k\pi/(2n+2)]; \quad (5)$$

$$z_j = (a+b)/2 + [(b-a)/2] \cos[(2j+1)\pi/(2n+2)]; \quad (6)$$

T_k — полином Чебышева k -того порядка.

Такая аппроксимация представляется наиболее целесообразной, так как при этом минимизируется абсолютная величина ошибки аппроксимации.

Полученный полином (3) можно преобразовать в степенной ряд по ε , аналитически продифференцировать и получить выражение для поля на оси, а также, при необходимости, значения высших производных потенциала.

Для расчета внеосевого значения потенциала вместо приближенного выражения (2) ряда Буша было использовано известное [2] точное интегральное выражение:

$$\varphi(r, z) = (1/(2\pi)) \int_0^{2\pi} \Phi(z + jr \cos\theta) d\theta, \quad (7)$$

где j — мнимая единица;

θ — переменная интегрирования.

Выражение (7) может быть вычислено приближенными методами, однако использование аппроксимации потенциала отрезком степенного ряда (3) позволило нам аналитически взять интеграл (7) и получить следующее точное выражение для интеграла от ряда (3) после замены в (4) z на выражение $(z + jr \cos\theta)$ [4]:

$$\varphi(r, z) = \Phi(z) + \sum_{m=0}^{[n/2]} \rho^{2m} \sum_{l=0}^{n-2m} D_{l,m} \varepsilon^l, \quad (8)$$

где $\rho = 2r/(b-a)$ — нормализованная координата r .

При этом были получены аналитические выражения для вычисления $D_{l,m}$.

Область сходимости этого ряда (в отличие от ряда Буша) известна — это круг радиуса $R_{cx} = (b-a)/2$. Почленное дифференцирование выражения (8) по x, y, z или r, z позволяет получить полиномы для вычисления компонент поля как в цилиндрической, так и в декартовой системе координат.

Анализ уравнений (1) показывает, что для иммерсионных систем целесообразно решать не уравнения траектории, а уравнение движения, причем не в цилиндрической, а в декартовой системе координат:

$$d^2 X_i / dt^2 = F_i / m \quad (i = 1, 2, 3), \quad (9)$$

где компоненты F_i силы, действующей на частицу, определяются векторным выражением:

$$\vec{F} = e(\vec{E} + [\vec{v} \vec{B}]). \quad (10)$$

В таком виде уравнения не имеют особенностей на катоде и при скорости частицы $v = 0$. Здесь отсутствуют также трудности, связанные с углом вылета $\pi/2$, все начальные значения производных dX_i/dt имеют конечные значения [5].

Использование декартовой системы координат целесообразно также с точки зрения удобства расчета траекторий в осесимметричных полях с наложением отклоняющих и корректирующих полей, имеющих плоскость симметрии.

Учет релятивистской поправки при решении системы уравнений (9) для случая иммерсионной оптики, где масса электрона зависит от потенциала точки пространства, в которой находится электрон, также не вызывает затруднений, так как из соотношения Эйнштейна следует:

$$m = m_0 + e(\varphi(r, z) + \varepsilon_0)/c^2, \quad (11)$$

где ε_0 — начальная энергия частицы, а величина $\varphi(r, z)$ легко вычисляется по формуле (8).

Для реализации описанных методов было разработано соответствующее программное обеспечение, которое позволяет:

аппроксимировать распределение потенциала и его производных разложениями по полиномам Чебышева и преобразовывать полученные полиномы в степенные ряды;

аналитически интегрировать полученный ряд для потенциала при подстановке в него комплексного аргумента $(z + jr \cos\theta)$, осуществлять приведение подобных членов и вычислять коэффициенты ряда (8) и рядов, описывающих компоненты поля;

численно интегрировать системы дифференциальных уравнений с вычислением полей описанным методом.

Тестирование описанного метода и программ проводилось на электрических и магнитных полях, описываемых аналитическими выражениями и позволяющих получить аналитическое решение уравнения траектории. Полученные приближенные значения потенциалов, полей и координат сравнивались с точными значениями.

Для электростатического поля в качестве тестовой задачи была взята задача о движении заряженной частицы в поле сферического конденсатора, образованного катодом с радиусом R_k и концентрическим анодом с радиусом R_a (рис. 1) в случае, когда $R_k > R_a$ [7]. Отношение R_k/R_a варьировалось в пределах от 2 до 10. На рис. 2—5 в качестве примера приведены данные для случая $R_k/R_a = 5$.

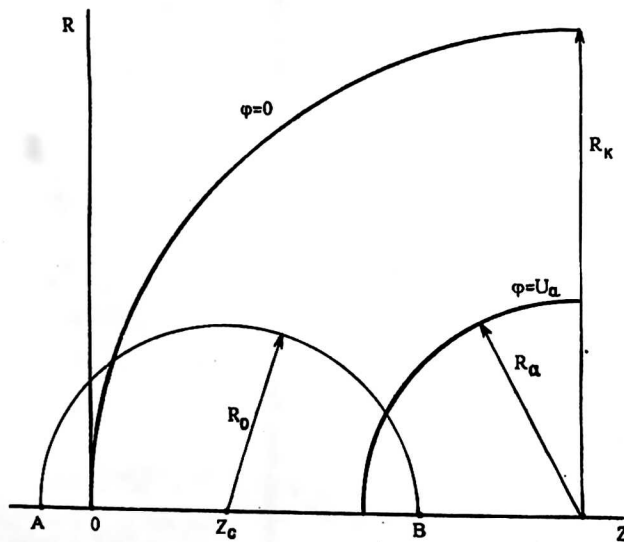


Рис. 1. Модельная задача "Сферический конденсатор": R_k — радиус катода; R_a — радиус анода; A, B — начало и конец отрезка аппроксимации; Z_c — центр отрезка аппроксимации; R_0 — радиус сходимости аппроксимирующего ряда; U_a — потенциал анода

На рис. 2 приведены данные по изменению среднего значения абсолютной величины относительной ошибки аппроксимации потенциала в пространстве между сферическими электродами в зависимости от расстояния точки, в которой рассчитывается потенциал, до центра круга сходимости Z_c (кривая $\Delta = 0$). Здесь \tilde{R} — отношение указанного расстояния к радиусу круга сходимости. Из графика видно, что при выбранном числе членов аппроксимирующего ряда ($n = 50$) в диапазоне значений \tilde{R} от 0 до 0,1 средняя относительная ошибка не

превышает $1 \cdot 10^{-15}$; от 0,1 до 0,5 не превышает $1 \cdot 10^{-9}$; от 0,5 до 0,7 не превышает $1 \cdot 10^{-6}$.

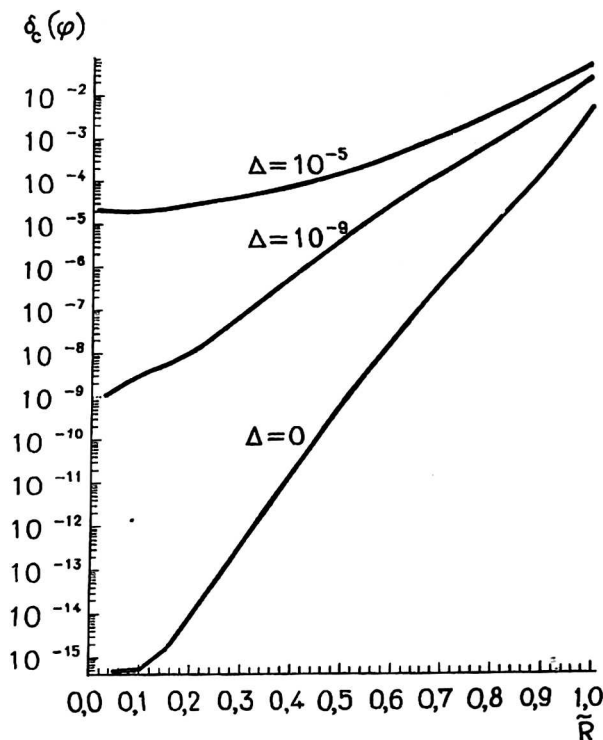


Рис. 2. Средняя относительная погрешность расчета пространственного потенциала в зависимости от расстояния до центра отрезка аппроксимации, отнесенного к радиусу круга сходимости

Проверка устойчивости предлагаемого метода расчета внеосевого потенциала проводилась внесением ошибок в значения осевого потенциала, вычисленного по точным формулам в точках, определяемых формулой (6). Максимальные значения относительной ошибки задания осевого потенциала задавались величиной Δ . Для этого использовалась формула

$$\Phi(z_j) = \Phi_0(z_j)(1 + \delta),$$

где $\Phi(z_j)$ — приближенное значение потенциала;

$\Phi_0(z_j)$ — точное значение потенциала;

δ — случайная величина, определенная на отрезке $-\Delta, \Delta$.

На рис. 2 приведены соответствующие кривые для значений $\Delta = 10^{-9}$ и $\Delta = 10^{-5}$. Из графиков видно, что в области, где \tilde{R} мало, ошибка аппроксимации внеосевого распределения потенциала того же порядка, что и ошибка задания осевого распределения потенциала, а по мере приближения к границе круга сходимости ошибка быстро растет, при этом все три кривые сближаются.

На рис. 3 и 4 приведены аналогичные средние значения относительных ошибок, полученных при вычислении осевой и радиальной компонент напряженности поля. Нетрудно убедиться, что характер полученных зависимостей аналогичен характеру зависимостей для вычисления внеосевого распределения потенциала (см. рис. 2), но точность аппроксимации почти на порядок ниже.

На рис. 5 приведены результаты траекторий движения в сферическом поле, рассчитанных методом Рунге-Кутты, с траекториями, рассчитанными по форму-

ле, описывающей точное решение уравнения траекторий [7]. По оси абсцисс отложено отношение начальной энергии частицы, вылетевшей из катода под углом 45° , к разности потенциалов, приложенной к ускоряющему промежутку. Из графиков видно, что среднее значение относительной ошибки отклонения расчетной траектории от теоретической того же порядка, что и относительная ошибка задания осевого распределения потенциала. Резкий рост ошибки в конце траектории при больших начальных энергиях связан с большим удалением траектории от оси и ее приближением к границе круга сходимости.

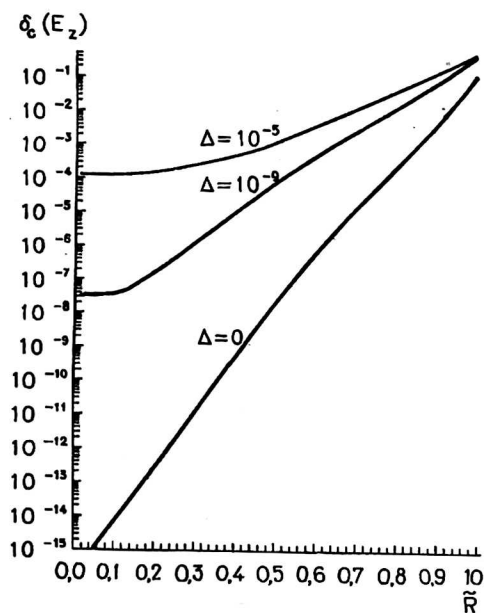


Рис. 3. Средняя относительная погрешность расчета осевой компоненты электрического поля в зависимости от расстояния до центра отрезка аппроксимации, отнесенного к радиусу круга сходимости

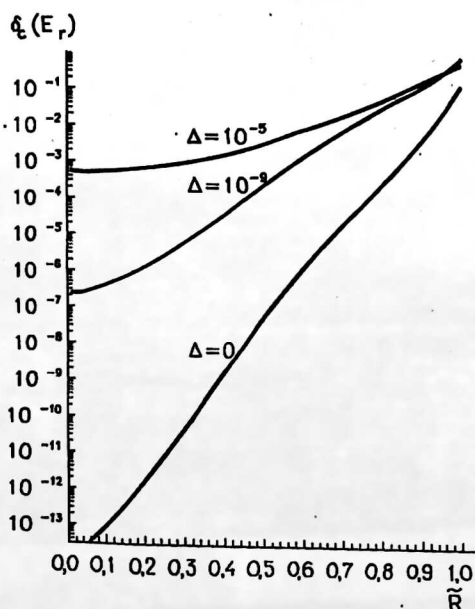


Рис. 4. Средняя относительная погрешность расчета радиальной компоненты электрического поля в зависимости от расстояния до центра отрезка аппроксимации, отнесенного к радиусу круга сходимости

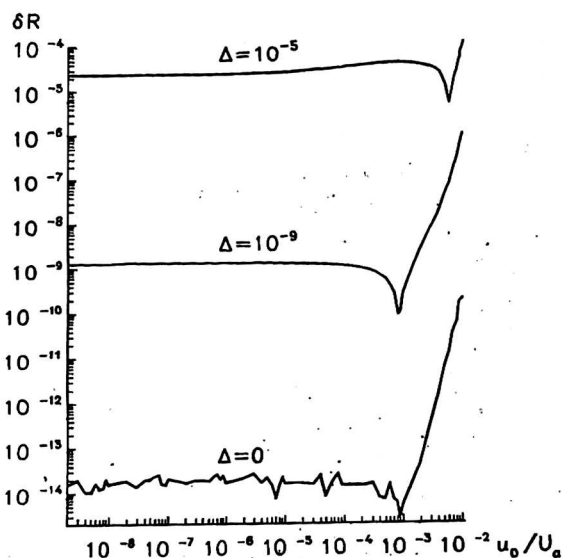


Рис. 5. Средняя относительная погрешность радиального отклонения траектории от точного решения в зависимости от отношения начальной энергии частицы к разности потенциалов, приложенной к ускоряющему промежутку

Аналогичные результаты были получены и при других значениях отношения R_k/R_a в пределах от 2 до 10.

Для магнитного поля в качестве тестовой задачи было взято колоколообразное поле Глазера [2], в котором осевое распределение магнитной индукции описывается выражением

$$B_z(z) = B_0 / \left(1 + (z/d)^2\right), \quad (12)$$

где B_0 — величина магнитной индукции в центре поля;
 d — полуширина распределения индукции.

Для такого распределения существует аналитическая зависимость, связывающая положение точек предмета и изображения с параметрами поля, энергией, массой и зарядом частицы, что также позволяет оценить точность предложенного метода расчета и разработанных для его реализации программ.

Глазером в работе [2] показано, что для пространственного распределения векторного магнитного потенциала A колоколообразного поля в эллиптической системе координат (u, v, φ) справедливо выражение:

$$A = B_0 d \operatorname{tg}(v/2) / \operatorname{ch}(u). \quad (13)$$

Переход к декартовой системе координат осуществляется по формулам:

$$x = d \operatorname{ch}(u) \sin(v) \cos(\varphi); \quad (14)$$

$$y = d \operatorname{sh}(u) \sin(v) \sin(\varphi); \quad (15)$$

$$z = d \operatorname{sh}(u) \cos(v). \quad (16)$$

Из (14) и (15) следует, что отстояние точки от оси определяется выражением:

$$r = d \operatorname{ch}(u) \sin(v). \quad (17)$$

Поэтому выражение (13) можно преобразовать к виду

$$A = B_0 d^2 (1 - \cos v) / r. \quad (18)$$

Используя (14) и (15) и известные тригонометрические тождества, нетрудно получить биквадратное уравнение относительно $\cos v$, решение которого было преобразовано к виду, обеспечивающему минимизацию ошибок округления при расчете на ЭВМ:

$$\cos v = \left(\tau \left((1-p)^{1/2} - 1 \right) + 1 \right)^{1/2}, \quad (19)$$

где

$$\tau = (t + 2) / 2; \quad t = (x/d)^2 + (y/d)^2 - 1; \quad p = (r/d)^2 / \tau^2. \quad (20)$$

Подставив полученное выражение для векторного потенциала (18) в известные формулы для вычисления компонент магнитного поля с помощью векторного потенциала [2] и учтя зависимости (19—20), можно получить аналитические выражения для вычисления колоколообразного поля вне оси:

$$B_z = -B_0 \cos(v) / (2w); \quad (21)$$

$$B_r = B_0 z \tau \left\{ 1 - (1-p)^{1/2} \right\} / (2rw \cos(v)), \quad (22)$$

где

$$w = \tau (1-p)^{1/2}. \quad (23)$$

При стремлении r к нулю в выражении (22) возникает неопределенность типа $0/0$, однако эта трудность легко преодолевается путем разложения выражения $(1-p)^{1/2}$ в ряд по малому параметру p . При этом в фигурных скобках константы исчезают и остаются только члены, содержащие r во второй степени и в более высоких степенях. Это позволяет сократить при малых r числитель и знаменатель на r , избежать неопределенности при $r = 0$ и свести к минимуму ошибку вычислений во всем диапазоне значений r .

Результаты аппроксимации компонент внеосевого колоколообразного магнитного поля по предложенному методу сравнивались с точными значениями, вычисленными по формулам (21) и (22). Точность расчета поля (и точность расчета траекторий) была того же порядка, что и в случае расчета электростатического поля. На рис. 6 и 7 в качестве примера приведены зависимости для сред-

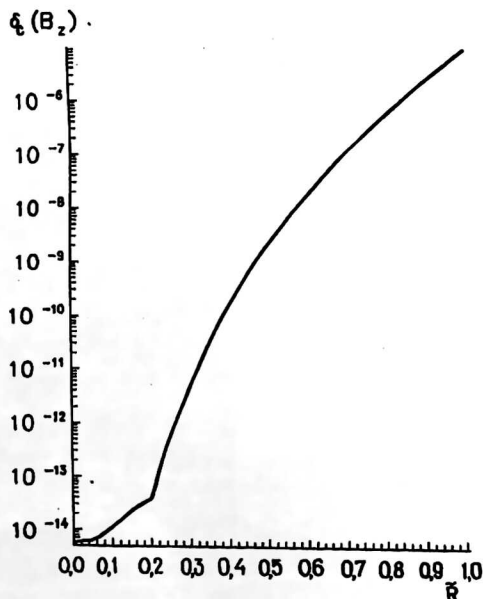


Рис. 6. Средняя относительная погрешность расчета осевой компоненты магнитного поля в зависимости от расстояния до центра отрезка аппроксимации, отнесенного к радиусу круга сходимости

него значения относительных ошибок расчета компонент магнитного поля B_r и B_z в зависимости от расстояния точки наблюдения от центра круга сходимости.

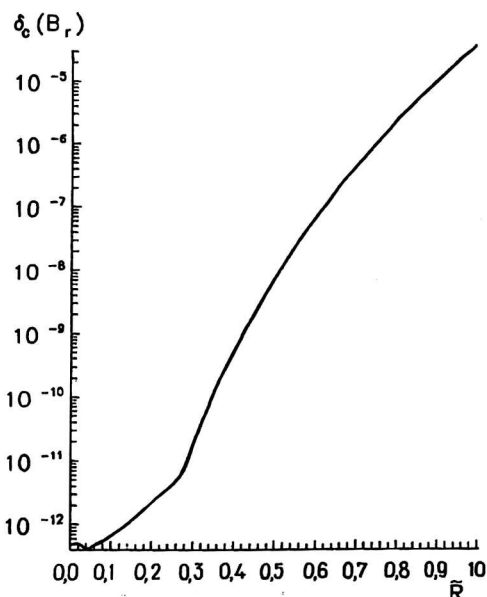


Рис. 7. Средняя относительная погрешность расчета радиальной компоненты магнитного поля в зависимости от расстояния до центра отрезка аппроксимации, отнесенного к радиусу круга сходимости

Полученный программный продукт был использован при оптимизации конструкции магнитного иммерсионного объектива для фотоэмиссионного электронного микроскопа, предназначенного для контроля микросхем.

Развитый метод может также эффективно использоваться при расчете и коррекции оптики проекционных и зондовых литографов, при оптимизации оптики электронных тестеров и других устройств, в которых требуется высокая информативность системы.

Литература

1. Силадьи М. Электронная и ионная оптика. — М.: Мир, 1990.
2. Глазер В. Основы электронной оптики. — М.: Гос. издательство технико-теоретической литературы, 1957.
3. Васичев Б. Н., Розенфельд Л. Б., Михальцов Е. П. Методика аппроксимации осесимметричных электрических и магнитных полей и их производных при электронно-оптических расчетах. — Известия АН СССР. Сер. Физ., 1988. Т. 52. № 7.
4. Васичев Б. Н., Розенфельд Л. Б., Михальцов Е. П., Чернова-Столярова Е. Е. Методика аппроксимации осесимметричных полей на большом удалении от оси. — Известия АН СССР. Сер. Физ., 1991. Т. 55. № 9.
5. Васичев Б. Н., Розенфельд Л. Б., Михальцов Е. П., Чернова-Столярова Е. Е. Метод расчета широкоугольных осесимметричных электронно-оптических систем. — Известия АН СССР. Сер. Физ., 1993. Т. 57. № 8.
6. Vasichev B. N., Rozenfeld L. B., Mihaltsov E. P. Analysis error of calculation field function and integration equation movement charged particles in wide-angle electron optics // IX Russian symposium on scanning electron microscope and analytical methods of solid investigation. — Chernogolovka, 1995.
7. Игнатьев А. Н., Куликов Ю. В. Математическая модель катодной линзы типа сферической конденсатор. Новые методы расчета электронно-оптических систем. — М.: Наука, 1983.

**A TECHNIQUE FOR NON-PARAXIAL TRAJECTORIES COMPUTATION
IN THE WIDE-ANGLE AND IMMERSION AXIAL SYMMETRIC
ELECTRON-OPTICAL SYSTEMS CONTAINING COMBINED ELECTRICAL
AND MAGNETIC FIELDS**

L. B. Rosenfeld

Research Institute for Electron and Ion Optics, Moscow, Russia

E. P. Mikhaltsov, B. N. Vasichev

Moscow Institute for Electronics and Mathematics (Technical University), Moscow, Russia

A technique for approximation of both scalar potential and field components at considerable distance from the electron-optical axis of a system is described using power series with known convergence radius and minimization procedure of the absolute deviation error.

Is shown that computational accuracy is practically defined by the accuracy with which the axial potential distribution is given. A computation technique suitable for wide-angle immersion systems with combined electrical and magnetic fields is described. Results of testing of developed technique and software are presented for the case when fields and trajectories can be determined analytically.