

УДК 533.951;533.932

ЛИНЕЙНАЯ ТЕОРИЯ ПЛОСКОГО РЕЗОНАТОРА С ЛЕНТОЧНЫМ РЭП В ОТСУТСТВИЕ ВНЕШНЕГО МАГНИТНОГО ПОЛЯ

А. А. Рухадзе, П. В. Рыбак, В. В. Северьянов, В. П. Тараканов
Институт общей физики РАН, Москва, Россия

Дан краткий обзор теоретических работ по линейной теории неустойчивости ленточного релятивистского электронного пучка в плоском резонаторе. Эта неустойчивость известна как вынужденное излучение монотронного типа и до последнего времени было хорошо исследовано для релятивистских пучков. Дается обобщение этой теории на случай релятивистских пучков, которое связано с учетом всех волн плазма-пучковой системы, как нарастающих, так и затухающих. В отличие от нерелятивистских пучков, для которых роль затухающих волн пренебрежимо мала, для релятивистских пучков их учет оказывается существенным и приводит к значительному увеличению эффективности вынужденного излучения. В результате релятивистский монотрон представляется как конкурентоспособный прибор релятивистской СВЧ-электроники.

Исследование динамики релятивистских электронных пучков в самосогласованном электромагнитном поле необходимо для решения двух противоположных задач: задача транспортировки таких пучков на большие расстояния и задача преобразования их кинетической энергии в энергию когерентного электромагнитного излучения.

В обоих случаях центральным является вопрос о природе, механизмах и инкрементах развития неустойчивостей, изменяющих параметры пучка и искажающих его первоначальную структуру. Выяснение этого вопроса позволяет в зависимости от поставленных целей создавать необходимые условия либо для подавления наиболее опасных неустойчивостей, препятствующих транспортировке пучка, либо наоборот, для стимулирования развития неустойчивостей, приводящих к интенсивной перекачке энергии от пучка к излучению.

Из множества работ, посвященных динамике релятивистских пучков, авторы данной статьи хотели бы отметить лишь те, в которых исследовалась устойчивость прямолинейного электронного пучка в ограниченных системах, не имеющих замедляющей структуры, или среды. В таких системах невозможно резонансное взаимодействие электронов пучка с собственными волнами в силу того, что фазовая скорость последних больше скорости света в вакууме. В них развивается нерезонансная неустойчивость, получившая название "монотронной".

Первая теория монотронного генератора на слаботочном нерелятивистском электронном пучке была изложена в работах [1, 2]. Она основана на анализе уравнения движения "среднего" электрона в заданном однородном высокочастотном поле и уравнения баланса энергии электронного пучка. Оказалось, что при "углах пролета" электронов через резонатор длиной L , близких к значениям

$$\frac{\omega L}{u} = \frac{5\pi}{2}, \frac{9\pi}{2}, \frac{13\pi}{2}, \dots, \quad (1)$$

пучок способен отдавать энергию высокочастотному полю. Здесь ω — циклическая частота поля; u — продольная скорость электронов.

Экспериментально генерация электромагнитных волн, частоты которых удовлетворяют условию (1), была осуществлена в работе [3], где использовались резонаторы со сверхпроводящими стенками, обладающие высокой

добротностью. Первый монотрон отличался хорошей стабильностью частоты генерации, но имел небольшую мощность, в силу чего не получил широкого распространения.

Интерес к монотронному генератору вновь проявился в связи с созданием сильноточных релятивистских электронных пучков. Теория релятивистского генератора монотронного типа разрабатывалась в работах [4, 5]. Если в нерелятивистском монотроне генерация происходила на критических частотах резонатора, которым соответствует почти однородное по его длине высокочастотное поле, то в работах [4, 5] рассматривались частоты, далекие от критических, а длина волны генерируемого излучения считалась малой по сравнению с размерами резонатора. Авторы этих работ полагали, что в релятивистском случае генерация возможна на частотах, удовлетворяющих условию:

$$(\omega - k_3 u) \frac{L}{u} \approx \frac{5\pi}{2}, \frac{9\pi}{2}, \frac{13\pi}{2}, \dots, \quad (2)$$

где k_3 — продольное волновое число попутной электромагнитной волны, фазовая скорость которой немного выше скорости света в вакууме и поэтому близка к невозмущенной скорости пучка u .

Релятивистский монотрон был экспериментально реализован Н. Ф. Ковалевым и Н. И. Зайцевым, но оказался малоэффективным, поскольку его КПД не превысил 2 %*. Вероятно, по этой причине интерес к монотронным генераторам вновь угас.

Авторы данной работы считают, что было бы преждевременным делать окончательный вывод о низкой эффективности монотронных генераторов, основанных на монотронной неустойчивости. Дело в том, что теорию монотронов, развитую в вышеприведенных работах, нельзя признать вполне строгой. Эффективность генерации, несомненно, зависит от структуры действующего на пучок электромагнитного поля. Природа данной неустойчивости такова, что сама генерация обусловлена именно теми искажениями поля собственных мод пустого волновода, которые вносит электронный пучок. Поэтому рискованно сразу задавать структуру поля, она должна определяться в результате решения самосогласованной задачи, чего не делалось в обсуждаемых теориях. В [4, 5] при формулировке дифференциального уравнения движения электронов без достаточных оснований предполагалось, что главную роль играет поле попутной электромагнитной волны, а влиянием встречной волны и двух пучковых волн на движение электронов можно пренебречь.

Отметим ряд работ, в которых решалась самосогласованная задача о движении пучка в ограниченных системах.

Строгий анализ характеристического уравнения для случая, когда однородный по сечению волновода релятивистский пучок стабилизирован бесконечно сильным магнитным полем, был проведен в работе [6]. В результате анализа было установлено, что нарастать с течением времени могут амплитуды тех волн, у которых продольные волновые числа комплексны. Иными словами, неустойчивость может развиваться в результате взаимодействия пучка с пространственно-временными волновыми пакетами, а не с плоскими монохроматическими волнами, как это имеет место в случае резонансной неустойчивости. В этой же работе показано, что инкремент

* Частное сообщение.

монотронной неустойчивости может быть как угодно велик, а это позволяет надеяться на то, что монотрон можно сделать прибором с высокой эффективностью преобразования энергии пучка в энергию излучения.

В работе [7] с помощью численного решения дисперсионного уравнения для цилиндрического резонатора с идеально проводящими стенками, пронизываемого однородным по сечению РЭП, с высокой точностью определены некоторые частоты генерации и соответствующие им максимальные инкременты нарастания амплитуд волн. Помимо того, вычислены амплитуды и фазы электромагнитных и пучковых волн, т. е. установлена пространственная структура действующего на пучок поля. Наибольшую амплитуду имеет встречная электромагнитная волна, на долю которой приходится более 70 % энергообмена с пучком. Продольные волновые числа всех волн комплексны, и чем больше мнимые части этих чисел, тем выше инкремент нарастания амплитуд волн.

В работе [8] построена строгая линейная теория простейшего варианта релятивистского монотрона и выявлена физическая природа монотронной неустойчивости. Показано, что неустойчивость имеет место не при избранных значениях угла пролета электрона через резонатор, определяемых формулами (1) или (2), а является неотъемлемым свойством ограниченной пучковой системы. Наоборот, не нарастающие во времени решения (стационарные волны) возможны лишь при определенных соотношениях между параметрами системы. Приведенные же выше значения пролетных углов соответствуют максимальным инкрементам. В этой работе также установлено, что инкремент неустойчивости равен произведению мнимой части продольного волнового числа любой из электромагнитных или пучковых волн на групповую скорость этой волны. Кроме того, приведены эмпирические формулы для максимальных инкрементов и на их основе сделан анализ оптимальных условий генерации.

В работе [9] на основе численного интегрирования уравнений Максвелла и уравнений движения частиц проведен численный эксперимент по динамике ленточного РЭП в плоском резонаторе в отсутствие стабилизирующего внешнего магнитного поля. В отличие от предыдущих работ изучалось двух- и даже трехмерное движение электронов. Установлен ряд новых эффектов, главными из которых являются периодически сменяющие друг друга самофокусировка и дефокусировка пучка, а также поперчный изгиб пучка, в результате которого он принимает змеевидную (шланговую) форму.

Результаты этого численного эксперимента однозначно указывают на неустойчивость пучка, не стабилизированного внешним магнитным полем. Именно они послужили стимулом для разработки представленной в данной статье линейной теории неустойчивости пучка. Ее основными задачами являются выяснение физической природы развивающейся неустойчивости, определение спектра частот генерации и пространственной структуры самосогласованного электромагнитного поля, вызывающего отмеченные выше искажения первоначальной формы пучка.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ФОРМУЛИРОВКА САМОСОГЛАСОВАННОЙ ЗАДАЧИ: ИНТЕГРОДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ И ГРАНИЧНЫЕ УСЛОВИЯ

Рассмотрим плоский резонатор длиной L , боковая поверхность которого образована двумя бесконечно протяженными в направлении оси OY идеально проводящими пластинами (рис. 1), расстояние между которыми равно $2R$. В плоскостях $Z = 0$, L расположены густые металлические сетки (или тонкие пластины), не препятствующие прохождению пучка, но непрозрачные для электромагнитного излучения. Пусть в момент времени $t = 0$

в плоскости $Z = 0$ начинается инжекция ленточного релятивистского электронного пучка толщиной $2h$ с заданной функцией распределения:

$$f|_{z=0} = f_0(\vec{t}, \vec{r}_\perp, \vec{p}). \quad (3)$$

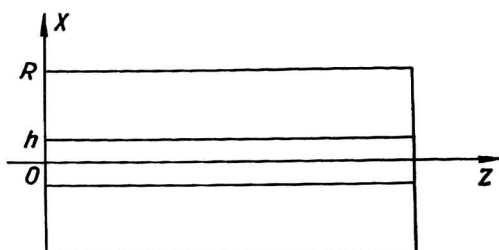


Рис. 1. Схема вакуумного резонатора с расположенным на его плоскости симметрии РЭП

Под действием порождаемого пучком поля его функция распределения изменяется, и приобретенные в резонаторе возмущения параметров пучка выносятся им через плоскость $Z = L$ за пределы резонатора. Имея в виду в дальнейшем решение линейной задачи, мы можем предположить, что электроны, вышедшие из резонатора, не возвращаются в него вновь, поскольку вызываемые полем осцилляции скорости пучка малы по сравнению со скоростью его влета в резонатор. Это дает право не рассматривать структуру поля за пределами резонатора. Будем считать, что после выхода из него пучок выводится на боковые пластины специальным отклоняющим магнитным полем.

При решении самосогласованной задачи необходимо вначале выразить плотности индуцированных зарядов и токов через характеристики электромагнитного поля, а затем подставить их в уравнения Максвелла. Для этого используем бесстолкновительное кинетическое уравнение, описывающее эволюцию функции распределения электронов (уравнение Власова):

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \vec{v} \frac{\partial f}{\partial \vec{r}} = -e \frac{\partial}{\partial \vec{p}} \left(\vec{E} + \left[\frac{\vec{v}}{c}, \vec{B} \right] \right) f. \quad (4)$$

Если вместо набора переменных $t, Z, \vec{r}_\perp, \vec{p}$ ввести эквивалентный ему новый набор: $t - z/v_z, \eta \equiv Z, \vec{r}_\perp - \vec{v}_\perp t, \vec{p}$, то левая часть уравнения (4) преобразуется к одному слагаемому, равному $v_z \partial f / \partial \eta$. Проинтегрировав по переменной η от нуля до Z и отдельно от нуля до ε и вернувшись к первому набору переменных, приходим к двум равенствам, имеющим рекуррентный характер, с помощью которых легко осуществить разложение моментов функции распределения по степеням \vec{E} и \vec{B} :

$$f(t, \vec{r}, \vec{p}) = f_0\left(t - Z/v_z, \vec{r}_\perp - \vec{v}_\perp Z/v_z, \vec{p}\right) - \frac{e}{v_z} \frac{\partial}{\partial p} \int_0^Z \left[\vec{E} + \left[\frac{\vec{v}}{c}, \vec{B} \right] \right] f d\varepsilon +$$

$$+ \frac{\partial}{\partial t} \int_0^Z \frac{e(Z-\varepsilon)}{v_z^3} \left(\vec{E} + \left[\frac{\vec{v}}{c}, \vec{B} \right], \frac{\partial v_z}{\partial p} \right) f d\varepsilon + \text{rot}_z \int_0^Z \frac{e(Z-\varepsilon)}{v_z p_z^2} \left[\vec{E} + \left[\frac{\vec{v}}{c}, \vec{B} \right], \vec{p} \right] f d\varepsilon; \quad (5)$$

$$f\left(t - \frac{Z-\varepsilon}{v_z}, \varepsilon, \vec{r}_\perp - \vec{v}_\perp \frac{Z-\varepsilon}{v_z}, \vec{p}\right) = f_0\left(t - Z/v_z, \vec{r}_\perp - \vec{v}_\perp Z/v_z, \vec{p}\right) -$$

$$- \frac{e}{v_z} \frac{\partial}{\partial p} \int_0^\varepsilon \left[\vec{E} + \left[\frac{\vec{v}}{c}, \vec{B} \right] \right] f d\xi + \frac{\partial}{\partial t} \int_0^\varepsilon \frac{e(Z-\xi)}{v_z^3} \left(\vec{E} + \left[\frac{\vec{v}}{c}, \vec{B} \right], \frac{\partial v_z}{\partial p} \right) f d\xi +$$

$$+ \text{rot}_z \int_0^\varepsilon \frac{e(Z-\xi)}{v_z p_z^2} \left[\vec{E} + \left[\frac{\vec{v}}{c}, \vec{B} \right], \vec{p} \right] f d\xi. \quad (6)$$

Здесь f_0 — не возмущенная полем функция распределения пучка, определяемая равенством (3). В подынтегральных выражениях формулы (5) аргументами у характеристик поля \vec{E} и \vec{B} являются

$$t - \frac{Z-\varepsilon}{v_z}, \varepsilon, \vec{r}_\perp - \vec{v}_\perp \frac{Z-\varepsilon}{v_z},$$

а у функции распределения также и \vec{p} .

Формула (6) как раз и предназначена для подстановки в правую часть формулы (5). Именно она носит рекуррентный характер: после первой подстановки в (5) в ней нужно произвести замену букв $\varepsilon \rightarrow \xi \rightarrow \chi$ и вновь подставить в (5) и так далее. В результате получится разложение функции $f(t, \vec{r}, \vec{p})$, а следовательно, и ее моментов в ряд по степеням \vec{E} и \vec{B} .

В уравнения Максвелла входят два первых момента:

$$\rho = en_b = \int e f d\vec{p}, \quad \vec{j} = \int e \vec{v} f d\vec{p},$$

которые легко вычисляются с помощью формулы (5):

$$\rho = \int e f_0 d\vec{p} - \text{div} \vec{\Pi}, \quad \vec{j} = \int e \vec{v} f_0 d\vec{p} + \frac{\partial \vec{\Pi}}{\partial t} + c \text{rot} \vec{M}, \quad (7)$$

где $\vec{\Pi}$ и \vec{M} — плотности электрического и магнитного моментов пучка соответственно. Они равны:

$$\vec{\Pi} = \int_0^Z e^2 (Z - \varepsilon) d\varepsilon \int \left[\vec{E} - \frac{\vec{v}}{c} \left(\frac{\vec{v}}{c}, \vec{E} \right) + \left[\frac{\vec{v}}{c}, \vec{B} \right] \right] \frac{f}{v_z p_z} d\vec{p}; \quad (8)$$

$$\vec{M} = \int_0^Z e^2 (Z - \varepsilon) d\varepsilon \int \left[\vec{E} + \left[\frac{\vec{v}}{c}, \vec{B} \right], \frac{\vec{v}}{c} \right] \frac{f}{v_z p_z} d\vec{p}. \quad (9)$$

Формулы (7)–(9) являются точными. В них можно произвести с помощью формулы (6) описанную выше процедуру разложения по степеням \vec{E} и \vec{B} . В линейном приближении в правую часть формул (8) и (9) нужно подставить только первое слагаемое из (6), т. е. функцию $f_0 \left(t - Z/v_z, \vec{r}_\perp - v_\perp Z/v_z, \vec{p} \right)$.

Итак, с помощью уравнения Власова удалось выразить плотности заряда и тока пучка через заданную на входе в резонатор невозмущенную функцию распределения пучка и неизвестные пока характеристики самосогласованного поля \vec{E} и \vec{B} , которые произвольным образом зависят от координат и времени. Для нахождения этих характеристик поля служат уравнения Максвелла и граничные условия. По поводу начальных условий сделаем следующее замечание. Ниже будет сформулирована и решена задача на собственные значения, которая отвечает на вопрос: какие волны могут существовать в резонаторе без внешних источников поля. При этом электронный пучок рассматривается как составная часть системы, а не как внешний источник поля. До его рождения и входа в резонатор в последнем не было никаких полей. Разумеется, невозмущенные заряд и ток пучка возбуждают в резонаторе электромагнитное поле, которое должно быть определено. Они делают уравнения неоднородными и порождают, кроме собственных, вынужденное решение уравнений поля. Внешними источниками поля можно считать невозмущенные плотности заряда и тока. Они выражаются первыми слагаемыми формул (7).

В резонаторе, пронизываемом пучком, возникает флуктуационное поле с произвольным пространственным распределением \vec{E} и \vec{B} . Его можно разложить в ряд по собственным функциям системы, которые и являются решением задачи на собственные значения, и узнать, как это распределение будет изменяться с течением времени. Это одна из формулировок начальной задачи для поля в резонаторе. Если задача решается на собственные значения, в начальный момент времени должна быть задана амплитуда собственной функции системы. Собственное значение (комплексная, вообще говоря, собственная частота системы) отвечает на вопрос: как будет изменяться во времени эта амплитуда.

Для формулировки линейной задачи зададим функцию распределения пучка на входе в резонатор в виде:

$$f_0 = n_b(t) \delta(\vec{p}_\perp) \delta(p_z - m\gamma u) [1 - \eta(x-h) - \eta(-x-h)], \quad (10)$$

где η — ступенчатая функция, равная единице при положительных значениях аргумента и нулю — при отрицательных. Функция распределения (10) приводит к двумерному движению электронов: в направлении осей OX и OZ .

Из формул (8), (9) находим:

$$\begin{aligned} \Pi_x &= \frac{\omega_b^2 \gamma^{-1} Z}{4\pi u^2} \int_0^{Z-\varepsilon} \left(E_x - \frac{u}{c} B_y \right) d\varepsilon; \\ \Pi_Z &= \frac{\omega_b^2 \gamma^{-1} Z}{4\pi u^2} \int_0^{Z-\varepsilon} E_z d\varepsilon, \quad M_y = -\frac{u}{c} \Pi_x. \end{aligned} \quad (11)$$

Остальные составляющие векторов $\vec{\Pi}$ и \vec{M} равны нулю. В формулах (11) использованы обозначения: $\omega_b = (4\pi e^2 n_b/m)^{1/2}$ — ленгмюровская частота невозмущенного пучка, зависящая от $t - Z/u$; $\gamma = (1 - u^2/c^2)^{-1/2}$. Аргументами у векторов \vec{E} и \vec{B} в подынтегральных выражениях являются $t - \frac{Z-\varepsilon}{u}$, ε , x . В результате подстановки (11) в (7) получаем:

$$\begin{aligned} \rho &= en_b \left(t - \frac{z}{u} \right) - \frac{\partial}{\partial x} \frac{\omega_b^2 \gamma^{-1} Z}{4\pi u^2} \int_0^{Z-\varepsilon} \left(E_x - \frac{u}{c} B_y \right) d\varepsilon - \frac{\partial}{\partial z} \frac{\omega_b^2 \gamma^{-3} Z}{4\pi u^2} \int_0^{Z-\varepsilon} E_z d\varepsilon, \\ j_x &= \frac{\omega_b^2 \gamma^{-1} Z}{4\pi u} \int_0^{Z-\varepsilon} \left(E_x - \frac{u}{c} B_y \right) d\varepsilon, \\ j_z &= eun_b \left(t - \frac{z}{u} \right) + \frac{\partial}{\partial t} \frac{\omega_b^2 \gamma^{-3} Z}{4\pi u^2} \int_0^{Z-\varepsilon} E_z d\varepsilon - \frac{\partial}{\partial x} \frac{\omega_b^2 \gamma^{-1} Z}{4\pi u} \int_0^{Z-\varepsilon} \left(E_x - \frac{u}{c} B_y \right) d\varepsilon, \quad j_y = 0. \end{aligned} \quad (12)$$

Формулы (12) выражают характерную для сред с пространственной и временной дисперсией нелокальную связь между плотностью зарядов и токов и электромагнитным полем [10, 11], которая обусловлена переносом в данную точку пространства и в данный момент времени информации о том, какое поле действовало на заряженные частицы в предшествующие моменты времени, когда они находились в других точках пространства.

Теперь сформулируем замкнутую систему уравнений для отличных от нуля составляющих электромагнитного поля E_x , B_y , E_z , не зависящих от координаты y :

$$\frac{1}{c} \frac{\partial E_x}{\partial t} + \frac{\partial B_y}{\partial z} + \frac{\omega_b^2 \gamma^{-1} Z}{uc} \int_0^{Z-\varepsilon} \left(E_x - \frac{u}{c} B_y \right) d\varepsilon = 0; \quad (13)$$

$$\frac{\partial E_z}{\partial x} = \frac{\partial E_x}{\partial z} + \frac{1}{c} \frac{\partial B_y}{\partial t}; \quad (14)$$

$$\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \left[E_z + \frac{\omega^2 \gamma^{-3}}{u^2} \int_0^Z (Z - \varepsilon) E_z d\varepsilon \right] - \frac{\partial}{\partial x} \left[B_y + \frac{\omega^2 \gamma^{-1}}{uc} \int_0^Z (Z - \varepsilon) \left(E_x - \frac{u}{c} B_y \right) d\varepsilon \right] = -\frac{4\pi e u}{c} n_b \left(t - \frac{z}{u} \right), \quad (15)$$

$$E_x|_{z=0, L} = 0, \quad E_z|_{z=0} = 0. \quad (16)$$

Граничные условия (16) выражают равенство нулю тангенциальных составляющих электрического поля на идеально проводящих стенках резонатора.

Прежде чем приступить к решению системы уравнений (13)–(16), сделаем одно замечание. Как следует из уравнения (14), продольное поле E_z может генерировать поперечные поля E_x и B_y только в том случае, когда оно неоднородно по сечению пучка. Правая же часть уравнения (15) в области, занятой пучком, не зависит от координаты X . Следовательно, порождаемое невозмущенным пучком в этой области и нарастающее во времени продольное поле E_z (вынужденное решение) не зависит от X и не способно “раскачать” поперечное поле, изгибающее пучок и изменяющее его толщину. Это может произойти лишь благодаря нарастающему с флуктуационного уровня неоднородному продольному полю E_z , т. е. вследствие неустойчивости.

ВЫНУЖДЕННОЕ РЕШЕНИЕ СИСТЕМЫ (13)–(16)

В соответствии с замечанием, сделанным в конце предыдущего раздела, имеем для вынужденного решения в области, занятой пучком:

$$E_x = B_y = 0, \quad E_z + \frac{\omega^2 \gamma^{-3}}{u^2} \int_0^z (Z - \varepsilon) E_z d\varepsilon + 4\pi e u \int_0^{t - \frac{z}{u}} n_b(\xi) d\xi = 0. \quad (17)$$

При интегрировании по времени уравнения (15) было учтено, что до момента $t = 0$ ни пучка, ни порождаемого им поля не было.

Уравнения для E_z можно решить точно при произвольном законе нарастания плотности пучка. Оператор $\left(\frac{1}{u} \frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} \right)^2$ превращает это уравнение в дифференциальное, а переход к новым переменным $\tau = t - \frac{z}{u}$, $\eta = z$ придает последнему простой вид:

$$\frac{\partial^2 E_z}{\partial \eta^2} + \frac{\omega_b^2(\tau)}{u^2 \gamma^3} E_z = 0 \quad \text{с “начальными” условиями}$$

$$\left. \frac{\partial E_z}{\partial \eta} \right|_{\eta=0} = 0, \quad E_z|_{\eta=0} = -4\pi e u \int_0^\tau n_b(\xi) d\xi. \quad (18)$$

После элементарного интегрирования (18) имеем:

$$E_z(t, Z) = -4\pi e u \cos \omega_b \left(t - \frac{z}{u} \right) \gamma^{-3/2} \frac{z}{u} \int_0^{t-\frac{z}{u}} n_b(\xi) d\xi. \quad (19)$$

Формула (19) описывает чисто продольное поле, напряженность которого равна нулю на фронте пучка ($z = ut$), нарастает в плоскости инжекции ($z = 0$) по закону $E_z(z=0) = -4\pi e u \int_0^t n_b(\xi) d\xi$ и всегда тормозит электроны, входящие в резонатор. Однако при достаточно большом времени инжекции пучка в резонатор появляется область ускорения, поскольку E_z меняет знак в плоскости, удовлетворяющей условию:

$$\omega_b \left(t - \frac{z}{u} \right) \gamma^{-3/2} \frac{z}{u} = \frac{\pi}{2}.$$

Формально возможен даже разрыв плотности пучка в плоскости, где $n_b = \frac{1}{4\pi e} \frac{\partial E_z}{\partial z} = 0$. Продольное поле, порожденное пучком, может оторвать переднюю часть пучка, сообщив ей дополнительную скорость. Эти явления характерны именно для самосогласованной задачи. В приближении заданного тока пучка, не учитывающем его самовоздействия, они отсутствуют.

Сила, действующая на единицу объема пучка, описывается формулой

$$F_z = e n_b E_z = \frac{\partial}{\partial z} \frac{E_z^2}{8\pi}.$$

Она втягивает электроны в области с большей напряженностью поля. Работа, совершаемая полем в единицу времени в единице объема, легко вычисляется, если учесть, что ток пучка полностью компенсируется током смещения:

$$j_z E_z = -E_z \frac{1}{4\pi} \frac{\partial E_z}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial t} \frac{E_z^2}{8\pi}.$$

Не представляет трудностей сконструировать решение системы (13)—(16) в области, не занятой пучком. В ней поле является продольно-поперечным и представляет собой суперпозицию “косых” стоячих волн. Однако не эта устойчивость является главным предметом рассмотрения в данной работе.

ОДНОРОДНАЯ СИСТЕМА. ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКОЕ УРАВНЕНИЕ. Вывод дисперсионных уравнений

Приступая к решению однородной системы уравнений для самосогласованного поля, уточним формулировку задачи. Как отмечалось выше, неустойчивость, вызывающая изменение толщины пучка и его изгиб, развивается с флуктуационного уровня. Допустим, что характерное время ее развития (обратный инкремент) существенно превышает как “пролетное” время системы, равное L/u , так и время нарастания тока пучка (время выхода его на стационарное значение). Тогда при изучении неустойчивости

можно начать отсчет времени с того момента, когда фронт пучка вышел за пределы резонатора и невозмущенный ток пучка в резонаторе стал стационарным. Это существенно упрощает анализ, поскольку входящие в уравнения коэффициенты ω_b^2 , зависящие от переменной $t - \frac{z}{u}$, становятся постоянными внутри резонатора.

Система интегродифференциальных уравнений (13)–(15) легко преобразуется в систему дифференциальных уравнений с помощью однократного применения оператора $\left(\frac{1}{u} \frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z}\right)$ к уравнению (13) и двукратного — к уравнению (15). В результате эти уравнения примут вид:

$$\left(\frac{1}{u} \frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z}\right) \left(\frac{1}{c} \frac{\partial E_z}{\partial t} + \frac{\partial B_y}{\partial z}\right) + \frac{\omega_b^2 \gamma^{-1}}{uc} \left(E_x - \frac{u}{c} B_y\right) = 0; \quad (20)$$

$$\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \left[\left(\frac{1}{u} \frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z}\right)^2 + \frac{\omega_b^2 \gamma^{-3}}{u^2} \right] E_z = \frac{\partial}{\partial x} \left[\left(\frac{1}{u} \frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z}\right)^2 B_y + \frac{\omega_b^2 \gamma^{-1}}{uc} \left(E_x - \frac{u}{c} B_y\right) \right]. \quad (21)$$

Далее положим: $E_z = A \exp(-i\omega t + ik_x x + ik_z z)$. В аналогичной форме представим E_x , B_y . При этом система дифференциальных уравнений (20), (21) и (14) преобразуется в систему однородных алгебраических уравнений, а из условия существования ненулевых решений последней — равенства нулю ее определителя — вытекает характеристическое уравнение:

$$\left[1 - \frac{\omega_b^2 \gamma^{-3}}{(\omega - k_z u)^2} \right] \left[k_z^2 + k_x^2 - \frac{\omega^2}{c^2} + \frac{\omega_b^2 \gamma^{-1}}{c^2} \right] = 0.$$

Из него можно выразить продольные волновые числа k_z как функцию ω и k_x . Волны, у которых

$$k_1 = \frac{\omega}{u} + \omega_b \gamma^{-3/2} \quad \text{и} \quad k_2 = \frac{\omega}{u} - \omega_b \gamma^{-3/2},$$

условно назовем медленной и быстрой пучковыми волнами, соответственно,

а волны, имеющие $k_3 = \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} - k_x^2 - \frac{\omega_b^2 \gamma^{-1}}{c^2}}$ и $k_4 = -\sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} - k_x^2 - \frac{\omega_b^2 \gamma^{-1}}{c^2}}$, —

попутной и встречной электромагнитными волнами.

Итак, каждой собственной частоте резонатора ω соответствуют четыре волны с различными продольными волновыми числами. Из системы дифференциальных уравнений (20), (21), (14) находим, что составляющие самосогласованного поля в области, занятой пучком, выражаются формулами:

$$E_z = e^{-i\omega t} \left(e^{ik_x x} \pm e^{-ik_x x} \right) \sum_{v=1}^4 A_v e^{ik_v z}; \quad (22)$$

$$E_x = e^{-i\omega t} \left(e^{ik_x x} \mp e^{-ik_x x} \right) \sum_{\nu=1}^4 \frac{A_\nu e^{ik_\nu z} k_x c}{k_\nu^2 c^2 - \omega^2 + \omega_b^2 \gamma^{-1}} \left(k_\nu c - \frac{\omega_b^2 \gamma^{-1} u/c}{\omega - k_\nu u} \right); \quad (23)$$

$$B_y = e^{-i\omega t} \left(e^{ik_x x} \mp e^{-ik_x x} \right) \sum_{\nu=1}^4 \frac{A_\nu e^{ik_\nu z} k_x c}{k_\nu^2 c^2 - \omega^2 + \omega_b^2 \gamma^{-1}} \left(\omega - \frac{\omega_b^2 \gamma^{-1}}{\omega - k_\nu u} \right). \quad (24)$$

Двойные знаки в круглых скобках учитывают два возможных типа симметрии поля относительно поперечной координаты X : E_z — четная функция, E_x и B_y — нечетные; E_z — нечетная функция, E_x , B_y — четные.

Нелокальный характер связи между полем и индуцированными зарядом и током пучка, выражаемый формулами (12) и придающий уравнениям поля интегродифференциальную форму, приводит к тому, что решениями этих уравнений являются не независимые плоские волны фиксированной частоты, а комбинации таких волн, находящихся между собой в определенных амплитудных и фазовых соотношениях. Иными словами, нельзя возбудить какую-либо одну из них, не возбудив при этом три остальные. В данной задаче связь между комплексными амплитудами волн имеет вид:

$$\frac{A_{1,2}}{A_4} = \pm \frac{\omega_b \gamma^{1/2} (\omega \pm \omega_b \gamma^{1/2}) [k_x^2 u^2 \gamma^2 + k_3 u [(k_x^2 u^2 \gamma^2 + \omega^2)^2 \omega_b^2 \gamma (k_x^2 u^2 \gamma^2 - \omega^2)] + (\omega \mp \omega_b \gamma^{1/2})^2 k_3 u]}{\omega \omega_b^2 \gamma [k_x^2 u^2 \gamma^2 (1 + \gamma^{-2}) + \frac{u^2}{c^2} (\omega_b^2 \gamma - \omega^2)]}; \quad (25)$$

$$\frac{A_3}{A_4} = 1 - \frac{k_1 A_1 + k_2 A_2}{k_3 A_4}.$$

Эти формулы вместе с (22)—(24) определяют пространственную структуру электромагнитного поля, имеющего собственную частоту резонатора, в области, занятой релятивистским пучком.

Для получения дисперсионных уравнений нужно использовать граничные условия (16). Подстановка (23) в первое из них приводит к уравнению:

$$\frac{k_x^2 u^2 \gamma^2}{\omega + \omega_b \gamma^{1/2}} (e^{ik_1 L} - e^{-ik_2 L}) \frac{A_1}{A_4} + \left(\frac{\omega_b^2 \gamma^{-1} u^2 / c^2}{\omega - k_3 u} - k_3 u \right) (e^{ik_2 L} - e^{-ik_2 L}) \frac{A_3}{A_4} + \left(\frac{\omega_b^2 \gamma^{-1} u^2 / c^2}{\omega + k_3 u} + k_3 u \right) (e^{-ik_3 L} - e^{ik_2 L}) = 0. \quad (26)$$

Чтобы воспользоваться вторым граничным условием, необходимо сконструировать решение системы уравнений (13)—(15) в области, не занятой пучком, т. е. при $h \leq |x| \leq R$. Оно имеет вид:

$$\begin{aligned}
 E_z &= e^{-i\omega t} \sum_{n=0}^{\infty} E_{zn} \cos \frac{n\pi}{L} Z \left(e^{ik_{zn}(R-|x|)} - e^{-ik_{zn}(R-|x|)} \right); \\
 E_x &= \frac{x}{|x|} e^{-i\omega t} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{in\pi}{k_{zn}L} E_{zn} \sin \frac{n\pi}{L} Z \left(e^{ik_{zn}(R-|x|)} + e^{-ik_{zn}(R-|x|)} \right); \\
 B_y &= \frac{x}{|x|} e^{-i\omega t} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\omega}{k_{zn}^c} E_{zn} \cos \frac{n\pi}{L} Z \left(e^{ik_{zn}(R-|x|)} + e^{-ik_{zn}(R-|x|)} \right),
 \end{aligned} \quad (27)$$

$$\text{где } k_{zn} = \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} - \frac{n^2\pi^2}{L^2}}.$$

Коэффициенты E_{zn} определяются из условия непрерывности полей \vec{E} , \vec{B} при $x = \pm h$ (условия "сшивания" формул (27) и (22)–(24)). В результате получается второе уравнение:

$$\frac{e^{ik_x h} \pm e^{-ik_x h}}{e^{ik_x h} \mp e^{-ik_x h}} \frac{e^{ik_{zn}(R-h)} + e^{-ik_{zn}(R-h)}}{e^{ik_{zn}(R-h)} - e^{-ik_{zn}(R-h)}} = \quad (28)$$

$$= \frac{\sum_{v=1}^4 \frac{A_v k_{zn} k_x c^2}{k_v^2 c^2 - \omega^2 + \omega_b^2 \gamma^{-1}} \left(1 - \frac{\omega_b^2 \gamma^{-1} / \omega}{\omega - k_v u} \right) \int_0^L e^{ik_v z} \cos \frac{n\pi}{L} Z dz}{\sum_{v=1}^4 A_v \int_0^L e^{ik_v z} \cos \frac{n\pi}{L} Z dz},$$

$n = 0, 1, 2, \dots$

Верхний знак в левой части (28) относится к четной функции $E_z(x)$, нижний — к нечетной.

Итак, дисперсионные уравнения для определения собственных частот резонатора выражаются формулами (25), (26) и (28). Точное решение этих уравнений возможно только с использованием ЭВМ. Однако для организации численных расчетов желательно иметь грубые ("затравочные") значения входящих в уравнения величин k_z , k_x , ω . В противном случае потребовалось бы слишком много машинного времени, поскольку каждая из этих величин комплексна. В следующем разделе мы попытаемся найти приближенные аналитические решения дисперсионных уравнений, наложив определенные ограничения на параметры системы ω_0 , h , R , L .

Разумеется, полученные ниже решения не могут претендовать на хорошую точность, скорее, они будут иметь оценочный характер, но зато дадут представление о структуре частотного спектра системы, возбуждаемого пучком электромагнитного поля, и позволят в грубых чертах понять динамику самого пучка.

АНАЛИТИЧЕСКОЕ РЕШЕНИЕ ДИСПЕРСИОННЫХ УРАВНЕНИЙ. ЧАСТОТЫ ГЕНЕРАЦИИ И ИХ ИНКРЕМЕНТЫ. ЗАКОН "ТРЕХ СИНУСОВ"

При построении аналитического решения дисперсионных уравнений будем исходить из следующих допущений. Пусть плотность пучка мала в том смысле, что $\omega_b \gamma^{1/2} \ll \omega$ и $\omega_b^2 \gamma^{-1} u^2 / c^2 \ll \omega |k_z| u$. Вместе с тем резонатор представляет собой "длинную систему", в которой за пролетное

время, равное L/u , успевают возбудиться ленгмюровские колебания пучка. В "длинных системах", для которых $\sin \omega_b \gamma^{-3/2} L/u \approx 1$, реализуются наибольшие инкременты неустойчивости, пропорциональные $(n_b \gamma)^{1/2}$, в то время как в "коротких системах", где $\sin \omega_b \gamma^{-3/2} L/u \approx (\omega_b \gamma^{-3/2} L/u) \ll 1$, инкременты пропорциональные $n_b \gamma^{-1}$.

При сделанных допущениях спектр собственных частот резонатора с пучком будет близок к спектру частот пустого резонатора. В равной степени пространственная структура самосогласованного поля будет мало отличаться от структуры собственных мод пустого резонатора.

Итак, положим, что $\omega_b = 0$, тогда из формул (25) следует: $A_1 = A_2 = 0$, $A_3/A_4 = 0$. При этом уравнения (26) и (28) принимают вид:

$$k_3 (e^{ik_3 L} - e^{-ik_3 L}) = 0;$$

$$e^{ik_{xn} R} \pm e^{-ik_{xn} R} = 0,$$

откуда легко определяются собственные числа для пустого резонатора:

$$k_3^{(0)} = \frac{n\pi}{L}, n = 0, 1, 2, \dots$$

$$k_x^{(0)} = k_{xn}^{(0)} = \frac{(s-1/2)\pi}{R}, \omega_{ns}^{(0)} = c\pi \sqrt{\frac{(s-1/2)^2}{R^2} + \frac{n^2}{L^2}}, s = 1, 2, \dots$$

при четных $E_z(x)$

$$\text{и } k_x^{(0)} = k_{xn}^{(0)} = \frac{s\pi}{R}, \omega_{ns}^{(0)} = c\pi \sqrt{\frac{s^2}{R^2} + \frac{n^2}{L^2}}, s = 1, 2, \dots$$

при нечетных $E_z(x)$.

Произведя разложение искомым собственным числам резонатора с пучком, а также комплексных амплитуд продольного поля A_n вблизи соответствующих величин для пустого резонатора, находим из формул (32) и дисперсионных уравнений (при $n = 0$):

$$\frac{A_1}{A_4} = -\frac{A_2}{A_4} = \frac{\omega_b \gamma^{-3/2}}{\omega_{0s}^{(0)}}, \frac{A_3}{A_4} = 1 - \frac{2\omega_b^2 \gamma^{-3} u^2 / c^2}{\omega_{0s}^{(0)} k_3 u} \approx 1; \tag{29}$$

$$k_3^2 c^2 = \omega_b \gamma^{1/2} \frac{u}{L} \sin \omega_b \gamma^{-3/2} \frac{L}{u} e^{i\omega_{0s}^{(0)} \frac{L}{u}}; \tag{30}$$

$$\omega_{0s} = \frac{(s-1/2)\pi c}{R} + \left[\frac{k_3^2 c^2 h}{(2s-1)\pi c} + \frac{\omega_b^2 \gamma^{-1} h}{(2s-1)\pi c} \right] \left[1 + \frac{\sin(2s-1)\pi h / R}{(2s-1)\pi h / R} \right] \tag{31}$$

при четных $E_z(x)$,

$$\omega_{0s} = \frac{\pi c}{R} + \left(\frac{k_3^2 c^2 h}{2\pi c} + \frac{\omega_b^2 \gamma^{-1} h}{2\pi c} \right) \left(1 - \frac{\sin 2\pi h / R}{2\pi h / R} \right) \quad (32)$$

при нечетных $E_z(x)$.

$$k_{x0} c = \omega_{0s} - \frac{\omega_b^2 \gamma^{-1} + k_3^2 c^2}{2\omega_{0s}^{(0)}}.$$

При подстановке в формулы (31), (32) выражения (30) они характеризуют собственные частоты резонатора в присутствии пучка для случая $n = 0$, когда продольная составляющая поля почти однородна по Z . Из них видно, что эти частоты комплексны в силу того, что комплексным является продольное волновое число k_3 (как и все остальные продольные числа). Исключение составляет случай, когда между скоростью пучка и размерами резонатора имеется определенная связь, а именно,

$$\frac{c}{u} \frac{L}{R} (s - 1/2) = \mu \quad \text{или} \quad \frac{c}{u} \frac{L}{R} s = \mu, \quad (33)$$

где μ — целое число.

При $n = 1, 2, 3, \dots$, имеем:

$$\frac{A_1}{A_4} = -\frac{A_2}{A_4} = \frac{\omega_b \gamma^{-3/2} \omega_{ns}^{(0)}}{\omega_{ns}^{(0)2} - k_3^{(0)2} u^2}; \quad (34)$$

$$\frac{A_3}{A_4} = 1 - \frac{2\omega_b^2 \gamma^{-3} u^2 / c^2 \left[\omega_{ns}^{(0)2} - k_3^{(0)2} c^2 (1 + \gamma^{-2}) \right] \omega_{ns}^{(0)}}{k_3 u \left(\omega_{ns}^{(0)2} - k_3^{(0)2} u^2 \right)^2};$$

$$k_3 = \frac{n\pi}{L} + \chi_3 = \frac{n\pi}{L} + (-1)^n \frac{\omega_b \gamma^{1/2} u / c^2 \sin \omega_b \gamma^{-3/2} L / u}{n\pi (1 + n^2 R^2 \gamma^{-2} / s^2 L^2)} e^{i\omega_{ns}^{(0)} \frac{L}{u}} \quad (35)$$

в случае нечетных функции $E_z(x)$.

При четных же $E_z(x)$ в формулу (35) вместо s входит $s - 1/2$. Спектр собственных частот дается выражением

$$\omega_{ns} = \omega_{ns}^{(0)} + \frac{\omega_b^2 \gamma^{-1} h}{2c s \pi (1 + n^2 R^2 / s^2 L^2)^{1/2}} \left(1 \mp \frac{1 - n^2 R^2 \gamma^{-2} / s^2 L^2 \sin 2s\pi h / R}{1 + n^2 R^2 \gamma^{-2} / s^2 L^2} \frac{\sin 2s\pi h / R}{2s\pi h / R} \right) + \quad (36)$$

$$+ \frac{n\pi h c \chi_3}{s\pi L (1 + n^2 R^2 / s^2 L^2)^{1/2}} \left(1 \mp \frac{\sin 2s\pi h / R}{2s\pi h / R} \right), \quad (E_z(x) \text{ нечетно}).$$

При четной функции $E_z(x)$ в (36) берется нижний знак и делается замена $s \rightarrow s - 1/2$.

Как и в случае $n = 0$, продольные волновые числа, а следовательно, и собственные частоты резонатора, комплексны, т. е. электронный пучок неустойчив. В данной системе, подобно рассмотренной в работе [8], проявляется монотронная неустойчивость, обусловленная взаимодействием пучка с возбуждаемыми им волновыми пакетами, т. е. волнами, амплитуда которых неоднородна в пространстве. При двумерном движении электронов не только продольные, но и поперечные волновые числа k_x комплексны.

Теперь выпишем инкременты монотронной неустойчивости и проведем их сравнение.

$$\text{Im} \omega_{0s} = \omega_b \gamma^{1/2} \frac{u h}{c L} \frac{\sin \omega_b \gamma^{-3/2} L / u}{(2s-1)\pi} \left(1 + \frac{\sin(2s-1)\pi h / R}{(2s-1)\pi h / R} \right) \sin(2s-1)\pi \frac{c L}{u R}, \quad (37)$$

для случая четной функции $E_z(x)$.

$$\text{Im} \omega_{0s} = \omega_b \gamma^{1/2} \frac{u h}{c L} \frac{\sin \omega_b \gamma^{-3/2} L / u}{2s\pi} \left(1 - \frac{\sin 2s\pi h / R}{2s\pi h / R} \right) \sin 2s\pi \frac{c L}{u R}, \quad (38)$$

при нечетной $E_z(x)$.

$$\begin{aligned} \text{Im} \omega_{ns} = & (-1)^n \omega_b \gamma^{1/2} \frac{u h}{c L} \frac{\sin \omega_b \gamma^{-3/2} L / u}{\pi(s-1/2) \left(1 + \frac{n^2 R^2}{(s-1/2)^2 L^2} \right)^{1/2}} \left[1 + \right. \\ & \left. + \frac{\sin(2s-1)\pi h / R}{(2s-1)\pi h / R} \right] \frac{\sin n\pi \frac{c}{u} \sqrt{1 + \frac{(s-1/2)^2 L^2}{n^2 R^2}}}{1 + \frac{n^2 R^2 \gamma^{-2}}{(s-1/2)^2 L^2}}, \end{aligned}$$

при четной $E_z(x)$.

$$\begin{aligned} \text{Im} \omega_{ns} = & (-1)^n \omega_b \gamma^{1/2} \frac{u h}{c L} \frac{\sin \omega_b \gamma^{-3/2} L / u}{\pi s \left(1 + \frac{n^2 R^2}{s^2 L^2} \right)^{1/2}} \left(1 - \right. \\ & \left. - \frac{\sin 2s\pi h / R}{2s\pi h / R} \right) \frac{\sin n\pi \frac{c}{u} \sqrt{1 + \frac{s^2 L^2}{n^2 R^2}}}{1 + \frac{n^2 R^2 \gamma^{-2}}{s^2 L^2}} \quad \text{при нечетной } E_z(x). \end{aligned}$$

Каждый из инкрементов неустойчивости зависит от значения трех синусов. Роль первого из них, т. е. $\sin \omega_b \gamma^{-3/2} L / u$, была обсуждена выше: он подразделяет системы на "длинные" и "короткие" с различной зависимостью инкремента от плотности пучка n_b и релятивистского фактора γ . Второй синус, аргумент которого равен $2\pi s h / R$ или $(2s - 1)\pi h / R$, также может сильно влиять на величину инкремента. Например, очень тонкий пучок, у которого $h/R \ll 1$, при $s = 1$ с гораздо меньшим инкрементом возбуждает

волны с нечетной функцией $E_z(x)$, нежели волны с четной $E_z(x)$, поскольку множитель

$$\left(1 - \frac{\sin 2\pi h / R}{2\pi h / R}\right)$$

в этом случае будет мал по сравнению с единицей. Другими словами, такой пучок будет быстрее "раскачивать" волны, вызывающие его фокусировку и дефокусировку, чем волны, которые изгибают пучок и придают ему змеевидную форму. Для "толстого" пучка в зависимости от знака этого синуса картина может быть обратной.

Особенно сильно влияет на инкремент неустойчивости третий синус — синус "пролетного угла" электрона. Его аргумент равен изменению фазы волн за время пролета электрона через резонатор, т. е. $\omega_{ns}^{(0)} L / u$. Размеры резонатора можно подобрать такими, что неустойчивость на данной частоте будет полностью подавлена. И, наоборот, подбором этих размеров можно стимулировать развитие неустойчивости на нужной частоте.

Наконец, отметим общую тенденцию уменьшения инкрементов с ростом продольного n и поперечного s квантовых чисел, определяющих собственные частоты пустого резонатора. Эта тенденция проявляется по квантовому числу n всегда, а по числу s — после прохождения инкрементом максимума при значениях s , определяемых из уравнения:

$$\frac{s^2 L^2}{n^2 R^2} = \frac{1}{2} \frac{u^2}{c^2} + \sqrt{\frac{u^4}{4c^4} + 1}.$$

На фоне общей тенденции реализуются экстремумы инкремента, обусловленные значениями синуса "пролетного угла".

Из сказанного можно сделать вывод о том, что благодаря обилию параметров, от которых зависят инкременты неустойчивостей, имеются широкие возможности для управления темпами ее развития в той или иной области частот генерации.

ПРОСТРАНСТВЕННАЯ СТРУКТУРА ПОЛЯ В РЕЗОНАТОРЕ. ТРАЕКТОРИИ ЭЛЕКТРОНОВ И ФОРМА ПУЧКА

Попробуем в грубых чертах описать пространственную структуру возбуждаемого пучком поля, что даст нам представление о силах, действующих на пучок, а это, в свою очередь, позволит определить характер траектории электронов и форму пучка в различные моменты времени.

Если не прибегать к специальному подбору параметров для подавления той или иной неустойчивости, то можно утверждать, что наибольшими инкрементами обладают волны с $n = 0$ и $s = 1$. Выше неоднократно отмечалось, что в волноводе возбуждаются волновые поля с двумя типами симметрии:

1. $E_z(x)$ — четная функция, E_x, B_y — нечетные функции координаты X .

При этом сила, перпендикулярная к скорости пучка, $F_x = e(E_x - \frac{u}{c} B_y)$ — нечетная функция X , и поэтому она не может вызывать изгиба пучка, а только изменяет его толщину, т. е. осуществляет фокусировку и дефокусировку пучка.

2. $E_z(x)$ — нечетная функция, а E_x, B_y — четные. Поперечная сила F_x действует на все электроны в данном сечении пучка в одну и ту же сторону и вызывает его изгиб.

При грубом анализе два указанных эффекта можно описывать независимо. Если мы намерены описать изгиб пучка, нужно проинтегрировать дифференциальное уравнение движения электрона, принадлежащего центру масс пучка. На него действует только симметричная по X поперечная сила. Наоборот, при описании фокусировки и дефокусировки пучка можно игнорировать силу, изгибающую его, приняв во внимание то обстоятельство, что, согласно формулам (37), (38), инкремент нарастания поля с первым типом симметрии, по крайней мере, вдвое превосходит инкремент нарастания поля, вызывающего изгиб пучка.

Из формул (22) — (24) и (29) находим структуру поля, изгибающего пучок:

$$E_z \approx 4iE_0 e^{-i\omega_{01}t} \sin \frac{\pi}{R} x \left(1 + i \frac{\omega_b \gamma^{-3/2}}{\omega_{01}^{(0)}} \sin \omega_b \gamma^{-3/2} \frac{z}{u} e^{i\omega_{01}^{(0)} \frac{z}{u}} - \frac{\omega_b^{1/2} u Z^2}{Lc^2} \sin \omega_b \gamma^{-3/2} \frac{L}{u} e^{i\omega_{01}^{(0)} \frac{L}{u}} \right);$$

$$E_x \approx 4iE_0 e^{-i\omega_{01}t} \frac{\omega_b \gamma^{1/2} u R}{\pi c^2} \cos \frac{\pi}{R} x \left(\sin \omega_b \gamma^{-3/2} \frac{z}{u} e^{i\pi \frac{cZ}{uR}} - \frac{Z}{L} \sin \omega_b \gamma^{-3/2} \frac{L}{u} e^{i\pi \frac{cL}{uR}} \right),$$

$$B_y \approx -4E_0 e^{-i\omega_{01}t} \cos \frac{\pi}{R} x \left(1 - \frac{\omega_b \gamma^{1/2} u^2 R}{\pi c^3} \sin \omega_b \gamma^{-3/2} \frac{z}{u} e^{i\pi \frac{cZ}{uR}} \approx \approx -4E_0 e^{-i\omega_{01}t} \cos \frac{\pi}{R} x, \right.$$

где E_0 — амплитуда встречной электромагнитной волны. При этом поперечная сила, вызывающая изгиб пучка, равна:

$$F_x = e \left(E_x - \frac{u}{c} B_y \right) \approx -e \frac{u}{c} B_y \approx 4e \frac{u}{c} E_0 e^{-i\omega_{01}t} \cos \frac{\pi}{R} x.$$

Теперь нетрудно найти траекторию центра масс поперечного сечения пучка. Поделим суммарную силу, действующую на электроны, находящиеся в слое единичной длины в направлении оси OY и бесконечно малой ширины dZ , на их суммарную массу. В результате получаем проекцию ускорения центра масс на ось OX :

$$\ddot{x} = \frac{1}{2hm} \int_{-h}^h F_x dx = \frac{4eE_0 u R}{\pi m c h} \sin \pi \frac{h}{R} e^{-i\omega_{01}t}. \quad (39)$$

Движение центра масс в направлении оси OZ можно считать равномерным, поскольку в линейном приближении осцилляции продольной скорости электронов малы по сравнению с невозмущенной скоростью пучка. Поэтому $Z \approx u(t - t_0)$, где t_0 — момент влета электрона в резонатор. Отсюда

$$t \approx t_0 + \frac{z}{u}. \quad (40)$$

После подстановки (40) в (39) приходим к дифференциальному уравнению траектории с нулевыми начальными условиями:

$$\frac{d^2 x}{dz^2} = \ddot{x} / u^2 = \frac{4e E_0 R}{\pi u c m h} \sin \pi \frac{h}{R} e^{-i \omega_{01} t_0} e^{-i \omega_{01} \frac{z}{u}},$$

которое легко интегрируется и приводит к результату:

$$x = -i \frac{4e E_0 R^2}{\pi^2 u c^2 m h} \sin \pi \frac{h}{R} e^{-i \omega_{01} t_0} \left[Z + \frac{u}{i \omega_{01}} (e^{-i \omega_{01} \frac{z}{u}} - 1) \right], \quad (41)$$

описывающему траекторию центра масс пучка при условии, что от функции, входящей в правую часть равенства, берется только реальная часть. Вблизи входа пучка в резонатор, в области $\omega_{01} Z / u \approx \pi \frac{c}{u} \frac{Z}{R} \ll 1$, в результате разложения правой части (41) получаем, как и следовало ожидать, параболическую траекторию:

$$x = \frac{2e E_0 R}{m \pi u c h} \sin \pi \frac{h}{R} e^{\delta_{01} t_0} Z^2 \cos \pi \frac{c t_0}{R}.$$

Вдали от места инжекции, в области $Z \gg u / \omega_{01} = u R / c \pi$, второе слагаемое в квадратных скобках в формуле (41) можно отбросить, что приводит к прямолинейной траектории:

$$x = -\frac{4e E_0 R^2}{m \pi^2 c^2 h} \sin \pi \frac{h}{R} e^{\delta_{01} t_0} Z \sin \pi \frac{c t_0}{R}.$$

Область прямолинейной траектории существует, если выполнено неравенство $\frac{u}{c} R \ll \pi L$.

Уравнение траектории центра масс пучка, пригодное при любых значениях Z , имеет вид:

$$x = -\frac{4e E_0 R^2}{m \pi^2 c^2 h} \sin \pi \frac{h}{R} e^{\delta_{01} t_0} \left[Z \sin \pi \frac{c t_0}{R} + \frac{u R}{c \pi} \left(\cos \frac{\pi c}{R} \left(t_0 + \frac{Z}{u} \right) - \cos \frac{\pi c t_0}{R} \right) \right], \quad (42)$$

Для описания формулы линии центров масс пучка в различные моменты времени нужно в правой части (42) сделать замену $t_0 = t - \frac{z}{u}$. В результате получаем:

$$x = -\frac{4e E_0 R^2}{m \pi^2 c^2 h} \sin \pi \frac{h}{R} e^{\delta_{01} \left(t - \frac{z}{u} \right)} \left[Z \sin \pi \frac{c}{R} \left(t - \frac{z}{u} \right) + \frac{u R}{c \pi} \left(\cos \frac{\pi c}{R} t - \cos \frac{\pi c}{R} \left(t - \frac{z}{u} \right) \right) \right]. \quad (43)$$

Вдали от входа пучка в резонатор ($Z \gg \frac{uR}{c\pi}$) форма линии центров масс определяется первым слагаемым в квадратных скобках (43). В данной области четко проявляется змеевидный характер этой линии с возрастающим размахом поперечных колебаний в направлении выхода пучка из резонатора. Как следует из формулы, одна полная осцилляция в поперечном направлении происходит на длине, равной $2R\frac{u}{c}$.

Изменение толщины пучка по длине, т. е. его фокусировку и дефокусировку, можно грубо описать, исходя из следующих соображений. Начальная толщина пучка $2h$ равна разности $(x_{\max} - x_{\min})|_{z=0}$. Толщину пучка при произвольном Z обозначим через $H(Z)$. Учитывая симметрию задачи, ее можно считать равной удвоенному значению модуля координаты $X(Z)$ того электрона, который на входе в резонатор имел $X = h$. Для нахождения его траектории составим дифференциальное уравнение:

$$\frac{d^2 x}{dz^2} = \ddot{x} / u^2 = \frac{4eE_0}{ucm} \sin \pi \frac{x}{2R} e^{\delta_{01} t_0} \cos \frac{\pi c Z}{2uR}. \quad (44)$$

При записи этого уравнения было учтено, что наибольшее фокусирующее и дефокусирующее действие на пучок оказывает волновое поле, которое создает нечетную по координате X поперечную силу, максимальную на входе пучка в резонатор.

Уравнение (44) при произвольных значениях Z и X описывает нелинейные колебания математического маятника с периодически изменяющейся длиной. Его, по-видимому, можно проинтегрировать только численными методами. Однако для тонкого пучка ($h \ll R$) вблизи входа в резонатор, т. е. в области $\frac{cZ}{uR} \ll 1$, оно легко интегрируется, так как после разложения тригонометрических функций в ряд приобретает вид, характерный для линейного осциллятора с постоянной длиной:

$$\frac{d^2 x}{dz^2} + k^2 x = 0, \quad (45)$$

где
$$k^2 = \frac{2|eE_0|\pi}{mucR} e^{\delta_{01} t_0}, \quad (46)$$

а δ_{01} определяется формулой (37). Начальные условия для уравнения (45) имеют вид:

$$x|_{z=0} = h, \quad \frac{dx}{dz}|_{z=0} = 0.$$

В результате интегрирования получаем:

$$H(z) = 2h|\cos kz|. \quad (47)$$

Несмотря на жесткость наложенного ограничения на область действия формулы (47), она имеет определенную ценность, поскольку описывает эффект фокусировки и дефокусировки пучка и показывает, что пространственный масштаб этого поперечного эффекта, равный $2\pi/k$ (длина, на которой происходит осцилляция толщины пучка), определяется амплитудой

поля $E_0 \exp(\delta_{01} t_0)$, которая вследствие неустойчивости нарастает во времени и уменьшает этот масштаб.

Линейный вариант уравнения (44) был исследован в работе [12] в связи с параметрическим резонансом. Установлено, что одно из двух линейно независимых решений представляет собой произведение нарастающего множителя $\exp(cZ/4uR)$ на периодическую функцию переменной Z с периодом $4\frac{u}{c}R$. Таким образом, в направлении движения пучка в каждый фиксированный момент времени должны присходить осцилляции толщины пучка с экспоненциально нарастающим размахом. Оба эффекта: уменьшение пространственного масштаба осцилляций толщины пучка с течением времени и нарастание их амплитуды в направлении выхода из резонатора — четко проявляются в численном эксперименте работы [9] (рис. 2).

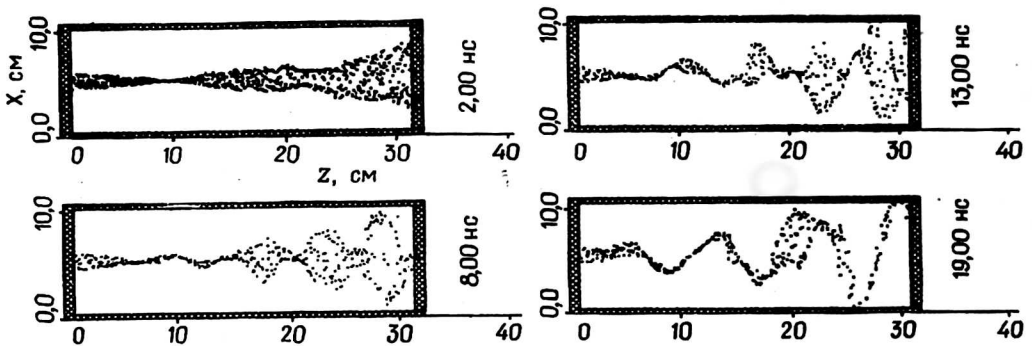


Рис. 2. Распределение частиц пучка на плоскости XZ в различные моменты времени

СТАЦИОНАРНЫЕ ВОЛНЫ. ПРИМЕР ПОДАВЛЕНИЯ НЕУСТОЙЧИВОСТИ

Выше отмечалось, что при выполнении определенных соотношений между параметрами пучка и резонатора та или иная из собственных частот системы оказывается вещественной. Это означает, что амплитуды волн данной частоты не нарастают во времени. Взаимодействие пучка с такими волнами изменяет его функцию распределения, но энергетический баланс взаимодействия является нулевым. В линейном приближении парциальные плотности пучка δn и энергии электронов $\delta \epsilon$ на выходе из резонатора удовлетворяют условию:

$$\int_{-h}^h \left(\frac{\delta n}{n_0} + \frac{c^2}{u^2} \frac{\delta \epsilon}{\epsilon_0} \right) dx = 0, \quad (48)$$

которое выразит точное равенство количества энергии, вносимого пучком в резонатор за единицу времени, и выносимого из него. Множитель c^2/u^2 у второго слагаемого учитывает пропорциональность модуляции скорости и энергии электронов. Из равенства (48) следует вывод: модуляции плотности и энергии на данной частоте сфазированы так, что число электронов, покидающих резонатор с положительным приращением энергии, меньше числа электронов, входящих в резонатор, а число электронов, отдавших энергию электромагнитному полю, больше числа электронов, вошедших

в резонатор с заданной энергией. Волны, амплитуда которых не нарастает во времени, естественно назвать стационарными.

Изучение спектра стационарных волн представляет интерес в связи с возможностью подавления наиболее опасных неустойчивостей, препятствующих транспортировке пучка через резонатор. Рассмотрим конкретный пример, иллюстрирующий такую возможность. Из рис. 2 видно, что транспортировка пучка с начальной толщиной 2 см, током 1 кА/см и энергией электронов 2 МэВ через резонатор с шириной 10 см и длиной 30 см дольше 13—15 нс невозможна, поскольку пучок, приобретая змеевидную форму, попадает на стенки резонатора. Развита в данной работе линейная теория объясняет этот факт тем, что из волн, вызывающих изгиб пучка, максимальным инкрементом обладают те, которым соответствует наименьшая собственная частота резонатора для поля с нечетной функцией $E_z(x)$. Отсюда следует, что изменение параметров резонатора волной этой частоты можно сделать стационарными, т. е. полностью подавить наиболее опасную неустойчивость и тем самым обеспечить транспортировку пучка в течение более длительного промежутка времени.

Численное решение уравнений (25), (26) и (28) при вещественном значении ω позволило определить ширину резонатора, при которой упомянутое выше волновое поле является стационарным. Эта ширина получилась равной 15,2 см. Длина резонатора и все параметры пучка были оставлены неизменными. Численный эксперимент, проведенный по методике работы [9], полностью подтвердил предсказание линейной теории: в резонаторе шириной 15 см в течение длительного промежутка времени пучок остается симметричным относительно осевой линии, т. е. не испытывает изгиба (рис. 3). При этом неустойчивость, приводящая к модуляциям толщины пучка, остается не подавленной, и теперь она препятствует его транспортировке. Линейная теория предсказывает подавление этой неустойчивости при ширине резонатора 8,5 см.

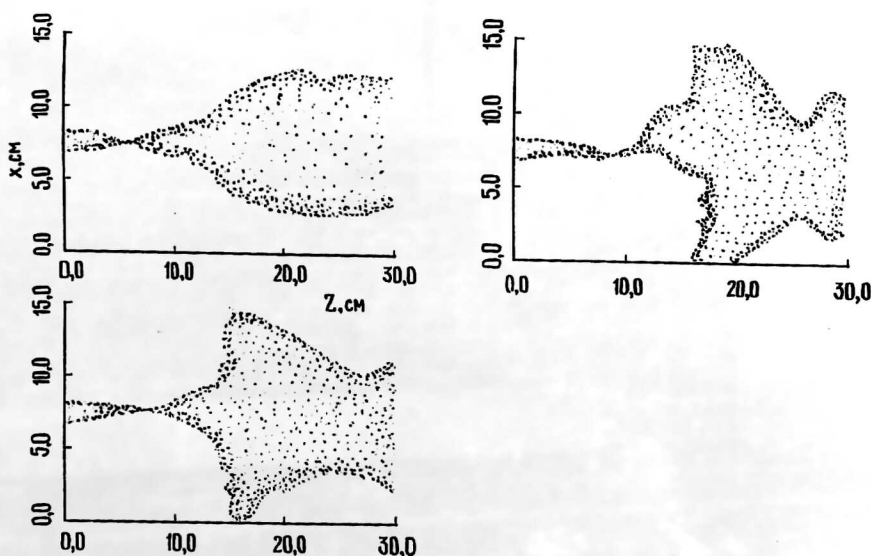


Рис. 3. Форма пучка в последовательные моменты времени, иллюстрирующая подавление неустойчивости, приводящей к изгибу пучка

Временные и пространственные характеристики волнового поля в резонаторе шириной 15,2 см таковы:

пролетный угол электрона $\omega L/u = 12,669951 \approx 4\pi$;

циклическая частота резонатора с пучком мало отличается от собственной частоты пустого резонатора $\omega \approx \omega_0 = \pi c/R$;

поперечное волновое число за пределами пучка, т. е. в вакууме, также близко к значению, не возмущенному пучком, $k_x \approx \omega_0/c = \pi/R$;

поперечное волновое число в области, занятой пучком, заметно отличается от соответствующего числа в вакууме $k_x \approx 3\pi/4R$;

продольное волновое число для попутной электромагнитной волны $k_z \approx 3\pi/7L$;

продольные волновые числа медленной и быстрой пучковых волн приближенно равны $k_1 \approx 9\pi/2L$ и $k_2 \approx 7\pi/2L$.

Приведенные данные позволяют сделать вывод о том, что при данной ширине резонатора пучок мало изменяет пространственные и временные характеристики поля пустого резонатора в вакууме. Волновое поле внутри пучка "подстраивается" под эти характеристики так, чтобы поперечное и продольные волновые числа оставались вещественными, что и обеспечивает равенство нулю инкремента неустойчивости на данной частоте. При другой ширине резонатора эти числа комплексны и инкремент отличен от нуля. Уместо отметить, что пучок с указанными выше характеристиками является достаточно плотным в том смысле, что у него $\omega_B^{1/2} \approx 3,29\omega$, а амплитуды возбуждаемых им пучковых волн не слишком малы по сравнению с амплитудами электромагнитных волн:

$$A_1/A_4 = 0,097, \quad A_2/A_4 = 0,09, \quad A_3/A_4 = -0,76.$$

Напомним, что A_4 — амплитуда встречной электромагнитной волны. Пучковые волны находятся в фазе с этой волной, а попутная электромагнитная — в противофазе. Связь между параметрами пучка и резонатора имеет вид:

$$\frac{c}{u} \frac{L}{R} = 4 \text{ с точностью } 0,5 \%$$

и полностью соответствует второй формуле (33) при $s = 1$, $\mu = 4$.

Таким образом, рассмотренный пример подавления неустойчивости является убедительным подтверждением соответствия линейной теории результатам численного эксперимента. Более подробный анализ этого соответствия будет дан в следующем разделе.

СРАВНЕНИЕ ЛИНЕЙНОЙ ТЕОРИИ С РЕЗУЛЬТАТАМИ ЧИСЛЕННОГО ЭКСПЕРИМЕНТА

Сформулируем основные выводы изложенной выше линейной теории неустойчивости ленточного РЭП, не стабилизированного внешним магнитным полем, и проанализируем их соответствие результатам численного эксперимента, представленным в работе [9].

1. Установлена пространственно-временная структура электромагнитного поля, возбуждаемого релятивистским пучком электронов в резонаторе на линейной стадии процесса, как в области, занятой пучком, так и за его пределами. Формулы (22)—(28), определяющие эту структуру, пригодны при произвольных значениях параметров пучка и резонатора.

2. Из линейной теории взаимодействия пучка с возбуждаемым им самим электромагнитным полем следует существование двух типов неустойчивости: одна из них "раскачивает" продольные колебания плотности пучка, причем электрическое поле втягивает электроны в области с большей напряженностью, что может привести к его разделению на сгустки, не связанные друг с другом; другая неустойчивость имеет монотронную природу, т. е. обусловлена взаимодействием пучка с волнами, амплитуды которых неоднородны в пространстве. Эти волны имеют продольно-поперечную структуру. За счет кинетической энергии пучка нарастает амплитуда продольной составляющей электрического поля, которая вследствие своей зависимости от поперечной координаты X порождает нарастающие во времени поперечные электрическое и магнитное поля, вызывающие изгиб и изменение толщины пучка, т. е. его фокусировку и дефокусировку.

Развитие монотронной неустойчивости, приводящей к этим двум поперечным эффектам, четко прослеживается на взятом из работы [9] рис. 2, где приведена форма пучка в различные моменты времени.

Формулы (17), (19), описывающие вынужденное решение системы интегродифференциальных уравнений для поля, отражают полную нейтрализацию тока пучка током смещения. В результате нейтрализации происходит локальное превращение кинетической энергии пучка в энергию продольного электрического поля. При этом в силу потенциальности поля поток электромагнитной энергии равен нулю.

Продольное поле, описываемое формулой (19), в области, примыкающей к месту инъекции пучка, тормозит электроны, влетающие в резонатор, а его нарастание во времени приводит в конечном счете к образованию виртуального катода. Это явление наглядно иллюстрирует рис. 4, полученный в результате численного эксперимента, основанного на интегрировании уравнений Максвелла и уравнении движения "крупных" частиц.

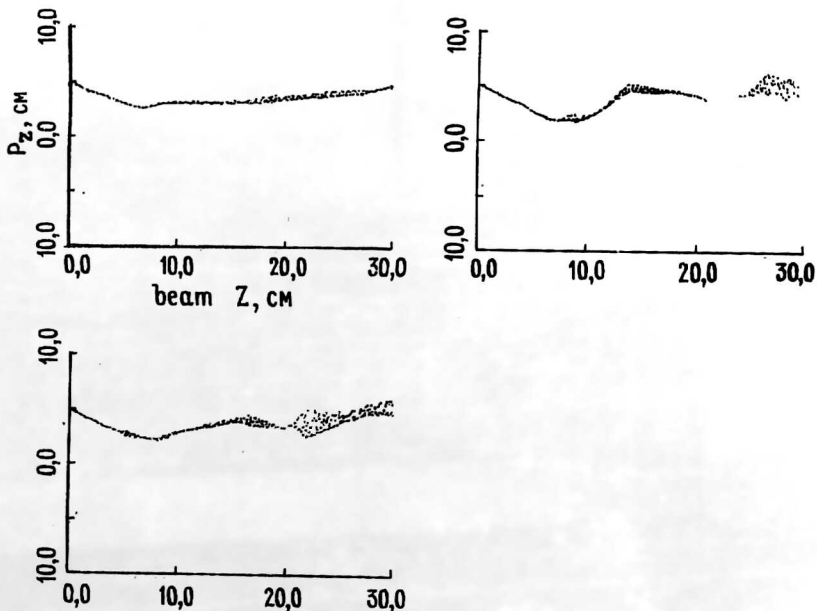


Рис. 4. Нарастание во времени ускоряющего продольного поля и появление ускоренных электронов на выходе из резонатора

Эксперимент подтверждает также и второй важный вывод, вытекающий из (19), а именно: самовоздействие пучка влечет за собой образование области ускорения электронов, примыкающей к правому торцу резонатора. Встречное поле в этой области тоже нарастает во времени, в результате чего на выходе из резонатора появляются электроны, продольный импульс которых больше, чем на входе в резонатор, несмотря на то, что эти электроны прошли вначале через область торможения. Этот эффект четко выражен на рис. 5. Подчеркнем, что поле (19) не может выйти на стационарное значение, ибо оно является элементом принципиально нестационарного электродинамического процесса.

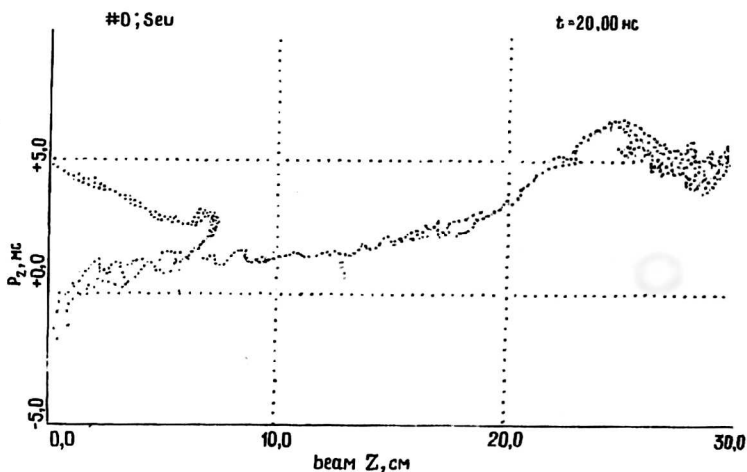


Рис. 5. Образование виртуального катода на нелинейной стадии процесса

3. Из приближенного аналитического решения дисперсионных уравнений определен спектр собственных частот резонатора, описываемый формулами (31), (32), (36). Электронный пучок малой плотности ($\omega_b \gamma^{1/2} \ll \omega$) сдвигает вещественную часть собственных частот пустого резонатора, зависящих только от его геометрических размеров, и порождает мнимую часть частот, иными словами приводит к нарастанию амплитуд волн во времени. Приведенный в работе [9] спектр частот генерации согласуется с формулами (31), (32) линейной теории.

4. Для пучка малой плотности получены приближенные аналитические формулы для инкрементов нарастания во времени амплитуд волнового поля. Установлен закон “трех синусов” и проанализированы возможности управления темпами развития неустойчивости на той или иной частоте. Сделан вывод о том, что при отсутствии специального подбора параметров системы наибольший инкремент соответствует частоте $\omega_{01} \approx \frac{\pi c}{2R}$, которая является наименьшей частотой волнового поля, вызывающего фокусировку и дефокусировку пучка, чередующиеся по его длине. Этот вывод линейной теории наглядно подтверждается рис. 2. Спустя 2 нс от начала инжекции, пучок уже оказывается промодулированным по толщине, но его осевая линия (линия центров масс) практически прямолинейна. Ее изгиб начинает проявляться значительно позднее (через 6—8 нс).

5. Определены траектории электронов, принадлежащих центру масс пучка. Их характер полностью соответствует результатам работы [9], где был сделан вывод о почти прямолинейном движении отдельных электронов. Полученная в линейной теории форма линий центров масс не только качественно, но и количественно согласуется с рис. 2: из формулы (43) был определен пространственный масштаб поперечных осцилляций этой линии, равный $2Ru/c \approx 10$ см, и именно он четко проявляется на рисунке, начиная с момента 2 нс. Этот факт свидетельствует о том, что в численном эксперименте [9] развивается монотронная неустойчивость на низшей частоте $\pi c/R$ волнового поля, способного вызывать поперечный изгиб пучка.

6. Получено нелинейное дифференциальное уравнение, описывающее фокусировку и дефокусировку пучка. Его интегрирование вблизи места инжекции позволило сделать вывод об уменьшении продольного масштаба модуляции толщины по мере нарастания во времени амплитуды волнового поля. Этот эффект также наглядно проявляется на рис. 2: первая фокусировка пучка в момент 2 нс произошла на длине 9 см, вторая — на длине, вдвое меньшей, а в последующие моменты — еще ближе к инжектору. Вдали от места инжекции уравнение описывает явление, родственное параметрическому резонансу в колебательной системе с сосредоточенными параметрами, но в отличие от последнего оно разпырывается в пространстве, а не во времени.

7. На основе линейной теории предсказана и в численном эксперименте реализована возможность подавления неустойчивости, приводящей к изгибу пучка, на частоте, обладающей наибольшим инкрементом.

В целом можно констатировать, что линейная теория находится в хорошем согласии с результатами численного эксперимента и способна делать правильные предсказания о начальной стадии процессов, обусловленных взаимодействием ленточного пучка релятивистских электронов с возбуждаемым им самим электромагнитным полем.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Подводя итоги изложения развитой в данной работе линейной теории неустойчивости ленточного РЭП в отсутствие ведущего магнитного поля, уместно еще раз подчеркнуть универсальный характер монотронной неустойчивости для ограниченных пучковых систем, в которых обязательно возникают волновые поля с неоднородными в пространстве амплитудами. Самосогласованное взаимодействие таких полей с пучком и является причиной неустойчивости данного типа. Подавление этой неустойчивости на тех или иных частотах возможно лишь при специальном подборе параметров системы. В случае бесконечно большой добротности резонатора неустойчивость не имеет порога. При проведении численного моделирования динамики пучка с очень малой плотностью неустойчивость может не проявиться, если полное время счета меньше ее обратного инкремента.

Сравнение изложенной выше теории, развитой в работе [8], приводит к выводу о том, что характер неустойчивости пучка в них одинаков. Разница заключается лишь в проявлениях этой неустойчивости: отсутствие сильного внешнего продольного магнитного поля открывает для электронов возможность реагировать на нарастающие по амплитуде поперечные силы, что позволяет по изменению формы пучка наблюдать визуально развитие неустойчивости во времени. В связи с этим авторы не ожидают чего-либо принципиально нового в случае трехмерного движения электронов.

Разумеется, изменятся формулы как для частот генерации, так и для соответствующих им инкрементов, поскольку в них войдут поперечные размеры резонатора и пучка вдоль оси OY , а также третье квантовое число. Инкременты, по-видимому, будут зависеть от значений четырех синусов.

Литература

1. Muller J. J., Rostas E. // Helvet. Phys. Acta. 1940. V. 13. P. 435—450.
2. Turner C. W. Stanford University, Stanford, Calif. Rept. 830, July, 1961.
3. Biquars F., Grivet P., Septier A. // IEEE. Trans., 1968. Dec., IM-17, № 4. P. 354—358; Зарубежная радиоэлектроника. 1969. № 10. С. 123—131.
4. Юлпатов В. К. // Изв. высш. уч. завед. Радиофизика. 1970. Т. XIII, № 1. С. 1784—1788.
5. Сморгонский А. В. Там же. 1973. Т. XVI. № 1. С. 150—155.
6. Северьянов В. В. Краткие сообщения по физике // ФИАН, 1991. № 11—12. С. 14—18.
7. Бобылев Ю. В., Северьянов В. В. Краткие сообщения по физике // ФИАН. 1992, № 3—4. С. 29—33.
8. Рухадзе А. А., Северьянов В. В. // ЖТФ. 1992. Т. 62, № 12. С. 99.
9. Котетешвили П. В., Рухадзе А. А., Рыбак П. В., Тараканов В. П. // Физика плазмы. 1991. № 11. С. 1383—1389; 1992, № 7. С. 850—856.
10. Силин В. П., Рухадзе А. А. Электромагнитные свойства плазмы и плазмopodobных сред. — М.: Госатомиздат, 1961. — 244 с.
11. Александров А. Ф., Богданкевич Л. С., Рухадзе А. А. Основы электродинамики плазмы. — М.: Выс. шк. 1988. — 424 с.
12. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Механика. — М.: Физматгиз, 1958. С. 103—105.

Статья поступила в редакцию 23 июня 1995 г.

THE LINEAR THEORY OF WAVE EXCITATION IN FLAT RESONATOR BY A TAPE RELATIVISTIC ELECTRON BEAM

A. A. Rukhadze, P. V. Rybak, V. V. Severianov, V. P. Tarakanov
General Physics Institute of RAS, Moscow, Russia

A short review of theoretical investigation of a tape relativistic electron beams instability in a flat resonator is presented. This instability is known as the monotron type stimulated radiation and up to the last years has been investigated only for nonrelativistic electron beams. The generalization of this theory for the relativistic beams is given below. It is reached by account of all types of the waves in plasma-beam system: the increasing ones and damping. In the case of relativistic beamsthis occurs very important and leads to a significantly high efficiency of the radiation. As a result the relativistic monotron occurs to be sufficiently perspective for microwave generation.