

## Определение эффективной мощности микроволнового импульса

И. Е. Иванов

*Предложен метод определения мощности импульса или его фрагмента, основанный на понятии эффективного импульса, эффективной мощности и эффективного времени. Данная методика не зависит от формы и длительности осциллограммы импульса, а использует только вычисление энергии и определение координат центра тяжести квадрата амплитуды импульса. Это позволяет стандартизировать процедуру цифровой обработки сигнала для определения мощности независимо от длительности и формы импульса и спектрального состава.*

*Ключевые слова:* цифровая обработка сигнала, электромагнитное излучение, микроволновые импульсы, время генерации, средняя мощность импульса, эффективное время.

**DOI:** 10.51368/1996-0948-2022-2-5-15

### Введение

Релятивистская микроволновая электроника подразделяется на вакуумную и плазменную [1]. И те и другие устройства работают в импульсном режиме. Для вакуумных приборов мощность источников излучения может превышать 1 ГВт. В плазменных релятивистских микроволновых источниках (ПРМИ) достигается мощность в несколько сотен мегаватт, но основное преимущество заключается в широкой перестройке диапазона частот излучения (1,5–2 ГГц) при изменении плотности плазмы в системе. В зависимости от настройки ПРМИ излучение может быть сверхширокополосным [2], излучением на нескольких узких линиях с ширинами несколько десятков МГц [3] или представлять собой сигнал, приближающийся к монохроматическому с малым уровнем сопутствующей шумовой генерации [4] при усилении излучения внешнего задающего магнетрона. Длительность импульсов генерации не превышает

1 мкс, диапазон излучения находится в пределах 1–20 ГГц, форма импульса является величиной вероятностного характера, рис. 1. Электронный КПД плазменных источников обычно не превышает 5–7 %. При уменьшении длительности релятивистского электронного пучка (РЭП) до 2 нс КПД может достигать 25 % [5]. При исследовании работы микроволновых источников возникает потребность определить среднюю мощность генерации и, как частный случай, пиковую мощность импульса, т. е. максимальную мощность излучения, достигаемую на отдельном временном интервале. Форма импульса излучения не повторяется и имеет хаотичную форму в каждом импульсе. Поэтому сравнение таких импульсов между собой по мощности представляет собой отдельную задачу.

С появлением широкополосных цифровых осциллографов с шириной полосы 20 ГГц появилась возможность в полной мере использовать методы цифровой обработки сигналов (ЦОС) [6] для анализа импульсов ПРМИ. Излучение принимается на антенну и записывается в виде осциллограммы  $u(t)$  в оцифрованном виде в режиме реального времени. Если удаётся связать напряжённость волны в точке расположения антенны с независимым измерением энергии по всей апертуре микроволнового излучения, то дальнейшая обработка осциллограммы даёт полную ин-

---

**Иванов Игорь Евгеньевич**, с.н.с, к.ф.-м.н.  
E-mail: [iei@fpl.gpi.ru](mailto:iei@fpl.gpi.ru), [igevgiv@gmail.com](mailto:igevgiv@gmail.com)  
Институт общей физики им. А. М. Прохорова РАН,  
Россия, 119991, Москва, ул. Вавилова, 38.

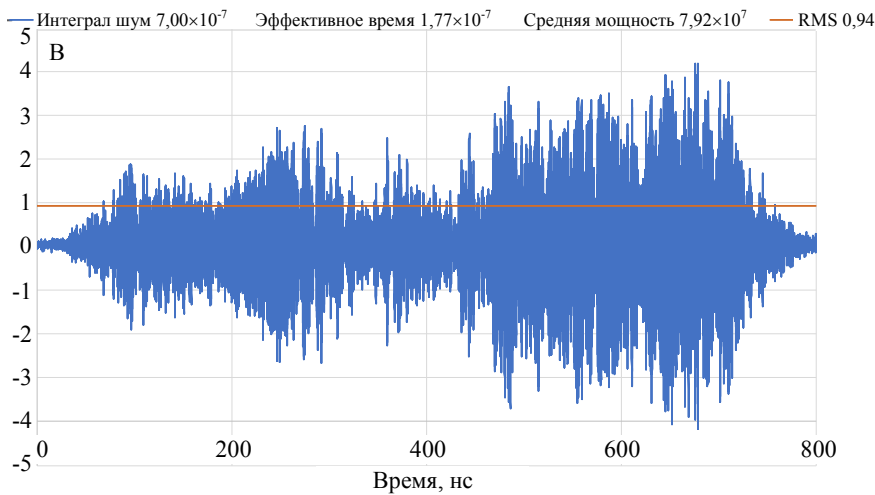
Статья поступила в редакцию 22 февраля 2022 г.

---

© Иванов И. Е., 2022

формацию о мощности генерации в любой момент времени в течении импульса. В настоящей работе не рассматривается вопрос о связи распределения напряжённости поля по апертуре с напряжённостью поля в конкретной точке, а лишь предлагается алгоритм об-

работки осциллограммы, позволяющий унифицировать измерение средней мощности сигнала для любых по форме импульсов независимо от их спектрального состава. Рассматриваются экспериментальные результаты в диапазоне излучения 1–5 ГГц.



**Рис. 1.** Осциллограмма шумового импульса ПРМИ с энергией 15 Дж. Красной линией показана величина среднеквадратичного отклонения RMS

### Постановка задачи

Понятие энергии и мощности импульса являются начальными в ЦОС. В нашем случае аналоговые сигналы записываются в цифровой форме, длительность осциллограммы равна  $T$ , шаг дискретизации  $\Delta t$ , число элементов в массиве равно

$$N = \frac{T}{\Delta t}. \quad (1)$$

Энергия нашего электрического сигнала в аналоговой и цифровой форме записывается как

$$q = \int_0^T u^2(t) dt \quad \text{или} \quad q = \sum_{i=1}^N u_i^2 \Delta t = \Delta t \sum_{i=1}^N u_i^2 \quad (\text{В}^2 \text{ с}). \quad (2)$$

Мгновенная мощность (instantaneous power) равна квадрату амплитуды сигнала

$$p(t) = u^2(t) \quad \text{или} \quad p_i = u_i^2 \quad (\text{В}^2). \quad (3)$$

Средняя мощность (average power) даёт представление о средней интенсивности сигнала

$$\langle p \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T u^2(t) dt \quad (\text{В}^2) \quad \text{или} \quad \langle p \rangle = \frac{q}{T} = \frac{\Delta t}{T} \sum_{i=1}^N u_i^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N u_i^2 \quad (\text{В}^2). \quad (4)$$

Среднеквадратичное (действующее) значение сигнала (root mean square) RMS является встроенной функцией в некоторые цифровые осциллографы и также служит критерием оценки интенсивности сигнала:  $(RMS)^2 = \langle p \rangle$

$$RMS = \sigma = \sqrt{\langle p \rangle} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N u_i^2} \quad (\text{В}). \quad (5)$$

Определение средней мощности по (4) может значительно занижать результат, т. к. не учитывается реальная форма импульса, а только общая энергия  $q$ ,  $\langle p \rangle = q/T$ . Для корректного определения средней мощности надо определить эффективное время импульса  $T_{eff}$  и найти способ определения однозначной связи  $T_{eff}$  и формы импульса.

Очевидно, что одним из критериев является равенство

$$q = U_{eff}^2 \times T_{eff}, \quad (6)$$

где  $U_{eff}^2$  – сторона некоторого эффективного прямоугольника, энергия которого равна энергии рассматриваемого импульса. Но  $U_{eff}^2$  как раз и является искомой средней мощностью  $\langle p \rangle$ , см. (4). Величина  $T_{eff}$  является эффективным временем импульса, а сам прямоугольник назовём эффективным импульсом.

### Определение эффективного времени. Центр тяжести импульса

Одной формулы (6) ещё не достаточно для однозначного определения величин  $\langle p \rangle$  и  $T_{eff}$ . Для однозначной связи наложим ещё одно условие. Понятие эффективного импульса (6) в виде прямоугольника в координатах  $t$  и  $u^2$  дополним понятием «центра тяжести» этого прямоугольника. И наложим ещё одно условие: центр тяжести эффективного прямоугольника совпадает с центром тяжести фигуры квадрата амплитуды осциллограммы, площадь под которой определяется формулой (2). Поскольку для определения центра тяжести масс  $m_i$  в координатах  $x$  и  $y$  применяется формула

$$\vec{R} = \frac{\sum_{i=1}^N m_i \vec{r}_i}{\sum_{i=1}^N m_i} \quad (7)$$

то аналогом координат  $x$  и  $y$  для наших фигур будут  $t$  и  $u^2$ . Аналогом массы  $m_i$  является величина (прямоугольник)  $\Delta t u_i^2$ , а координатами являются величины  $t$  и  $u^2$ . Координата центра тяжести  $x_0$  по оси времени  $t$  имеет физический смысл, заключающийся в том, что до и после этого времени энергия импульса одинаковая. Эта точка определяется по формуле

$$x_0 = \frac{\sum_{i=1}^N \Delta t u_i^2 t_i}{\sum_{i=1}^N \Delta t u_i^2} = \frac{\sum_{i=1}^N u_i^2 \Delta t t_i}{\sum_{i=1}^N u_i^2 \Delta t} = \frac{\Delta t \sum_{i=1}^N u_i^2 t_i}{\sum_{i=1}^N u_i^2} \quad (8)$$

Центр тяжести по координате  $u^2$  определяется как

$$y_0 = \frac{\sum_{i=1}^N \Delta t u_i^2 \frac{u_i^2}{2}}{\sum_{i=1}^N \Delta t u_i^2} = \frac{\sum_{i=1}^N u_i^4}{2 \sum_{i=1}^N u_i^2} \quad (9)$$

и находится на половинной высоте эффективного прямоугольника.

Учитывая, что  $U_{eff}^2 = \langle p \rangle$ , получаем

$$\langle p \rangle = 2y_0, \quad T_{eff} = \frac{q}{2y_0}, \quad 2y_0 = \frac{\sum_{i=1}^N u_i^4}{\sum_{i=1}^N u_i^2}. \quad (10)$$

Центр импульса по временной координате определяется формулой (8).

Далее применим эти формулы к гармоническому сигналу произвольной частоты и единичной амплитуды. Для такого сигнала средняя мощность на любом участке будет равна половине квадрата амплитуды, а  $T_{eff}$  совпадать с длительностью этого участка. Рассмотрим один период колебаний единичной амплитуды и определим центр тяжести такой фигуры. Для такого сигнала величина  $q = \frac{1}{2}T$ , а величина  $2y_0$  будет равна

$$2y_0 = \frac{\int_0^{2\pi} \sin^4 x dx}{\int_0^{2\pi} \sin^2 x dx} = \frac{3}{4}. \quad (11)$$

Отсюда для гармонических сигналов имеем связь

$$\frac{1}{2}T = \frac{3}{4}T_{eff}. \quad (12)$$

Поэтому для суперпозиции гармонических сигналов вместо (10) окончательно получаем

$$\langle p \rangle = 2\tilde{y}_0, \quad 2\tilde{y}_0 = 2y_0 \frac{2}{3}, \quad (13)$$

$$T_{eff} = \frac{q}{2\tilde{y}_0} = \frac{3}{2} \frac{q}{2y_0}.$$

Таким образом, основываясь только на форме осциллограммы  $u(t)$ , состоящей из суперпозиции гармонических сигналов, мы можем сравнивать между собой импульсы, полученные в разных экспериментах или участки осциллограмм разных временных интервалов. Средняя мощность таких импульсов определяются только величиной  $\tilde{y}_0$  – координатой центра тяжести по оси  $u^2$ . Заметим, что величина RMS вычисляется по формуле (5), где  $\langle p \rangle$  не связана со средней мощностью в (10).

### Анализ микроволнового импульса

Применим рассмотренную методику для определения средней мощности широкополосного микроволнового импульса, представленного на рис. 1. Энергия  $q$  вычисленная по (2), равна  $7,0 \times 10^{-7}$  (В<sup>2</sup> с). Одновременно независимыми экспериментами было установлено, что эта энергия  $q$  соответствует энергии микроволнового излучения  $Q = 15$  Дж, замеренной по всей апертуре выходного рупора. Отсюда можно определить величину переводного коэффициента (*conversion factor*)  $K$  как

$$K = \frac{Q}{q} = \frac{15}{7 \times 10^{-7}} = 2,14 \times 10^7 \text{ Дж}/(\text{В}^2 \text{ с}). \quad (14)$$

Согласно (4) средняя мощность в абсолютных единицах есть

$$\langle P \rangle = K \langle p \rangle. \quad (15)$$

Тогда  $\langle P \rangle = 15 / (0,8 \times 10^{-6}) = 1,88 \times 10^7 \text{ Вт} = 18,8 \text{ МВт}$ . Очевидно, что полученная величина средней мощности значительно занижена для второй половины импульса. На рис. 2 показан график квадрата амплитуды и эффективный импульс (красный прямоугольник). На верхней строчке рисунка указаны вычисленные значения:  $q = 7,0 \times 10^{-7}$  (В<sup>2</sup> с),  $T_{\text{eff}} = 265$  нс,  $\langle P \rangle = 56,5 \text{ МВт}$ . Видим существенную разницу между средней мощностью, вычисленной по (4) или по (5) 18,8 МВт, и средней мощностью 56,5 МВт, полученной с использованием эффективного времени (13).

Далее сравним первую и вторую половины импульса. На рис. 3 показаны аналогичные результаты обработки.

Средняя мощность для первой половины импульса равна 24,9 МВт, а для второй 66,9 МВт. Обращает на себя внимание несколько неожиданный результат: интенсивность первой половины импульса существенно меньше второй, а средняя мощность первой половины в полтора раза больше средней мощности для всего импульса 18,8 МВт. Дело в том, что для вычисления средней мощности на участках осциллограммы длительностью по 400 нс использовалось эффективное время. Если вычислять среднюю мощность, используя 400 нс по формуле (4), то для первой половины получаем 9,2 МВт, для второй 28,2 МВт. Таким образом, использование эффективного времени для вычисления средней мощности является определяющим.

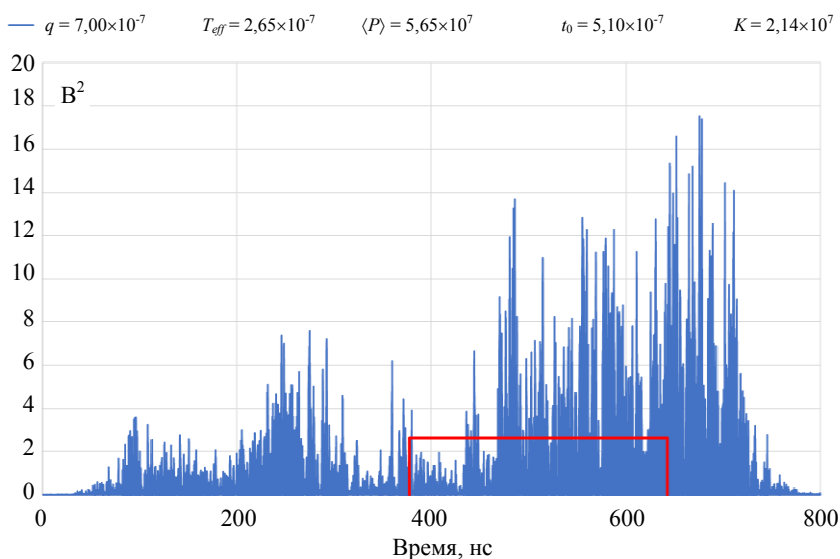
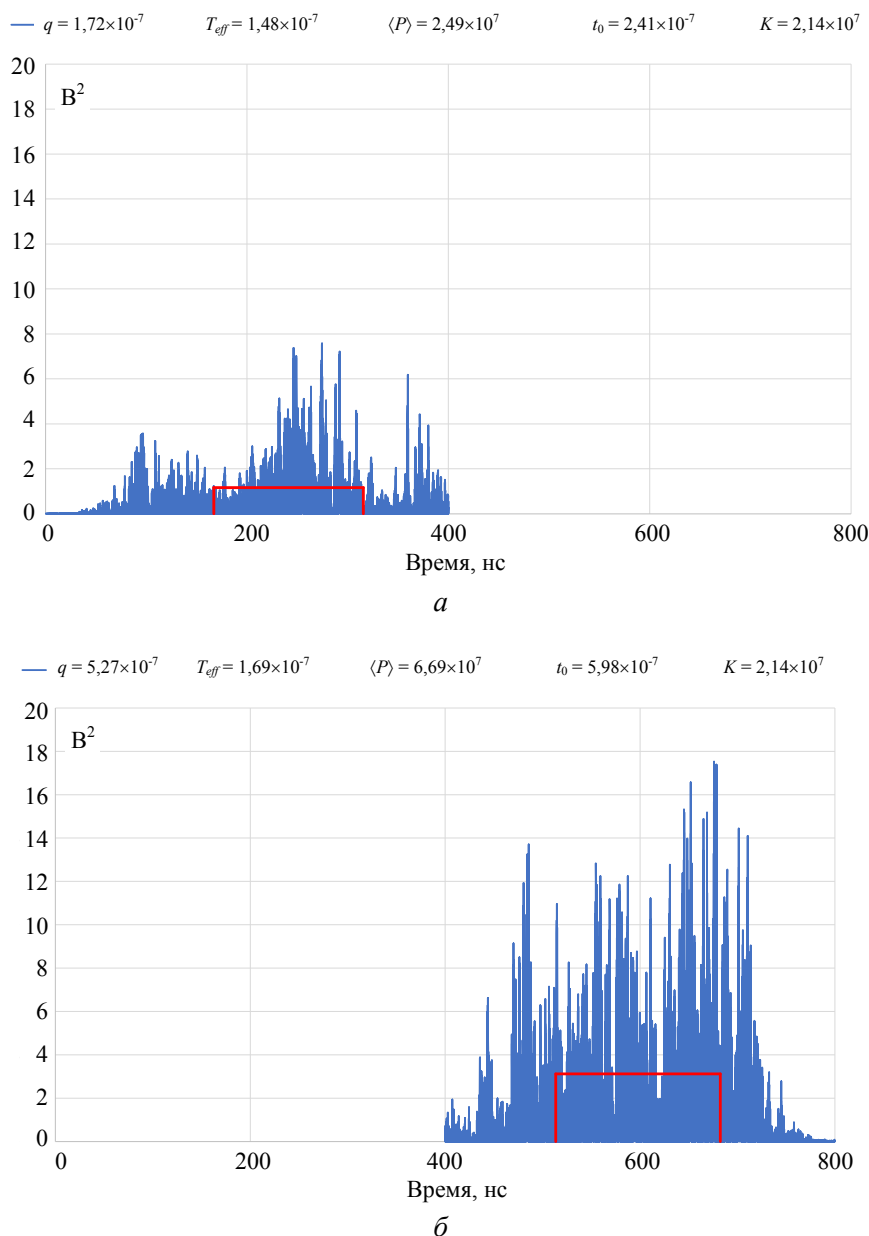


Рис. 2. График квадрата амплитуды импульса. Красным прямоугольником показан эффективный импульс, у которого центр тяжести совпадает с центром тяжести синей фигуры. Верхняя строчка – результаты, полученные по данному методу.  $t_0$  – положение центра тяжести импульса излучения,  $K$  – переводной коэффициент



**Рис. 3. Графики для первой (а) и второй (б) половины импульса. Красные прямоугольники – эффективные импульсы. Эффективное время для левой половины 148 нс и мощность 24,9 МВт; для второй половины – 169 нс и 66,9 МВт, соответственно**

Далее найдём максимальную (пиковую) мощность для импульса. Как видно из рис. 1 максимальная амплитуда импульса находится в области 670–680 нс. На рис. 4а показана эта часть временной оси. Как видно из этого рисунка, средняя мощность на интервале 670–680 нс равна 102 МВт. Уменьшим этот временной интервал, выделив область 675,0–676,4 нс длительностью 1,4 нс, рис. 4б. Здесь уже средняя мощность равна 140 МВт.

Можно поставить задачу определения максимальной (локальной) мощности в импульсе.

Очевидно, она равна  $P_{max} = Ku_{max}^2$ , где  $u_{max}^2$  – мгновенная мощность в максимуме (3). Для нашего случая  $P_{max} = 2,14 \times 10^7 \times 17,5 = 3,75 \times 10^8$  Вт. Это, естественно, больше, чем эффективная мощность, полученная на рис. 4б, поскольку мы рассматриваем один пик (а в переделе одну точку) на осциллограмме. Но рассматривать один пик осциллограммы для определения максимальной мощности не корректно с прикладной точки зрения, поскольку энергия эффективного импульса в этом случае исчезающе мала, равна

$\Delta t u_{\max}^2$ , где  $\Delta t$  – шаг дискретизации. Надо хотя бы выбрать один цуг осциллограммы с максимальной интенсивностью. Отношение средней мощности (4) к средней мощности (13)

равно  $T_{\text{eff}}/T$ . Для участка 1,4 нс получаем  $\langle p \rangle = 115$  МВт (точное значение 140 МВт), для участка 10 нс  $\langle p \rangle = 61,4$  МВт (точное значение 102 МВт).

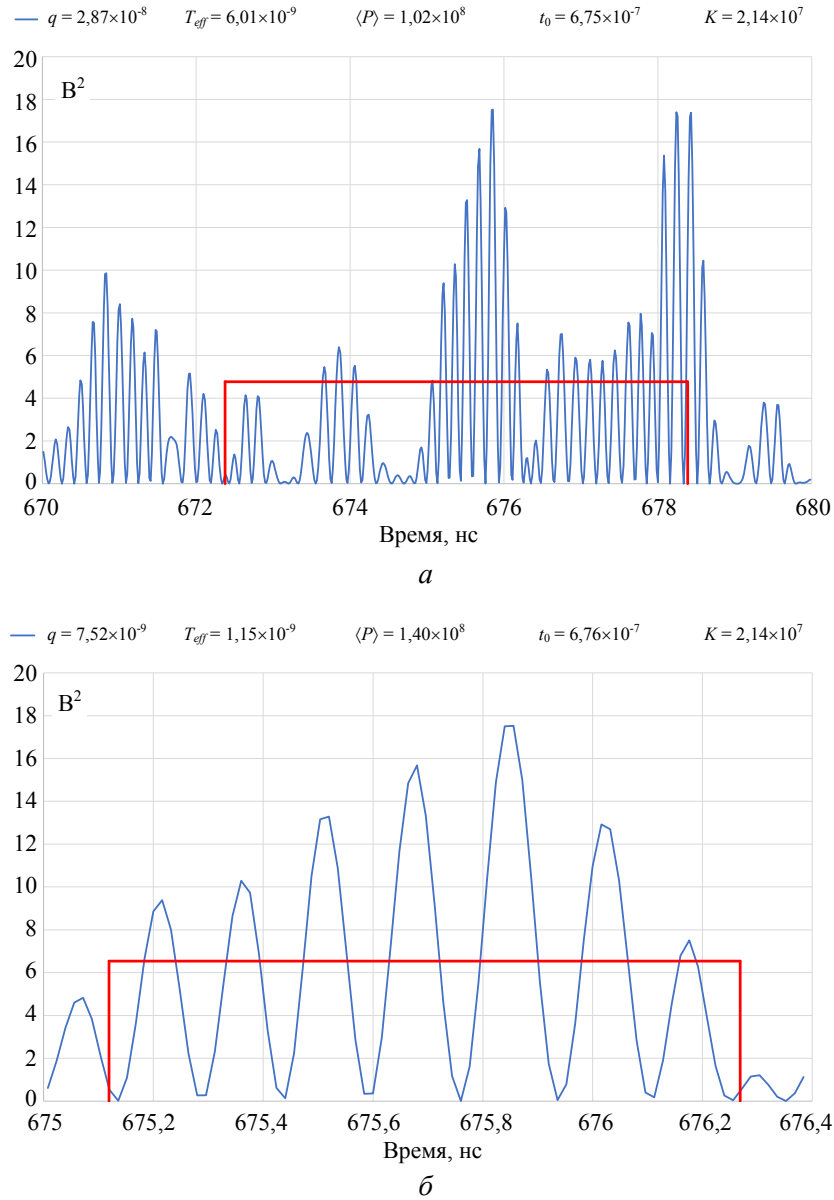


Рис. 4. Участок графика квадрата амплитуды длительностью 10 нс (а) и 1,4 нс (б) для определения максимальной мощности генерации в импульсе, эффективные импульсы – красные прямоугольники

### Определение напряжённости электрического поля микроволновой генерации

Зная среднюю мощность, можно определить напряжённость электрического поля. Связь между этими величинами даётся формулой плотности потока энергии (вектор Пойнтинга)

$$P = \frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{\epsilon\mu}} \epsilon E^2 = \frac{1}{2} c \epsilon E^2 \text{ Вт/м}^2 \quad (16)$$

где  $\epsilon = \frac{1}{4\pi \times 9 \times 10^9}$  Ф/м. Здесь произведено усреднение гармонической волны по периоду (коэффициент 1/2). Зная эффективную пло-

щадь  $S$  апертуры излучения, мы получаем связь между средней мощностью рассматриваемого временного интервала  $\langle P \rangle$  и напряжённостью поля  $\langle E \rangle$

$$\begin{aligned} \langle E \rangle &= \sqrt{\frac{2\langle P \rangle}{Sc\epsilon}} = \sqrt{\frac{2\langle P \rangle \times 4 \times 4\pi \times 9 \times 10^9}{\pi D^2 3 \times 10^8}} = \\ &= \frac{4}{D} \sqrt{60\langle P \rangle} = 31 \frac{\sqrt{\langle P \rangle}}{D}. \end{aligned} \quad (17)$$

Для импульса излучения, изображённого на рис. 1, эффективный диаметр  $D = 0,4$  м на расстоянии 0,5 от выходного рупора. Значения средней напряжённости электрического поля для участка осциллограммы длительностью 1,4 нс, рис. 4б, вычисленной по (17), равна 9 кВ/см.

### Сравнение эффективности работы ПРМИ в режиме усиления внешнего сигнала и в его отсутствии

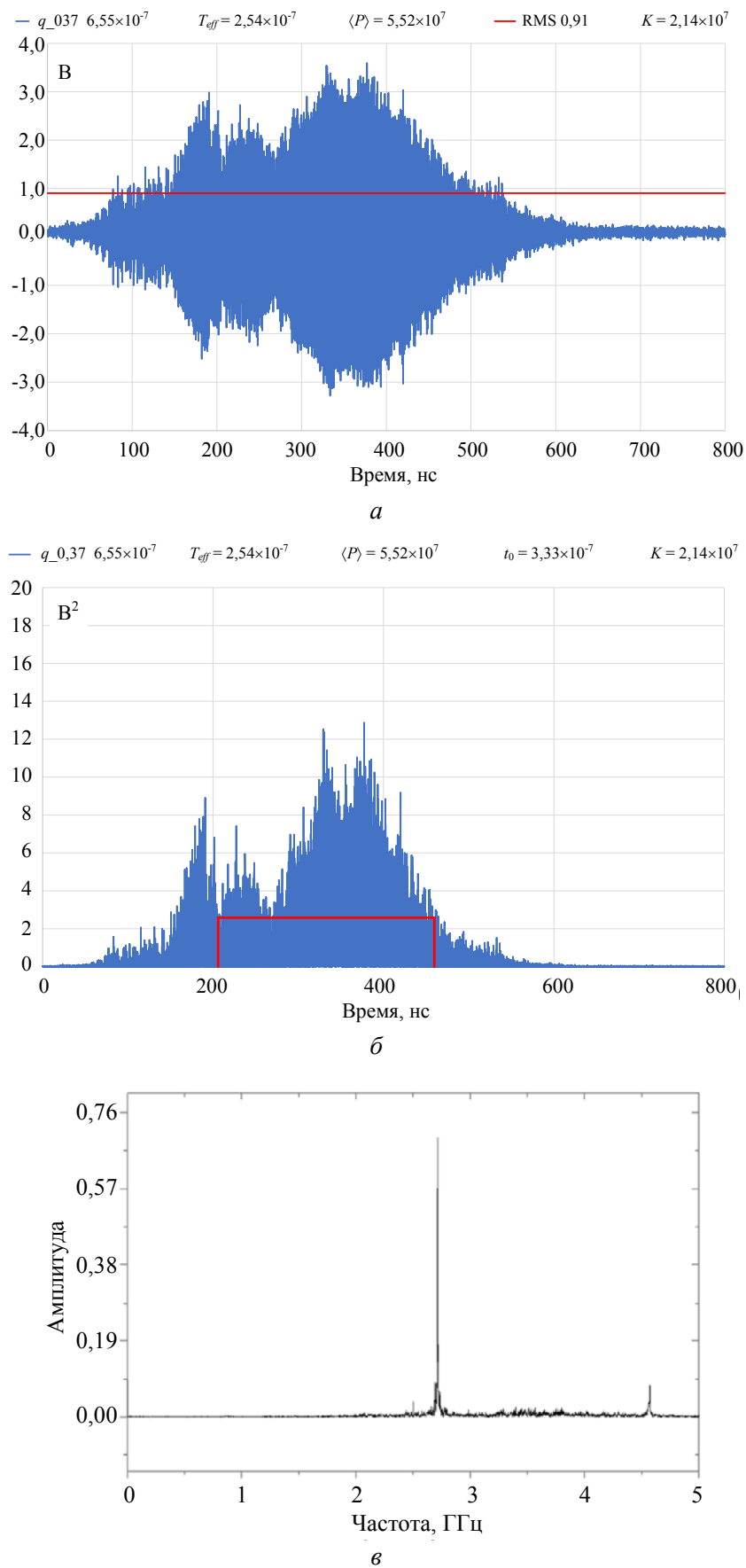
Плазменные релятивистские микроволновые источники обладают уникальным свойством усиливать внешний монохроматический сигнал в 1000 раз без значительной потери монохроматичности. Например, подавая на вход задающий сигнал магнетрона мощностью 50 кВт, мы получим на выходе 50 МВт. Для подавления положительной обратной связи в таких устройствах обычно используются специальные поглотители, что приводит к однопроходовому режиму усиления сигнала. Такое усиление может сопровождаться паразитной однопроходовой генерацией, ухудшающей качество усиленного излучения. Эффективность усиления зависит от свойств плазменного генератора и, главным образом, от плотности плазмы в пространстве взаимодействия. Мы будем сравнивать выходные

импульсы, полученные при примерно одинаковой плотности плазмы в двух режимах: в присутствии задающего сигнала и без него. В первом случае энергия, запасённая в системе, релаксирует за счёт вынужденных переходов под действием задающего генератора, излучение монохроматическое, во втором случае инверсия сбрасывается за счёт спонтанных переходов, в основном за счёт однопроходовой генерации, т. к. в системе установлен поглотитель. Такая релаксация приводит к шумовой генерации.

Эксперимент 211027. Ток плазмы 7,84 А.

Рассмотрим импульс в присутствии в системе излучения задающего магнетрона с частотой 2,71 ГГц. Зарегистрированная осциллограмма показана на рис. 5а. Рассчитанные величины указаны в верхней строчке рисунка. Эффективное время равно 254 нс, а мощность 55,2 МВт. Красной линией показана величина  $RMS$  (0,91 В). На рис. 5б приведён график квадрата амплитуды с эффективным импульсом (красный прямоугольник). Площади этих фигур совпадают. Кроме того, центры тяжести этих фигур также совмещены. На рис. 5в показан спектр этого импульса за всю длительность осциллограммы 800 нс. Аналогичные рисунки приведены для случая, когда задающий магнетрон выключен на рис. 6. Основные характеристики этих импульсов приведены в таблице.

Из приведённых данных видно, что время генерации в режиме усиления больше, чем для режима спонтанной релаксации. Это означает, что часть запасённой энергии в случае отсутствия спускового сигнала остаётся в системе. На это указывает и меньшая средняя мощность и меньшая средняя амплитуда осциллограммы (величина  $RMS$ ). Уменьшение эффективного времени также указывает на большую разреженность сигнала. Это видно и из сопоставления рисунков 5а, б и 6а, б.



**Рис. 5.** а – осциллограмма усиленного сигнала, магнетрон включён; б – график квадрата осциллограммы (синий) и соответствующий эффективный импульс (красный прямоугольник); в – спектр осциллограммы для полного интервала 800 нс

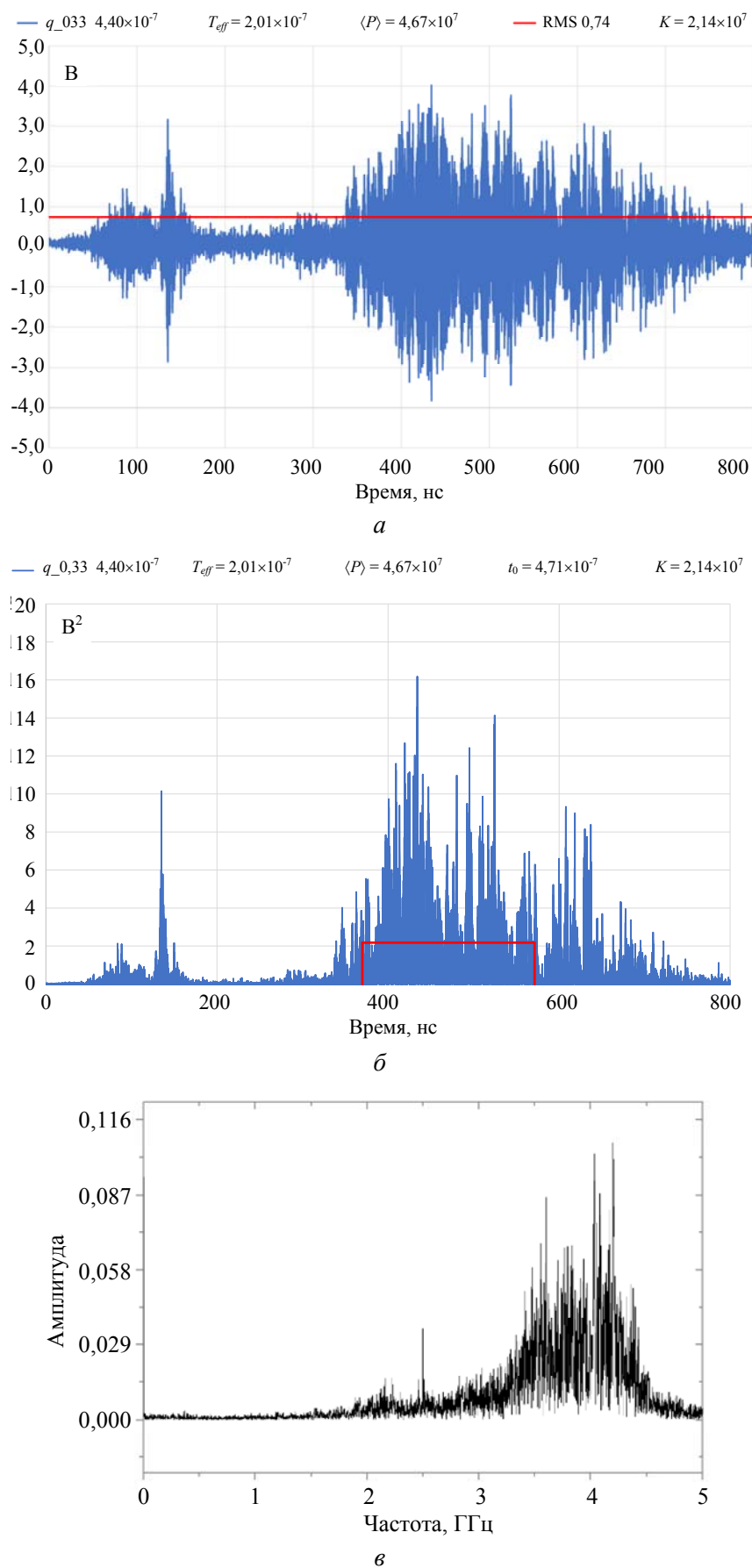


Рис. 6. а – осциллограмма шумового излучения, магнетрон выключен; б – график квадрата осциллограммы (синий) и соответствующий эффективный импульс (красный прямоугольник); в – спектр осциллограммы для полного интервала 800 нс

Таблица

Магнетрон	Номер импульса	Интеграл, $\times 10^{-7} \text{ В}^2\text{с}$	RMS, В	Эфф. время, нс	Ср. мощность, МВт
Включён	_037	6,55	0,91	254	55,2
Выключен	_033	4,40	0,74	201	46,7

### Заключение

Развитие экспериментальной техники физического эксперимента позволяет регистрировать быстропротекающие процессы в режиме реального времени вплоть до скоростей, определяемых частотами в десятки гигагерц. В настоящей работе был использован осциллограф Tektronix TDS 7704 с полосой регистрации 4 ГГц. В интервале 4–5 ГГц чувствительность спадала до нуля приблизительно по линейному закону. Информация записывается в цифровой форме, что позволяет анализировать осциллограмму с помощью методов ЦОС. В случае регистрации электромагнитного излучения временной ход квадрата амплитуды отражает зависимость мощности генерации от времени. Интеграл от квадрата амплитуды такой осциллограммы  $u^2(t)$  при определённых условиях может быть пропорционален реальной энергии импульса в джоулях. Для таких измерений сравнение осциллограмм между собой является необходимой процедурой. В настоящей работе предложен метод компьютерной обработки осциллограмм для определения средней мощности сигнала на выбранном временном участке. Причём предложен унифицированный алгоритм, пригодный для любых осциллограмм при регистрации как широкополосных, так и монохроматических сигналов. Он основан на понятии «эффективного времени» выбранного участка осциллограммы и «эффективного импульса» того же участка. Однозначность таких определений связана с понятием «центра тяжести» эффективного импульса. Величина эффективного времени слабо зависит от энергии импульса, а в основном связана с формой

осциллограммы. В то же время значение эффективного времени лежит в основе определения средней мощности импульса. Такой подход в обработке осциллограмм приводит к однозначности при сравнении однотипных параметров для одной серии экспериментов.

В качестве примеров такого подхода детально проанализирована осциллограмма широкополосного импульса, рис. 1, а также приведено сравнение импульсов ПРМИ в двух режимах по сопоставлению величины эффективного времени. Это позволило достаточно просто сделать определённые выводы, которые сложно получить другим способом.

Работа выполнена в рамках проекта РФФИ  
19-08-00625 А.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Стрелков П. С. // УФН. 2019. Т. 189. № 5. С. 494. DOI:doi.org/10.3367/UFNr.2018.09.038443
2. Стрелков П. С., Тараканов В. П., Диас Михайлова Д. Е., Иванов И. Е., Шумейко Д. В. // Физика плазмы. 2019. Т. 45. № 4. С. 335. DOI: 10.1134/S0367292135030093
3. Иванов И. Е. // Физика плазмы. 2021. Т. 47. № 5. С. 415. DOI: 10.31857/S0367292121050036
4. Стрелков П. С., Иванов И. Е., Диас Михайлова Е. Д., Шумейко Д. В. // Физика плазмы. 2021. Т. 47. № 3. С. 257. DOI: 10.31857/S0367292121030112
5. Buleyko A. B., Ponomarev A. V., Loza O. T., Ulyanov D. K., Sharypov K. A., Shunailov S. A., Yalandin M. I. // Phys. Plasmas. 2021. Vol. 28. № 2. P. 023304. DOI: 10.1063/5.0031432
6. Матвеев Ю. Н., Симончик К. К., Тропченко А. Ю., Хитров М. В. Цифровая обработка сигналов: учебное пособие по дисциплине «Цифровая обработка сигналов». – СПб: СПбНИУ ИТМО, 2013.

## Determining the effective power of a microwave pulse

*I. E. Ivanov*

Prokhorov General Physics Institute of the Russian Academy of Sciences  
38 Vavilov st., Moscow, 119991, Russia  
E-mail: [iei@fpl.gpi.ru](mailto:iei@fpl.gpi.ru), [igevgiv@gmail.com](mailto:igevgiv@gmail.com)

*Received February 22, 2022*

***A method is proposed for determining the power of a pulse or its fragment, based on the concept of effective pulse, effective power and effective time. This technique does not depend on the shape and duration of the pulse waveform but uses only the calculation of energy and the determination of the coordinates of the center of gravity of the squared pulse amplitude. This makes it possible to standardize the digital signal processing procedure for determining power, regardless of the duration and shape of the pulse and the spectral content.***

*Keywords:* digital signal processing, electromagnetic radiation, microwave pulses, generation time, average pulse power, effective time.

**DOI:** 10.51368/1996-0948-2022-2-5-15

### REFERENCES

1. P. S. Strelkov, *Physics Uspekhi* **62** (5), 465 (2019).
2. P. S. Strelkov, V. P. Tarakanov, D. E. Dias Mikhailova, I. E. Ivanov, and D. V. Shumeiko, *Plasma Physics Reports* **45** (4), 345 (2019). DOI: 10.1134/S1063780X19030097
3. I. E. Ivanov, *Plasma Phys. Rep.* **47** (5), 440 (2021). DOI: 10.1134/S1063780X21050032
4. P. S. Strelkov, I. E. Ivanov, E. D. Dias Mikhailova, and D. V. Shumeiko, *Plasma Phys. Rep.* **47** (3), 269 (2021). DOI: 10.1134/S1063780X21030090
5. A. B. Buleyko, A. V. Ponomarev, O. T. Loza, D. K. Ulyanov, K. A. Sharypov, S. A. Shunailov, and M. I. Yalandin, *Phys. Plasmas* **28** (2), 023304 (2021). DOI: 10.1063/5.0031432
6. Yu. N. Matveev, K. K. Simonchik, A. Yu. Tropchenko, and M. V. Khitrov, *Digital Signal Processing: Textbook on discipline "Digital Signal Processing"* (SPbNIU ITMO, St. Petersburg, 2013) [in Russian].