

УДК 517.5

МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕПЛОВЫХ ПРОЦЕССОВ В ОКРЕСТНОСТИ КОЛЬЦЕВЫХ СВАРНЫХ ШВОВ

А. Б. Мазо

Институт механики и машиностроения КНЦ РАН, Казань, Россия

Предложено математическое описание динамики температурного поля вблизи кольцевого сварного шва, формируемого под воздействием вращающейся электрической дуги. В основу математической модели положена двухфазная задача Стеффана, ее численное решение получено методом конечных элементов. С помощью многовариантных расчетов исследованы зависимости глубины проплавления от мощности дуги, геометрических размеров и теплофизических характеристик металла. Результаты моделирования могут использоваться для определения режимных параметров автоматической сварки кольцевых швов.

Сварка труб с пластинами — одна из распространенных технологических операций, осуществляемых, например, при изготовлении и ремонте теплообменников [1—3]. Одним из возможных подходов к автоматизации этого процесса является использование электрической дуги, вращающейся в магнитном поле по торцевой части трубы [4].

В ходе проектирования и эксплуатации устройств, основанных на данном принципе, возникает проблема определения оптимальных параметров и режимов сварки. Наиболее эффективно эта задача может быть решена при проведении как натуральных, так и вычислительных экспериментов. Последнее предполагает создание адекватных математических моделей тепловых процессов, протекающих при сварке вращающейся дугой.

В работе [5] была решена задача глобальных изменений температурного поля трубной доски при вварке в нее пучка труб. Локальные тепловые процессы вблизи одиночного кругового шва, протекающие на фоне глобального нагрева трубной доски как целого, рассматривались в работе [6]. В данной статье, в развитие подхода, предложенного в [6], строится рациональная математическая и численная модель локальных тепловых процессов, позволяющая рассчитывать режимные параметры сварки в конкретных технологических ситуациях.

ОСНОВНЫЕ ДОПУЩЕНИЯ И ОПРЕДЕЛЯЮЩИЕ УРАВНЕНИЯ

Рассмотрим ячейку, содержащую часть трубной доски и вставленную в ее отверстие трубку (рис. 1). Введем обозначения: r_0 — внутренний радиус трубки; Δ — толщина стенки; r_1 — радиус ячейки; z_0 — толщина трубной доски.

Реальная ячейка периодичности имеет квадратную форму границы, однако для удобства моделирования введем “эквивалентную” круглую границу, полагая $r_1 = \sqrt{|D_k|/\pi}$, где $|D_k|$ — площадь ячейки. Для простоты ограничимся случаем, когда между свариваемыми элементами имеется идеальный тепловой контакт и элементы выполнены из металла с близкими теплофизическими свойствами. Электрическая дуга быстро вращается по окружности $r = r_a = r_0 + \Delta$ и нагревает торец трубки и основной металл в плоскости $z = 0$.

Поскольку скорость движения пятна дуги на несколько порядков выше скорости распространения тепла в металле, можно принять модель плоского кольцевого источника тепла, “размазав” эффективную мощность дуги P по площади кольца, при этом в каждом радиальном сечении распределение плотности теплового потока зададим классической формулой [7]

$$q(r) = q_0 \exp[-\gamma(r - r_a)^2], \quad z = 0, |r - r_a| < r_a. \quad (1)$$

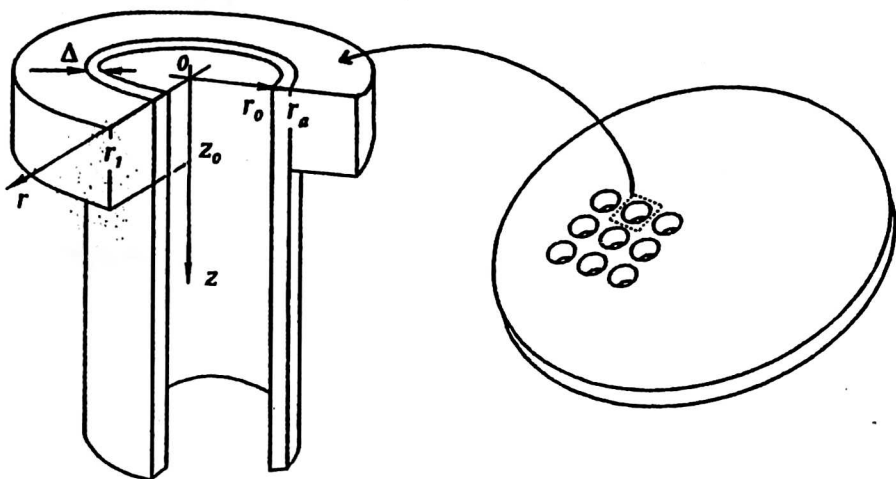


Рис. 1. Ячейка периодичности и общий вид трубной доски

Нетрудно показать, что

$$q_0 = \frac{P\sqrt{\gamma}}{2\pi^{3/2} r_a \operatorname{erf}(\sqrt{\gamma} r_a)}. \quad (2)$$

Здесь $\gamma, \text{м}^{-2}$ — коэффициент сосредоточенности; r_a — радиус пятна дуги.

Заметим, что применение зависимости (1) для рассматриваемого вида сварки не имеет теоретического обоснования, поэтому значения параметров пятна дуги $\gamma = 1,5 \text{ см}^{-2}$ и $r_a = 2 \text{ мм}$ [7, 8] будем рассматривать как ориентировочные.

Воздействие интенсивности источника энергии q на металл приводит к образованию сварочной ванны, глубина которой l растет со временем τ .

Отыскание зависимостей $l(\tau)$ для различных значений геометрических и теплофизических параметров изделия и мощности P является главной задачей математического моделирования рассматриваемых тепловых процессов и служит основой для подбора режимов сварки.

Как известно, точное математическое описание термогидродинамики сварочной ванны весьма затруднительно. Здесь необходимо учитывать динамическое взаимодействие расплава с потоками газа, испарение металла, термокапиллярные и электромагнитные эффекты [9, 10]. Однако с тепловой точки зрения функция жидкой ванны сводится к переносу теплового потока (1) от поверхности расплава, на которую воздействует дуга, к фронту плавления, причем особенности теплопередачи определяются интенсивностью перемешивания жидкого металла. При таком упрощенном взгляде на проблему можно попытаться учесть конвекцию в сварочной ванне с помощью т. н. эффективного коэффициента теплопроводности жидкой фазы λ_3 . Порядок этой величины можно оценить, исходя из следующих соображений. Пусть W — средняя скорость переноса расплава от поверхности к межфазной границе, $\lambda_{ж}$, $c_{ж}$, $\rho_{ж}$ — теплопроводность, теплоемкость и плотность расплава соответственно, θ — температура, l_0 — характерная глубина ванны. Тогда суммарный поток тепла имеет порядок $c_{ж}\rho_{ж}W\theta + \lambda_{ж}\partial\theta/\partial z \sim c_{ж}\rho_{ж}W\theta + \lambda_{ж}\theta/l_0$. При использовании модели без конвекции этот поток должен переноситься только благодаря теплопроводности $\lambda_3\partial\theta/\partial z \sim \lambda_3\theta/l_0$, поэтому

$$K_\lambda = \lambda_3/\lambda_{ж} = 1 + Pe, \quad Pe = Wl_0/a_{ж}, \quad a_{ж} = \lambda_{ж}/(c_{ж}\rho_{ж}). \quad (3)$$

По данным [8], перемешивание в ванне всегда весьма интенсивно и $K_\lambda \gg 1$.

Заметим, что введение коэффициента λ_3 в сварочной ванне применялось и ранее, например, в работе [11].

С учетом сделанных допущений динамика температурного поля в радиальном сечении ячейки может быть описана уравнением Стефана [12]

$$\rho \frac{\partial h}{\partial \tau} = \operatorname{div} \tilde{\lambda} \operatorname{grad} \theta, \quad (4)$$

$$\tilde{\lambda}(\theta) = \begin{cases} \lambda, & \theta < \theta_f, \\ \lambda_3, & \theta \geq \theta_f; \end{cases}$$

$$h(\theta) = \begin{cases} c(\theta - \theta_f) - L/2, & \theta < \theta_f, \\ c(\theta - \theta_f) + L/2, & \theta > \theta_f, \end{cases} \quad (5)$$

где h — энтальпия;

L — скрытая теплота плавления;

θ_f — температура фазовых переходов.

При формулировке краевых условий следует учесть тепловое взаимодействие ячейки с окружающей средой, отвод тепла по трубке и контакт рассматриваемой ячейки с остальной частью трубной доски.

Как показано в работе [6], на стадии нагрева поток тепла от поверхности тела в окружающую среду мал по сравнению с тепловыми потоками в металле. Поэтому на открытой части границы, задаваемой условиями $r = r_0$; $z = z_0$, $r > r_a$; $z > z_0$, $r = r_a$; $z = 0$, $r > r_a + \rho_a$, положим $\partial\theta/\partial n = 0$, n — внешняя нормаль к границе.

При оценке теплообмена с окружающими ячейками будем исходить из того, что время τ_* , за которое глубина шва достигает требуемого значения $l_* = 2$ мм, не должно превышать 10 с. За это время температурные возмущения распространятся на расстояние $l_0 = \sqrt{a \tau_*} < 1$ см. Это означает, что решение задачи в окрестности сварного шва практически не будет зависеть от граничных условий, задаваемых на больших, чем l_0 , расстояниях от рассматриваемой области. В связи с этим присоединим к ячейке область $r_1 < r < r_2$, $r_2 - r_0 > l_0$, имитирующую окружающую часть трубной доски. Теплопроводность этой части λ_1 находится из решения модельной задачи на ячейке [5] и для типичной трубной доски приблизительно равна $0,3 \lambda$. На удаленной границе $r = r_2$ можно задать, например, невозмущенное фоновое значение температуры θ_0 либо условие Неймана $\partial\theta/\partial r = 0$.

Такой же прием применяется и для описания отвода тепла в трубку: нулевой поток или начальная температура задаются в удаленном сечении $z = z_1$, $z_1 - z_0 > l_0$.

Итак, краевые условия для задачи (4) принимаем в виде

$$\tau = 0: \theta = \theta_0; \quad (6)$$

$$-\lambda \frac{\partial \theta}{\partial n} = \begin{cases} q(r), & z = 0, |r - r_a| < \rho_a, \\ 0 & \text{на остальной части границы.} \end{cases} \quad (7)$$

Граничные условия (7) применимы лишь на интересующей нас стадии нагрева и плавления $0 < \tau < \tau_*$; для моделирования более длительного интервала кристаллизации и охлаждения потребовалось бы более точное описание теплового взаимодействия ячейки с ее окружением.

Математическая модель

Преобразуем соотношения (1)–(7) к безразмерному виду, вводя новые переменные, функции, масштабы и критерии подобия

$$\begin{aligned}
 x &= \frac{r-r_0}{l_0}; \quad y = \frac{z}{l_0}; \quad t = \frac{\tau}{\tau_*}; \quad k = \frac{\lambda}{\lambda_0}; \quad x_0 = \frac{r_0}{l_0}; \quad R_a = \frac{\rho_a}{l_0}; \\
 G &= \gamma l_0^2; \quad T = \frac{\theta-\theta_f}{\theta_f-\theta_0}; \quad H = \frac{h}{c(\theta_f-\theta_0)}; \quad Q = \frac{q}{q_*}; \quad X = x + x_0; \quad (8) \\
 l_0 &= \sqrt{a_0 \tau_*}; \quad a_0 = \frac{\lambda_0}{c\rho}; \quad \lambda_0 = \lambda(\theta_f); \quad q_* = \lambda_0 \frac{\theta_f-\theta_0}{l_0}; \quad K_f = \frac{L}{c(\theta_f-\theta_0)}
 \end{aligned}$$

В результате получим математическую модель тепловых процессов в окрестности кольцевого шва на стадии нагрева и плавления металла в безразмерном виде

$$\frac{\partial H}{\partial t} = \frac{1}{X} \frac{\partial}{\partial x} X \tilde{k} \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \tilde{k} \frac{\partial T}{\partial y}; \quad (x, y) \in D; \quad t > 0; \quad (9)$$

$$t = 0: \quad T = -1; \quad H(T) = T + \operatorname{sgn}(T) K_f/2; \quad (10)$$

$$-\frac{\partial T}{\partial n} = \begin{cases} Q(x), & y = 0, |x - x_a| < R_a, \\ 0 & \text{на остальной части границы;} \end{cases} \quad (11)$$

$$\tilde{k}(T, x) = \begin{cases} k, & T < 0, 0 < x \leq x_1 \\ k_1 T < 0, & x_1 < x < x_2; \\ k_2, & T > 0 \end{cases} \quad (12)$$

$$Q(x) = Q_0 \exp[-G(x - x_a)^2], \quad Q_0 = \frac{P\sqrt{G}}{q_* 2\pi^{3/2} l_0^2 x_a \operatorname{erf}(\sqrt{G} R_a)}. \quad (13)$$

Область D изображена на рис. 2. Безразмерная температура T определена в (8) так, что значению $T = 0$ соответствует точка плавления $\theta = \theta_f$ и $T = -1$ при $\theta = \theta_0$.

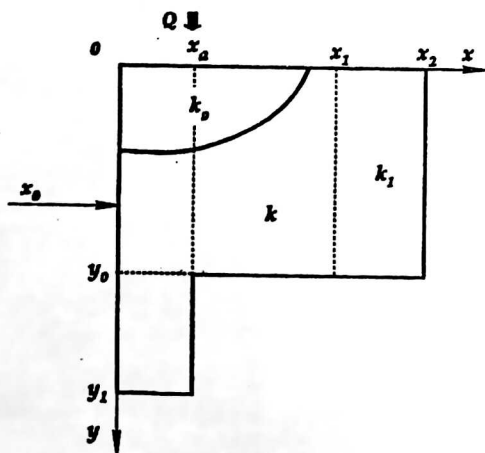


Рис. 2. Схематическое изображение области расчета D

Для реализации модели (9)–(13) необходимо задать размеры x_0, x_a, x_1, y_0 , теплофизические параметры K_f и $k(T)$, характеристики источника Q_0, G и R_a .

Удаленные границы определим так: $x_2 = x_1 + 1$, $y_1 = y_0 + 1,5$. Теплопроводность жидкой фазы и окружения ячейки примем равными $k_3 = K_\lambda$ и $k_1 = \varepsilon k(T)$, $\varepsilon = 0,3$. Сглаженная зависимость $k(T)$, построенная для углеродистой ($C = 0,1\%$) стали, по данным [16], приведена на рис. 3.

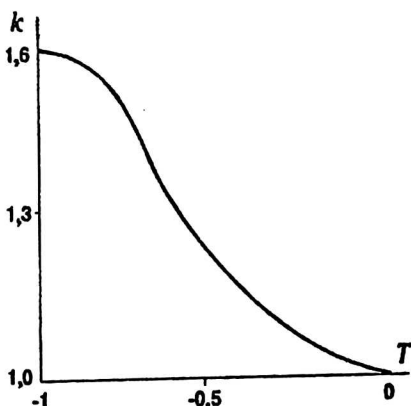


Рис. 3. Зависимость теплопроводности стали K от температуры T

Для количественной оценки безразмерных параметров модели положим $r_0 = 15$ мм; $r_1 = 30$ мм; $\Delta = 3$ мм; $z_0 = 15$ мм; $\rho_a = 2$ мм; $\rho = 7800$ кг/м³; $c = 0,473$ кДж/(кг · К); $\lambda_0 = 27$ Вт/(м · К); $L = 272$ кДж/кг; $\theta_f = 1520$ °С; $\theta_0 = 20$ °С; $P = 10$ кВт; $\tau_0 = 10$ с и воспользуемся формулами (8). Получим $a_0 = 7,3 \cdot 10^{-6}$ м²/с; $l_0 = 8,56$ мм; $q_* = 4,7$ МВт/м²; $x_0 = 1,75$; $x_a = 0,35$; $x_1 = 1,75$; $y_0 = 1,75$; $R_a = 0,234$; $G = 1,1$; $Q_0 = 4,67$; $K_f = 0,18$.

Полагая в формуле (3) $a_{ж} = a_0 < 10^{-5}$, $W > 10^{-2}$ м/с, $l_0 < 10^{-2}$ м, будем иметь $Pe > 10$, $k_3 = K_\lambda > 10 \gg 1$. Последняя оценка позволяет надеяться, что температурное поле в основном металле и скорость углубления сварочной ванны будут слабо зависеть от конкретного значения k_3 ; важно лишь то, что способность расплава переносить тепло намного превосходит теплопроводность твердой фазы.

Число параметров модели можно сократить, учитывая тот факт, что $\sqrt{GR_a} < 1$. Ограничиваясь первыми членами степенного разложения функций $\operatorname{erf}(\xi) \sim 2\xi/\sqrt{\pi}$, $\exp(\xi) \sim 1$, вместо формул (13) получим следующую модель теплового источника

$$Q = Q_0 = P / (q_* l_0^2 \cdot 4\pi R_a x_a), \quad y = 0, \quad |x - x_a| < R_a, \quad (14)$$

не содержащую коэффициента сосредоточенности G .

Для решения задачи Стефана (9)–(12), (14) воспользуемся выражением обобщенной производной $\partial H/\partial t$ через δ -функцию Дирака [13]

$$\frac{\partial H}{\partial t} = S(T) \frac{\partial T}{\partial t}, \quad S(T) = 1 + \delta(T) K_f. \quad (15)$$

В расчетах $\delta(T)$ заменяют сглаженным аналогом, например,

$$\delta(T) = \begin{cases} \pi \cos(\pi T / 2e) / 4e, & |T| < e \\ 0, & |T| > e, \end{cases}$$

где $e \ll 1$ — параметр регуляризации.

После подстановки (15) в (9) проводится дискретизация уравнения по времени t , результат домножается на пробную функцию v и интегрируется по области D с учетом граничных условий (11). В итоге получаем интегральное тождество [14]

$$\int_D \left(\frac{vST}{h_t} + \tilde{k} \nabla T \nabla v \right) X dx dy = \int_D \frac{vST}{h_t} X dx dy + \int_{\Gamma} Q_0 v X d\Gamma, \quad (16)$$

где h_t — шаг по времени t ;

$T = T(t - h_t)$ — значение искомой функции T на предыдущем временном слое;

Γ — плоская граница области D .

Для решения задачи (16) применялся метод конечных элементов. При этом на каждом временном слое для отыскания функции T предусмотрена двухуровневая итерационная схема: задается начальное приближение $T = \tilde{T}$, на внешнем уровне уточняются значения нелинейных коэффициентов $S(T)$ и $\tilde{k}(T)$, а очередное приближение функции T определяется как решение линейной задачи методом сопряженных невязок [15]. Итерации прекращаются, как только максимум невязки конечноэлементных уравнений станет меньше 10^{-4} . Расчеты проводились на сетке, сгущающейся к зоне действия источника и содержащей 1617 узлов и 3072 треугольных элемента. При $h_t = 0,01$ в среднем необходимо 3—4 внешних и 10—15 внутренних итерационных циклов. Время расчета одного варианта в интервале $0 < t < 1$ на IBM PC/AT DX4-100 составляет около 25 мин.

Вычислительный эксперимент

Для исследования влияния параметров математической модели на поведение решения T и прежде всего на зависимость $l(t)$ были проведены многовариантные расчеты.

Приведем основные результаты вычислительного эксперимента.

Расчеты подтвердили правильность выбора удаленных точек $x_2 = x_1 + 1$; $y_1 = y_0 + 1,5$; тепловые возмущения от источника тепла за время $t = 1$ практически не доходят до этих границ (рис. 4). Более того, тепловое влияние умеренных вариаций ширины части области $y > y_0$ на температурное поле вблизи сварного шва не очень заметно, так что при реальных небольших изменениях толщины стенки трубы не обязательно изменять геометрию области и перестраивать конечноэлементную сетку, достаточно учесть лишь смещение центра пятна дуги x_2 .

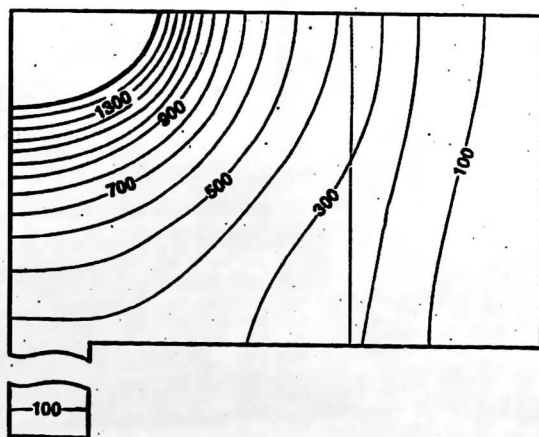


Рис. 4. Температурное поле в основном металле на момент $t = 1$ при $k_3 = 5$, $R_0 = 0,234$, $Q_0 = 4,67$. Цифры на изотермах — температура в $^{\circ}\text{C}$

Как и ожидалось, начиная со значения $k_3 = 5$, увеличение эффективной теплопроводности фазы ликвидуса практически не сказывается на динамике глубины сварочной ванны $l(t)$ (рис. 5, а). Это свойство решения задачи можно рассматривать как один из доводов, оправдывающих применение упрощенной тепловой модели сварочной ванны.

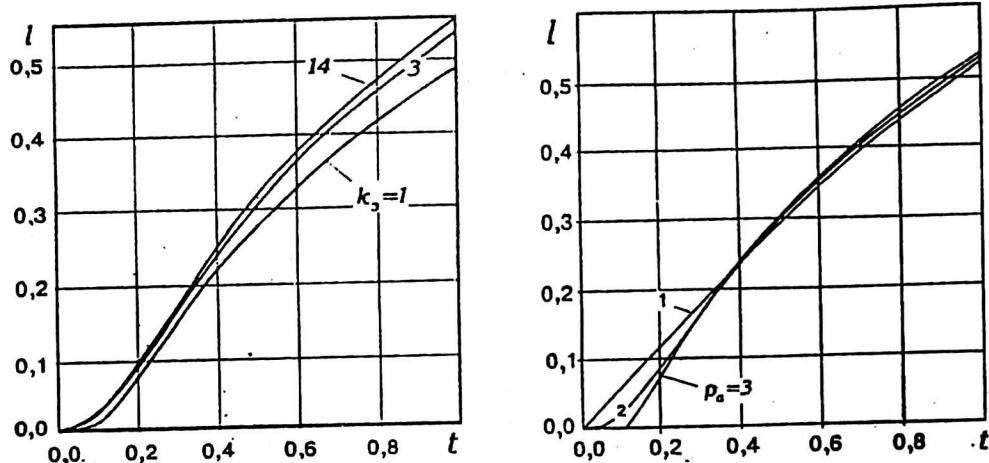


Рис. 5. Влияние эффективной теплопроводности жидкой фазы на динамику фронта плавления (а); зависимость роста глубины сварочной ванны от радиуса пятна электрической дуги (б)

Не менее важна оценка влияния на температурное поле радиуса пятна дуги R_d , значение которого для данного способа сварки также известно лишь приблизительно. На рис. 5, б приведены результаты расчета $l(t)$ при размерных значениях $\rho_d = 1, 2, 3$ мм (соответственно $R_d = 0,117; 0,234; 0,351$).

Нетрудно видеть, что значительные различия в поведении решений имеются лишь в самом начале процесса при $t < 0,3$. С ростом сварочной ванны и удалением ее границы от источника зависимости $l(t)$ для всех трех вариантов становятся практически одинаковыми. Таким образом, определяющую роль в динамике межфазной границы играет суммарная мощность нагревателя, а детали ее распределения существенны лишь на начальной стадии нагрева и плавления металла.

На основании полученных результатов положим $R_d = 0,234$; $k_3 = 5$ и установим зависимость глубины сварного шва от мощности источника P , внутреннего радиуса трубки r_0 и толщины ее стенки Δ .

Варианты исходных данных для вычислительного эксперимента в таблице выбраны так, чтобы проиллюстрировать влияние каждого фактора по отдельности. В качестве базового набора исходных данных служит вариант 1. Сравнение вариантов 1—3 дает представление о роли мощности источника P ; варианты 1, 4, 5 отличаются только толщиной стенки трубы δ ; варианты 1, 6, 7 позволяют оце-

Вариант	r_0 , мм	x_0	Δ , мм	x_d	P , кВт	Q_0
1	15	1,75	3	0,35	10	4,67
2	15	1,75	3	0,35	7	3,27
3	15	1,75	3	0,35	13	6,01
4	15	1,75	2	0,23	10	4,94
5	15	1,75	4	0,47	10	4,42
6	12	1,4	3	0,35	10	5,60
7	18	2,1	3	0,35	10	4,00

нить влияние внутреннего радиуса трубы r_0 . Результаты расчетов приведены на рис. 6 в размерных и безразмерных шкалах и могут использоваться для определения технологических параметров сварки для данной марки стали. Например, проектируя на ось t точку пересечения прямой $l = 2$ мм с кривой 5, находим, что для получения кругового шва глубиной 2 мм при вварке трубы диаметра 30 мм с толщиной стенки 4 мм при мощности источника 10 кВт требуется время 5,5 с.

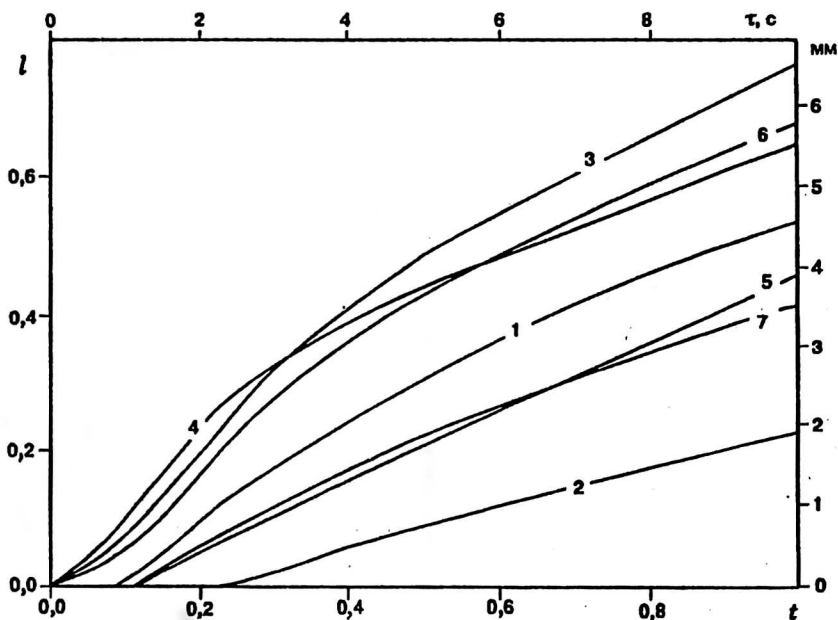


Рис. 6. Кривые роста глубины сварного шва. Цифры на линиях соответствуют номерам вариантов в таблице

Заметим, что мощность источника P в математической модели полностью используется на нагрев и плавление металла и, очевидно, не равна потребляемой электрической мощности сварочного аппарата или даже мощности сварочной дуги. Поскольку на практике оперируют именно этими величинами, запишем соотношение $P = \eta P_s$, где P_s — электрическая мощность, η — коэффициент полезного действия. По разным оценкам, значения η лежат в диапазоне 0,2—0,7. Представляется целесообразным считать η идентификационным параметром модели, который можно определить для конкретного сварочного устройства, сопоставив результаты расчета с экспериментальными замерами глубины кольцевого шва.

Литература

1. Гаген Ю. Д. Сварка магнитоуправляемой дугой. — М.: Машиностроение, 1970. — 160 с.
2. Сорокин В. Н., Зубченко А. С. Автоматизация процесса сварки круговых швов теплообменных аппаратов// Сварочное производство, 1982. № 10. С. 15—16.
3. Аносов Н. П., Сорокин В. Н., Сержанов А. В. Формирование швов при автоматической сварке труб с трубными досками на вертикальной плоскости// Там же, 1989. № 2. С. 15—17.
4. Ибатуллин Б. Л. и др. Способ сварки кольцевых соединений магнитоуправляемой дугой: А. с. 1775252 от 1.08.90, кл. В 23 К 9/08// Бюл. изобретений, 1992. № 42. С. 57.
5. Мазо А. Б. Температурное поле трубной доски при вварке пучка труб// Прикладная физика, 1996 [в печати].
6. Мазов А. Б. и др. Математическое моделирование тепловых процессов при сварке вращающейся дугой// Моделирование нелинейных процессов в механике и теплотехнике// Науч. тр./КФТИ. — Казань, 1989. Вып. 14. С. 78.

7. Рыкалин Н. Н. Расчеты тепловых полей при сварке. — М.: Mashgiz, 1951. — 296 с.
8. Ленивкин В. А., Дюргеров Н. Г., Сагиров Х. Н. Технологические свойства сварочной дуги в защитных газах. — М.: Машиностроение, 1989. — 264 с.
9. Ogrer G. M. Heat and fluid flow phenomena in weld pools// J. Fluid Mech., 1984. V. 147. P. 53.
10. Введеннов А. А., Гладуш Г. Г. Физические процессы при лазерной обработке материалов. — М.: Энергоатомиздат, 1985.
11. Судник В. А. Численный синтез высокотемпературных полей при дуговой сварке алюминиевых сплавов// Управление сварочными процессами. — г. Тула, 1983. С. 11—28.
12. Мейрманов А. М. Задача Стефана. — г. Новосибирск: Наука, 1986. — 360 с.
13. Самарский А. А. Теория разностных схем. — М.: Наука, 1977. — 656 с.
14. Стрэнг Г., Фикс Дж. Теория метода конечных элементов. — М.: Мир, 1976. — 236 с.
15. Самарский А. А., Николаев Е. С. Методы решения сеточных уравнений. — М.: Наука, 1978. — 592 с.
16. Себиси Т., Бредшоу П. Конвективный теплообмен. — М.: Мир, 1987. — 590 с.

MODELLING OF THE HEAT PROCESSES IN THE NEIGHBOURHOOD OF RING-TYPE WELD SEAMS

A. B. Mazo

Institute of mechanics and machine-building of Kazan Science Center
of Russian Academy of Sciences, Kazan, Russia

A mathematical description of the temperature field dynamics near a ring-type weld seam formed under affect of revolving electric arc is suggested. Two-phased Stephan problem is in the base of mathematical model; its numerical solution was obtained by means of finite elements method. The weld pool depth as a function of an electric arc power, geometrical sizes and physical properties of metal was investigated in special computational experiments. The results of modelling may be use in order to define the set of parameters of welding.