

О спектрах собственных волн в плазменном волноводе при наличии столкновений

С. А. Двинин, О. А. Синкевич, Д. К. Солихов, З. А. Кодирзода

Аналитически и численно исследованы дисперсионные характеристики поверхностных и затухающих волн в структуре «металл–диэлектрик–плазма–диэлектрик–металл» при наличии столкновений. В этой системе при отсутствии поглощения и переходе плотности электронов через удвоенную критическую величину происходит перестройка структуры собственных волн, связанная с появлением поверхностных волн. В поглощающей плазме также происходит перестройка, однако номера перемыкающихся мод зависят от размеров структуры и соотношения частоты столкновений электронов и частоты поля. Корректный учет данного процесса существенен при аналитическом анализе структуры поля в плазменных реакторах, при конструировании плазменных антенн и решения других задач электродинамики плазмы.

Ключевые слова: поверхностная волна, плазменный волновод, высокочастотный разряд, волны в диссипативной среде.

DOI: 10.51368/1996-0948-2021-4-25-31

Дисперсионные характеристики плазменного волновода важны для анализа технических параметров различных устройств – плазменных антенн, плазмохимических реакторов [1, 2] (в емкостном ВЧ-разряде роль диэлектрика выполняют слои пространственного заряда), плазменных двигателей [3–6],

устройств управления электромагнитным полем (фотонных кристаллов) [7–9], метаматериалов (сред с $\epsilon < 0$ и $\mu < 0$) [10, 11]. Характерной особенностью этих волноводов в отсутствие потерь является возможность распространения волн с постоянной распространения, обращаемой в бесконечность при определенных конечных значениях диэлектрической проницаемости. Например, в частично заполненных плазмой волноводах происходит качественное изменение системы собственных функций при переходе плотности электронов через удвоенную критическую. Наличие поглощения запрещает обращение постоянной распространения волн в бесконечность [12]. При этом изменение их поведения в окрестности точки перестройки ($\text{Re}\epsilon_p \approx -1$) в отсутствие и при наличии поглощения до сих пор не исследовано, хотя, как показано в работах [13, 14], этот вопрос принципиален для расчетов плазменных технологических реакторов и других высокочастотных устройств. Часто для расчета дисперсионных кривых плазменного волновода используют теорию возмущений, используя в

Двинин Сергей Александрович¹, доцент, д.ф.-м.н.
E-mail: s_dvinin@mail.ru

Синкевич Олег Арсеньевич², профессор, д.ф.-м.н.
E-mail: oleg.sinkevich@itf.mpei.ac.ru

Солихов Давлат Куватович³, профессор, д.ф.-м.н.
E-mail: davlat56@mail.ru

Кодирзода Зафари Абдуламин³, ассистент.
E-mail: zafar.kodirzoda@yandex.ru

¹Московский Государственный университет имени М. В. Ломоносова, Физический факультет.
Россия, 119899, Москва, Ленинские Горы, 1, стр. 2.

²НИУ МЭИ.
Россия, 111250, Москва, Красноказарменная ул., 14.

³Таджикский национальный университет,
Физический факультет.
Таджикистан, 973402, г. Душанбе, проспект Рудаки, 17.

Статья поступила в редакцию 26 апреля 2021 г.

© Двинин С. А., Синкевич О. А., Солихов Д. К.,
Кодирзода З. А., 2021

качестве невозмущенной моды одну из волн пустого волновода [15]. Из результатов данной работы следует, что выбор основной моды для использования теории возмущений оказывается нетривиальной задачей и зависит даже от такого параметра, как частота столкновений электронов.

Целью данной работы является аналитическое и численное исследование дисперсионных характеристик поверхностных и затухающих волн в структуре «металл–диэлектрик–плазма–диэлектрик–металл» при наличии столкновений.

Дисперсионное уравнение

Рассмотрим трехслойный плазменный волновод, состоящий из слоя однородной плазмы с диэлектрической проницаемостью ε_p размером $2L$ с расположенными по бокам диэлектрическими слоями толщиной d с проницаемостью ε_1 равной 1, окруженными металлическими стенками. Пусть h – постоянная распространения поверхностной волны вдоль структуры, $H = hL$ – ее безразмерный вариант, $P = \sqrt{h^2 - k^2 \varepsilon_p} L$, $A = \sqrt{h^2 - k^2} L$, $k = \omega/c$, ω – частота волны, c – скорость света, $\varepsilon_p = 1 - n/n_c + i\nu/\omega n_c$, $n_c = m(\omega^2 + \nu^2)/4\pi e^2$, e , m – заряд и масса электронов, n – их плотность, ν – эффективная частота столкновений электрон-нейтрал. Дисперсионное уравнение для такого волновода (с одинаковыми и разными размерами диэлектрических слоев) рассматривались неоднократно [16–18] и для симметричных волн имеет вид [18]:

$$D = \varepsilon_p A \operatorname{th}(Ad/L) + P \operatorname{th}(P) = 0. \quad (1)$$

Уравнение (1) содержит две периодические функции $\operatorname{th}(Ad/L)$ и $\operatorname{th}(P)$ комплексного аргумента, зависящие от ε_p , поэтому положение его корней на комплексной плоскости будет изменяться с изменением плотности электронов сложным образом. В данной работе нас интересует прежде спектр поверхностных волн и наиболее глубоко проникающих в плазму нераспространяющихся мод. Мы ограничимся рассмотрением случая

$$d \ll L. \quad (2)$$

В этом случае комплексную плоскость переменной P можно разбить на участки $-\pi/2 < \operatorname{Im} Ad/L < \pi/2$, $\pi/2 < \operatorname{Im} Ad/L < 3\pi/2$, $3\pi/2 < \operatorname{Im} Ad/L < 5\pi/2$ и т. п. Расчет показывает, что кривые, описывающие перемещение корней дисперсионного уравнения (1) при изменении плотности и частоты столкновений электронов, в условиях (2) всегда лежат в пределах одного участка. Далее мы будем рассматривать моды поля, удовлетворяющие условию

$$\operatorname{Im} Ad/L < \pi/2, \quad (3)$$

так как именно эти моды ответственны за поддержание емкостных ВЧ-разрядов [13, 14]. Выполнение условия (3) практически означает ограничение на значение плотности электронов

$$n/n_c < 2(L/d)^2 (\pi^2/4 + (\operatorname{Im} P)^2) / (kL)^2. \quad (4)$$

Все рассматриваемые ниже аналитические асимптотики (но не численные решения) предполагают выполнение этого условия.

Классификация решений

Численное решение уравнения (1) показывает, что можно выделить несколько различных видов поведения решений.

1. Плазма без поглощения [16–18]. Существуют следующие типы волн.

1.1. Поверхностная волна. Появляется при $\varepsilon_p < -1$, при этом постоянная распространения h (а также поперечная постоянная распространения p) стремятся к бесконечности. При $\varepsilon_p \rightarrow \infty$ постоянная распространения поперечной волны h стремится к k (соответственно $p \rightarrow ik\sqrt{1 - \varepsilon_p}$).

1.2. Квази-ТЕМ-волна (Волна, которая переходит в ТЕМ волну в пустом волноводе, ограниченном двумя металлическими плоскостями при $\varepsilon_p \rightarrow 1$). При $\varepsilon_p \rightarrow 1$ и $\varepsilon_p \rightarrow 0$ имеем $P \rightarrow 0$ и $h \rightarrow k$. При отрицательных диэлектрических проницаемостях эта волна превращается в первую нераспространяющуюся моду. Для $\varepsilon_p \rightarrow \infty$ получаем $pL \rightarrow i\pi/2$ и $h \rightarrow \sqrt{k^2 \varepsilon_p - (\pi/2L)^2}$.

1.3. Нераспространяющиеся моды. При $\varepsilon_p \rightarrow +\infty$ имеем $pL \rightarrow i(\pi/2 + n)$, $n = 0, 1, 2, \dots, \infty$.

При $\epsilon_p \rightarrow -\infty$ эти моды стремятся к другому предельному значению $pL \rightarrow i(\pi/2 + n + 1)$.

2. Слабо поглощающая плазма ($v/\omega \ll 1$).

2.1. Поверхностная волна. В этом случае постоянная распространения при $\text{Re}\epsilon_p \rightarrow -1$ не может обращаться в бесконечность. С другой стороны, поскольку зависимость постоянной распространения от диэлектрической проницаемости представляет собой непрерывную функцию, она не может оборваться в конечной точке. Поэтому происходит пере замыкание ветвей. Расчеты показывают, что при приближении диэлектрической проницаемости к резонансному значению ($n = 2n_c$) постоянная распространения резко уходит в комплексную область, а затем начинает уменьшаться ее действительная часть и при $\epsilon_p > 0$ ветвь замыкается на одну из ветвей нераспространяющихся (высших) мод. Номер моды зависит от отношения (v/ω) и геометрии плазменного волновода (см. ниже рис. 3). При $v/\omega = 0,2$ и решении полного уравнения (1) поверхностная волна (рис. 1, кривая S) замыкается с шестой высшей модой. При $v/\omega = 0,01$ – с восьмой модой. Обозначим номер моды, с которой происходит пере замыкание, как m .

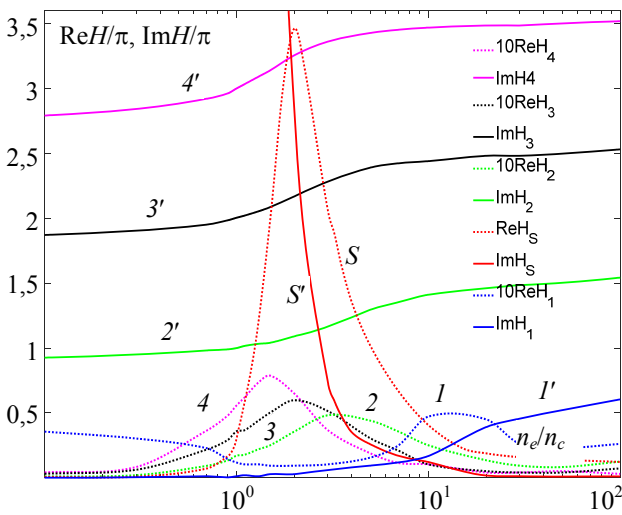


Рис. 1. Постоянная распространения H как функция плотности электронов. Первые четыре моды (1–4) и поверхностная волна (S). Частота поля 135,6 МГц, полуширина плазмы $L = 4$ см, толщина слоя $d = 3$ мм, $v/\omega = 0,2$.

2.2. Поведение квази-ТЕМ-волны (1, 1') качественно в сравнении с предыдущим слу-

чаем не изменяется, только появляется затухание в области распространения ($\text{Im}H > 0$ при $\text{Re}\epsilon_p > 0$) и изменение фазового сдвига в области нераспространения ($\text{Re}H > 0$, при $\text{Re}\epsilon_p < 0$).

2.3. Для затухающих волн с номером $n < m$ (кривые 2, 2', 3, 3', 4, 4') асимптотическое поведение не изменяется, т. е. предельные значения постоянных распространения при $\epsilon_p \rightarrow \pm\infty$ остаются различными и совпадают с их значениями в непоглощающих плазменных волноводах. Дисперсионные кривые для волн пп. 2.2. и 2.3 могут быть рассчитаны с помощью теории возмущений, если взять за основу волны в непоглощающей среде.

2.4. Дисперсионные кривые волн с $n > m$ пере замыкаются, и их предельные значения при $\epsilon_p \rightarrow \pm\infty$ становятся одинаковыми $pL \rightarrow i(\pi/2 + n)$, $n = 0, 1, \dots, \infty$. Переход от одной моды к другой происходит в окрестности плотности электронов, для которой $\text{Re}\epsilon_p \approx -1$. Для этих волн теорию возмущений необходимо строить по аналогии с [15], задавая структуру поля невозмущенной волны. Зависимость постоянной распространения этих волн от плотности электронов аналогична приведенным на рис. 2 кривым 4, 4', 5, 5'. Для некоторых кривых на рис. 1 и последующих масштаб увеличен в 10 раз.

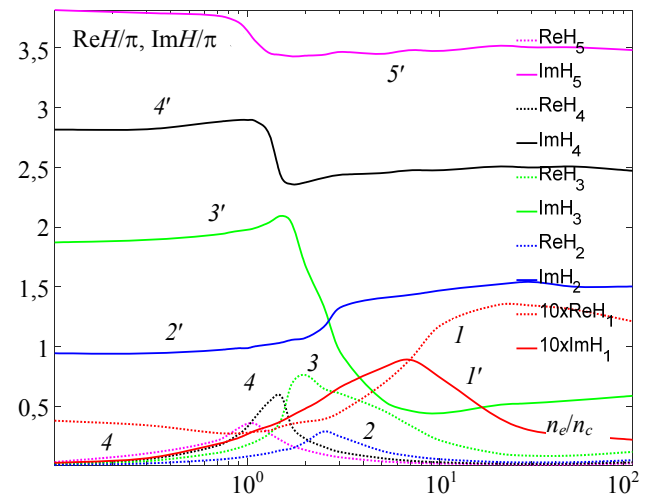


Рис. 2. Постоянная распространения H как функция плотности электронов. Все данные, как на рис. 1, но $v/\omega = 1$.

3. Сильно поглощающая плазма ($v/\omega \gg 1$). Известно, что замедление поверх-

ностных волн связано с противоположным направлением потоков энергии в диэлектрическом слое и в плазме [17, 18]. При сильном поглощении второй поток энергии пренебрежимо мал, поэтому поверхностные волны отсутствуют (кривые 1, 1' рис. 2), превращаясь при $|\varepsilon_p| \rightarrow \infty$ в ТЕМ-волну, распространяющуюся по диэлектрическому слою между плазмой и металлом. Высшие моды ($n \geq 1$, индекс $n=0$ оставляем за квази-ТЕМ-волной) при $\text{Re} \varepsilon_p \rightarrow \pm \infty$ имеют такие же зависимости от плотности электронов, как и кривые 4, 4', 5, 5' на рис. 2.

4. Промежуточная область ($v/\omega \approx 1$, реально $v/\omega \approx 0,7 \div 3$ для условий рис. 1 и 2). Слабозатухающие поверхностные волны отсутствуют, однако в области малых $\text{Re} \varepsilon_p$ поведение первых трех мод имеет сложный характер (рис. 2), например, при $v/\omega = 1$ переамаются не только квази-ТЕМ (1) мода и квази-поверхностная волна, но и 2 и 3 мода. Более высокие моды ведут себя так же, как и моды 4 и 5.

Приближенные аналитические решения

Проверить точность численных расчетов удобнее, перейдя к новой зависимой переменной P . При этом в определенных областях параметров плазмы и для некоторых мод возможно получение аналитических решений уравнения (1) в приближении $Ad/L \ll 1$, когда уравнение принимает вид

$$D = \varepsilon_p A^2 d/L + P \text{th}(P) = 0. \quad (5)$$

Перечислим эти случаи.

1. Поведение решения при $|\varepsilon_p| \rightarrow \infty$ (конечные постоянные распространения).

Высшие нераспространяющиеся моды: при $|\varepsilon_p| \rightarrow \infty$ из (1) следует $\text{th}(P) \rightarrow i\infty$, $P \rightarrow P_n = ip(n + 1/2)$. В этом случае учет поправки первого приближения по $|\varepsilon_p|^{-1}$ приводит к результату

$$P = i(\pi/2 + \pi n) \times \left[1 - \left(\varepsilon_p \left(-(\pi/2 + \pi n)^2 + k^2 d L (\varepsilon_p - 1) \right) + 1 \right)^{-1} \right]. \quad (6)$$

Полученная формула справедлива, пока $|P - P_n| \ll 1$. При малых потерях поперечная постоянная распространения P уменьшается с уменьшением плотности электронов. При больших потерях наоборот, P растет.

2. Поведение решения при $|\varepsilon_p| \rightarrow 0$ (квази-ТЕМ-волна).

Можно получить аналогичные решения при $|\varepsilon_p| \rightarrow 0$. При этом $\text{th}(P) \rightarrow 0$, $P \rightarrow P_n^{(0)} = i\pi n$. Это приближение не реализуется при $v/\omega \gg 1$. Для квази-ТЕМ-волны $n=0$ и $\tanh P \approx P$. Поэтому

$$P^2/k^2 L^2 = -\varepsilon_p (\varepsilon_p - 1) / (\varepsilon_p + L/d), \quad (7)$$

3. Поведение решения при $|\varepsilon_p| \rightarrow 0$ (высшие моды).

Используя аналогичный предыдущему пункту подход, получим выражение (n – номер моды):

$$P = i\pi n + \frac{\varepsilon_p d (\pi^2 n^2 - k^2 L^2 (\varepsilon_p - 1))}{i\pi n L (L + 2\varepsilon_p d)}. \quad (8)$$

4. Дисперсия поверхностной волны.

Для поверхностной волны как при $|\varepsilon_p| \rightarrow 0$, так и при $|\varepsilon_p| \rightarrow \infty$ имеем $P \rightarrow \infty$ и $\text{th}(P) \rightarrow 1$. В этом приближении из уравнения (1) следует

$$P_{(1),(2)}/kL = -(2\varepsilon_p kd)^{-1} \pm \sqrt{(2\varepsilon_p kd)^{-2} - (\varepsilon_p - 1)}. \quad (9)$$

Реально эта формула имеет хорошую точность при $\text{Re} P > 1$, качественно правильно описывает кривую при $\text{Re} P > 1$ и неприменима при $\text{Re} P < 1$. В отсутствие поглощения решение с одинаковыми знаками обоих слагаемых соответствует поверхностной волне. Второе решение должно было бы описывать квази-ТЕМ-волну, однако поскольку приближение $\text{Re} P > 1$ не выполняется, вместо него необходимо использовать соотношение (8). Сравнение различных приближений для поверхностной волны для отношения $v/\omega = 0,2$ приведено на рис. 3. Кривые 1, 1' соответствуют численному решению полного уравнения (1), кривые 2, 2' – уравнения (8) а кривые

3, 3' (3A, 3A') – приближенного уравнения (5). Из рисунка следует, что в области существования поверхностной волны $\text{Re}\epsilon_p < -1$ уравнения (1) и (5) дают идентичное решение, приближенное соотношение (8) дает незначительное отклонение в области наибольшего проникновения поля в плазму, а при $0 > \text{Re}\epsilon_p > -1$ идентичные решения дают уравнения (5) и (8), но именно в этой области они неприменимы. Приближенные значения постоянной распространения $H = hL$ рассчитываются по формуле $H^2 = P^2 + k^2 L^2 \epsilon_p$. Номер m моды, в которую пере замыкается поверхностная волна, можно оценить, рассчитав значение

$\text{Re}P$ по формуле (9) при $\text{Re}\epsilon_p \approx -1$: $m \approx P_{\text{max}}/\pi$. Эта оценка справедлива, если выполнено условие (3) (или (4)), так как при его нарушении $\text{th}(Ad/L)$ меняет знак.

Для проверки применимости асимптотических формул (6)–(8) в условиях реального разряда был проведен расчет полного уравнения (1) относительно постоянной затухания P . Расчет показывает, что асимптотические формулы дают правильные значения P и хорошо описывают их поведение в окрестности точек $|\epsilon_p| \rightarrow \infty$ и $|\text{Re}\epsilon_p| \rightarrow 0$. Пример расчета для четырех мод (1–4) и поверхностной волны (S) приведен на рис. 4.

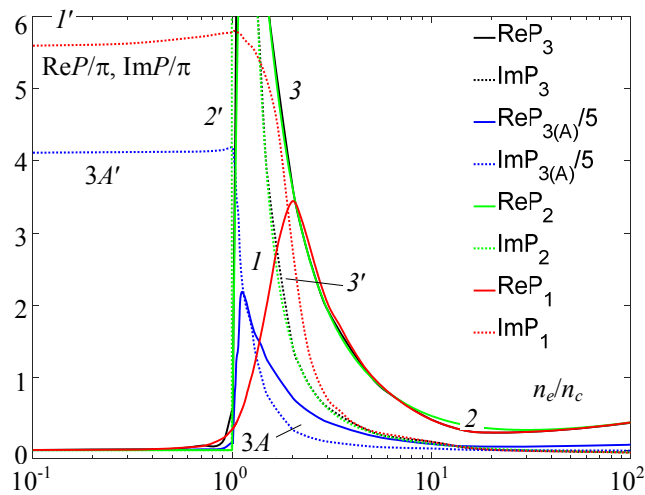


Рис. 3. Поперечная постоянная затухания поверхностной волны P как функция плотности электронов при использовании различных приближений. Все данные, как на рис. 1.

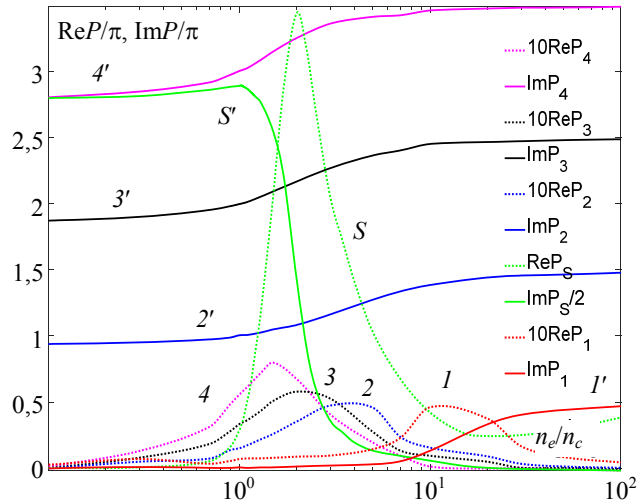


Рис. 4. Поперечная постоянная затухания P как функция плотности электронов. Расчетные данные совпадают с рис. 1.

Заключение

Численно рассчитаны зависимости постоянной распространения поверхностной волны в плазменном волноводе, состоящем из плазмы, окруженной двумя слоями диэлектрика и металлическими стенками, с учетом поглощения и проведено их сравнение с приближенными аналитическими формулами. Анализ показал следующее.

1. Наличие столкновений качественно меняет поведение собственных мод плазменного волновода. Можно выделить несколько вариантов наблюдаемых зависимостей.

2. При малых частотах столкновений и приближении диэлектрической проницаемости к удвоенной критической поверхностная волна сначала становится сильно затухающей, когда действительная и мнимая часть постоянной распространения становятся близкими по величине, а затем при плотностях меньше критической волна переходит в одну из высших нераспространяющихся мод. Номер моды m определяется параметрами v/ω , d/L и kL .

3. Для мод с номерами меньше m в расчетах можно использовать теорию возмущений к бесстолкновительному случаю.

4. Для расчета дисперсии поверхностной волны при $\text{Re}P > 1$ можно использовать приближенную формулу (10). В промежуточной области $\text{Re}P < 1$ наиболее простой способ –

использование теории возмущений к бесстолкновительному случаю.

Данный анализ принципиален для рассмотрения электродинамических свойств технологических плазменных реакторов на ВЧ-разряде, однако может быть полезен и при создании новых метаматериалов.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Lieberman M. A., Lichtenberg A. J.* Principles of Plasma Discharges and Material Processing. – N.-Y.: Wiley, 2005.
2. *Lieberman M. A., Booth J. P., Chabert P., Rax J. M., Turner M. M.* // Plasma sources Sci. Technol. 2002. Vol. 11. P. 283.
3. *Shvydkiy G. V., Zadiriev I. I., Kralkina E. A., Vavilin K. V.* // Vacuum. 2020. Vol. 180. P. 109588.
4. *Petrov A. K., Kralkina E. A., Nikonov A. M., Vavilin K. V., Zadiriev I. I.* // Vacuum. 2020. Vol. 181. P. 109634.
5. *Lafleur T.* // Physics of Plasmas. 2014. Vol. 21. P. 043507.
6. *Godyak V. A.* // Journal of Applied Physics. 2020. Vol. 127. P. 103301.
7. *Adamovich I., Baalrud S. D., Bogaerts A., Bruggeman P. J., Cappelli M., Colombo V., Czarnetzki U., Ebert U., Eden J. G., Favia P., Graves D. B., Hamaguchi S., Hieftje G., Hori M., Kaganovich I. D., Kortshagen U., Kushner M. J., Mason N. J., Mazouffre S., Mededovic Thagard S., Metelmann H.-R., Mizuno A., Moreau E., Murphy A. B., Niemira B. A., Oehrlein G. S., Petrovic Z. Lj., Pitchford L. C., Pu Y.-K., Rauf S., Sakai O., Samukawa S., Starikovskaia S., Tennyson J., Terashima K., Turner M. M., van de Sanden M. C. M., Vardelle A.* // J. Phys. D: Appl. Phys. 2017. Vol. 50. P. 323001.
8. *Wang B., Capelli M. A.* // AIP Advances. 2016. Vol. 6. P. 065015.
9. *Рыбин М. В., Лимонов М. Ф.* // УФН. 2019. Т. 189. С. 881.
10. *Давидович М. В.* // УФН. 2019. Т. 189. С. 1249.
11. *Лепешов С. И., Краснок А. Е., Белов П. А., Мирошниченко А. Е.* // УФН. 2019. Т. 188. С. 1137.
12. *Cibin P. K.* // Plasma Physics. 1980. Vol. 22. P. 609.
13. *Двинин С. А., Синкевич О. А., Солихов Д. К., Кодирзода З. А.* // Физика плазмы. 2021. Т. 47. С. 40.
14. *Двинин С. А., Синкевич О. А., Солихов Д. К., Кодирзода З. А.* // Физика плазмы. 2021. Т. 47. С. 195.
15. *Пономарев В. Н., Солнцев Г. С.* // ЖТФ. 1966. Т. 36. С. 1376.
16. *Sansonens L., Howling A. A., Hollenstein Ch.* // Plasma Sources Sci. Technol. 2006. Vol. 15. P. 302.
17. *Вологиров А. Г., Двинин С. А., Михеев В. В., Свиридкина В. С.* // Физика плазмы. 2008. Т. 34. С. 746.
18. *Двинин С. А., Синкевич О. А., Солихов Д. К., Кодирзода З. А.* // Физика плазмы. 2020. Т. 46. С. 1094.

PACS: 84.40.Az 52.35.Lv

On the spectra of natural waves in a plasma waveguide in the presence of collisions

S. A. Dvinin¹, O. A. Sinkevich², D. K. Solikhov³, and Z. A. Kodirzoda³

¹Lomonosov Moscow State University, Faculty of Physics
Bd. 2, 1 Leninskie Gory, Moscow, 119899, Russia
E-mail: s_dvinin@mail.ru

²National Research University MPEI
14 Krasnokazarmennaya st., Moscow, 111250, Russia

³Tajik National University, Faculty of Physics
17 Rudaki Ave., Dushanbe, 973402, Tajikistan

Received April 26, 2021

The dispersion characteristics of surface and evanescent waves in metal-dielectric-plasma-dielectric-metal structure in the presence of collisions are investigated analytically and numerically. In the absence of absorption, when the electron density passes through the doubled critical value, a rearrangement of the eigenwave structure, associated with the appearance of sur-

face waves, occurs. A rearrangement also occurs in an absorbing plasma, but the numbers of reconnecting modes depend on the size of the structure and the ratio of the electron collision frequency to the field frequency. Correct consideration of this process is necessary for the analytical analysis of the field structure in plasma reactors, the design of plasma antennas, and the solution of other problems of plasma electrodynamics.

Keywords: surface wave, plasma waveguide, high-frequency discharge, wave in dissipative media.

DOI: 10.51368/1996-0948-2021-4-25-31

REFERENCES

1. M. A. Lieberman and A. J. Lichtenberg, *Principles of Plasma Discharges and Material Processing*. (Wiley, New-York, 2005).
2. M. A. Lieberman, J. P. Booth, P. Chabert, J. M. Rax, and M. M. Turner, *Plasma sources Sci. Technol.* **11**, 283 (2002).
3. G. V. Shvydkiy, I. I. Zadiriev, E. A. Kralkina, and K. V. Vavilin, *Vacuum* **180**, 109588 (2020).
4. A. K. Petrov, E. A. Kralkina, A. M. Nikonov, K. V. Vavilin, and I. I. Zadiriev, *Vacuum* **181**, 109634 (2020).
5. T. Lafleur, *Physics of Plasmas* **21**, 043507 (2014).
6. V. A. Godyak, *Journal of Applied Physics* **127**, 103301 (2020).
7. I. Adamovich, S. D. Baalrud, A. Bogaerts, P. J. Bruggeman, M. Cappelli, V. Colombo, U. Czarnetzki, U. Ebert, J. G. Eden, P. Favia, D. B. Graves, S. Hamaguchi, G. Hieftje, M. Hori, I. D. Kaganovich, U. Kortshagen, M. J. Kushner, N. J. Mason, S. Mazouffre, S. Mededovic Thagard, H.-R. Metelmann, A. Mizuno, E. Moreau, A. B. Murphy, B. A. Niemira, G. S. Oehrlein, Z. Lj. Petrovic, L. C. Pitchford, Y.-K. Pu, S. Rauf, O. Sakai, S. Samukawa, S. Starikovskaia, J. Tennyson, K. Terashima, M. M. Turner, M. C. M. van de Sanden, and A. Vardelle, *J. Phys. D: Appl. Phys.* **50**, 323001 (2017).
8. B. Wang and M. A. Capelli, *AIP Advances* **6**, 065015 (2016).
9. M. V. Rybin and M. F. Limonov, *Physics–Uspekhi* **62**, 823 (2019).
10. M. V. Davidovich, *Physics–Uspekhi* **62**, 1173 (2019).
11. S. I. Lepeshov, A. E. Krasnok, P. A. Belov, and A. E. Miroshnichenko, *Physics–Uspekhi* **61**, 1035 (2018).
12. P. K. Cibiñ, *Plasma Physics* **22**, 609 (1980).
13. S. A. Dvinin, O. A. Sinkevich, Z. A. Kodirzoda, and D. K. Solikhov, *Plasma Phys. Rep.* **47**, 28 (2021).
14. S. A. Dvinin, O. A. Sinkevich, Z. A. Kodirzoda, D. K. Solikhov, *Plasma Physics Reports* **47**, 211 (2021).
15. V. N. Ponomarev and G. S. Solntzev, *Sov. Phys.–Tech. Phys.* **11**, 1027 (1967).
16. L. Sansonnens, A. A. Howling, and Ch. Hollenstein, *Plasma Sources Sci. Technol.* **15**, 302 (2006).
17. S. A. Dvinin, A. G. Vologirov, V. V. Mikheev, and V. S. Sviridkina, *Plasma Phys. Rep.* **34**, 688 (2008).
18. S. A. Dvinin, O. A. Sinkevich, Z. A. Kodirzoda, and D. K. Solikhov, *Plasma Phys. Rep.* **46**, 1181 (2020).