

УДК 621.371.182
EDN: YNKXST

PACS: Nr 52.35

Рассеяние электромагнитной волны неоднородным плазмойдом

© Н. Д. Наумов, В. П. Петровский*

*Объединенный институт высоких температур РАН, Москва, 125412 Россия***E-mail: b1p2a3@mail.ru**Статья поступила в редакцию 19.08.2026; после доработки 03.09.2026; принята к публикации 22.10.2026**Шифр научной специальности: 1.3.9.*

Рассматривается упрощенный метод оценки рассеяния плоской электромагнитной волны неоднородным плазмойдом, где по аналогии с принципом Гюйгенса рассеянное поле представляется в виде суперпозиции полей волн, источниками которых являются переменные токи, возбуждаемые падающей волной в небольших объемах плазмы. С помощью этого метода проведены расчеты эффективной площади рассеяния сферически симметричного плазмойда с радиальной неоднородностью концентрации электронов. Проведено сравнение с результатами аналогичных вычислений на основе решения задачи дифракции плоской электромагнитной волны на плазмойде.

Ключевые слова: электромагнитная волна, дифракция, рассеяние, плазмойд, эффективная площадь рассеяния.

DOI: 10.51368/1996-0948-2026-5-15-20

Введение

Теоретические и экспериментальные исследования рассеяния электромагнитных волн плазменными образованиями применяются в радиолокации [1], метеорной радиосвязи и радиоастрономии [2, 3], при разработке технологий изменения отражательных свойств объектов с помощью плазмы [4]. Получение количественных результатов для задачи рассеяния этих волн неоднородным плазмойдом является сложной задачей и требует применения численных методов. В связи с этим несомненный интерес представляют аналитические методы оценки рассеяния волн.

Такой метод предложен в работе [5], в которой по аналогии с принципом Гюйгенса рассеянное поле представляется в виде суперпозиции полей волн, создаваемых элементарными электрическими вибраторами. В качестве таких вибраторов рассматриваются токи, возбуждаемые падающей волной в совокупности небольших объемов плазмы, причем

поля элементарных вибраторов следует суммировать с учетом разности фаз волн.

Для оценки адекватности этого метода можно использовать решение задачи дифракции электромагнитной волны на плазмойде, поскольку рассеянное поле представляет собой внешнее поле дифракции на больших расстояниях, когда напряженность поля обратно пропорциональна расстоянию от плазмойда.

Целью данной работы является решение задачи дифракции для сферически симметричного плазмойда с радиальной неоднородностью концентрации электронов и сравнение результатов расчета эффективной площади рассеяния (ЭПР) этого плазмойда на основе полученного решения и с помощью метода работы [5].

ЭПР плазмойда

Рассмотрим сферически симметричный плазмойд с радиальной неоднородностью концентрации электронов, плазма которого

является проницаемой для падающей электромагнитной волны. Речь идет о низкотемпературной плазме и высокочастотной волне, когда можно пренебречь как движением ионов, так и столкновениями электронов. Тогда диэлектрическая проницаемость плазмы в сферической системе координат r, θ, φ с началом в центре плазмоида равна: $\varepsilon = \varepsilon(r) = 1 - e^2 N / \varepsilon_0 m_e \omega^2$, где e, m_e – заряд и масса электрона, $N = N(r)$ – концентрация электронов, ε_0 – электрическая постоянная, ω – круговая частота волны. Отсюда следует, что плазма будет проницаемой для падающей волны, если выполняется условие $e^2 N / \varepsilon_0 m_e \omega^2 < 1$.

Исходя из общего выражения для ЭПР $\sigma = 4\pi R^2 |A_s|^2 / |A|^2$, где A_s – амплитуда поля обратно рассеянной волны, A – амплитуда поля падающей волны, R – расстояние до излучателя [1], в работе [5] было получено следующее выражение для ЭПР неоднородного плазмоида в случае пространственно совмещенных излучателя и приемника:

$$\sigma = 4\pi r_e^2 \left| \int N e^{i\Psi} dV \right|^2. \quad (1)$$

Здесь r_e – классический радиус электрона, Ψ – разность фаз волн для вибраторов.

Для рассматриваемого плазмоида набег фазы падающей волны при распространении вдоль оси Oz от плоскости $z = -a$ до вибратора в центре плазмоида равен: $\Phi_0 = k \int_{-a}^0 \sqrt{\varepsilon(z)} dz$,

где $k = 2\pi/\lambda$ – волновое число, λ – длина волны, a – радиус плазмоида. Аналогичный результат для вибратора с координатами r, θ имеет вид: $\Phi = k[a - d + \int_0^b \sqrt{\varepsilon(r(s))} ds]$, где

$b = d + r \cos \theta$, $d = \sqrt{a^2 - r^2 \sin^2 \theta}$, $r(s) = \sqrt{a^2 + s^2 - 2sd}$. Учитывая, что в случае обратного рассеяния такими же будут и набег фаз волн, создаваемых этими вибраторами, в итоге для разности фаз получим: $\Psi = 2(\Phi_0 - \Phi)$.

После интегрирования в выражении (1) по угловой координате φ расчет ЭПР плазмоида с неоднородным распределением концентрации электронов: $N = N_0(1 - \beta r^2/a^2)$, где β ,

N_0 – постоянные, сводится к вычислению двойного интеграла:

$$\frac{\sigma}{\pi a^2} = \left| \gamma_0 \alpha^2 \int_0^1 \int_0^\pi e^{i\Psi} (1 - \beta \xi^2) \xi^2 \sin \theta d\xi d\theta \right|^2, \quad (2)$$

$$\Psi = \alpha[(1 - \chi)(\eta - 2) - \xi \zeta \cos \theta + \frac{\delta_0^2}{\tau} \ln \frac{\delta_0}{\eta - \tau} - \frac{1}{\tau} (\eta^2 - \chi^2 \tau^2) \ln \frac{\zeta + \xi \tau \cos \theta}{\eta - \chi \tau}],$$

где $\delta_0 = \sqrt{1 - \gamma_0}$, $\gamma_0 = r_e \lambda^2 N_0 / \pi$, $\tau = \sqrt{\beta \gamma_0}$, $\chi = \sqrt{1 - \xi^2 \sin^2 \theta}$, $\eta = \sqrt{\delta_0^2 + \tau^2}$, $\zeta = \sqrt{\delta_0^2 + \tau^2 \xi^2}$.

Аналогичное выражение для однородного плазмоида имеет более простой вид:

$$\frac{\sigma}{\pi a^2} = \left| \gamma \alpha^2 \int_0^1 \int_0^\pi \xi^2 \sin \theta e^{2i\alpha[(1 - \delta)\sqrt{1 - \xi^2 \sin^2 \theta} - \delta \xi \cos \theta]} d\xi d\theta \right|^2, \quad (3)$$

где $\delta = \sqrt{1 - \gamma}$, $\gamma = r_e \lambda^2 N / \pi$.

Приближенное решение задачи дифракции

Для решения задачи дифракции исходным является уравнение для электрического поля монохроматической волны $\mathbf{E} = \mathbf{F} e^{-i\omega t}$ в неоднородной плазме [6]:

$$\Delta \mathbf{F} + \varepsilon k^2 \mathbf{F} + \text{grad} \left(\frac{1}{\varepsilon} \mathbf{F} \text{grad} \varepsilon \right), \quad (4)$$

а также разложение электромагнитного поля $\mathbf{E}_0 = \mathbf{F}_0 e^{-i\omega t}$, $\mathbf{H}_0 = \mathbf{G}_0 e^{-i\omega t}$ плоской линейно поляризованной волны [7]:

$$\mathbf{F}_0 = A \mathbf{e}_x e^{ikz} = A \sum_{n=1}^{\infty} i^n \frac{2n+1}{n(n+1)} (\mathbf{M}_{ns} - i \mathbf{N}_{nc}),$$

$$\mathbf{G}_0 = A \mathbf{e}_y e^{ikz} = \frac{A}{W_0} \sum_{n=1}^{\infty} i^n \frac{2n+1}{n(n+1)} (\mathbf{M}_{nc} + i \mathbf{N}_{ns}).$$

Здесь $\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y$ – орты декартовой системы координат, W_0 – волновое сопротивление вакуума,

$$\begin{aligned}\mathbf{M}_{n\mu} &= w_\mu \frac{j_n(\rho)}{\sin \theta} P_n^1(\cos \theta) \mathbf{e}_\theta - \\ &- u_\mu j_n(\rho) \frac{dP_n^1(\cos \theta)}{d\theta} \mathbf{e}_\varphi, \\ \mathbf{N}_{n\mu} &= u_\mu \frac{n(n+1)}{\rho} j_n(\rho) P_n^1(\cos \theta) \mathbf{e}_r + \\ &+ (\rho j_n(\rho))' \frac{u_\mu}{\rho} \frac{dP_n^1(\cos \theta)}{d\theta} \mathbf{e}_\theta + \\ &+ (\rho j_n(\rho))' \frac{w_\mu P_n^1(\cos \theta)}{\rho \sin \theta} \mathbf{e}_\varphi,\end{aligned}$$

где индекс μ принимает значения $c, s, u_c = \cos \varphi, u_s = \sin \varphi, w_\mu = du_\mu/d\varphi, j_n(x)$ – сферическая функция Бесселя, $P_n^1(x)$ – присоединенная функция Лежандра, $\mathbf{e}_r, \mathbf{e}_\theta, \mathbf{e}_\varphi$ – орты сферической системы координат; штрихом обозначается дифференцирование по переменной $\rho = kr$.

Если выполняется условие слабонеоднородности плазмы: $(1/\varepsilon k) \text{grad} \varepsilon \ll 1$, то можно найти приближенное решение уравнения (4) с помощью метода последовательных приближений. Представляя поле электромагнитной волны в виде ряда по степеням указанного малого параметра, в основном приближении имеем:

$$\Delta \mathbf{F} + \varepsilon k^2 \mathbf{F} = 0. \quad (5)$$

Как нетрудно проверить, с принятой точностью векторы $\mathbf{P} = \text{rot}(\psi \mathbf{r}), \mathbf{Q} = (1/k\sqrt{\varepsilon}) \text{rot} \mathbf{P}$ являются решениями уравнения (5), если функция $\psi = \psi(r, \theta, \varphi)$ удовлетворяет уравнению

$$\Delta \psi + \varepsilon k^2 \psi = 0.$$

Будем искать решение уравнения (5) для электрического поля внутри плазмоида в виде:

$$\mathbf{F}_i = A \sum_{n=1}^{\infty} i^n \frac{2n+1}{n(n+1)} (B_n \mathbf{P}_{ns} - i C_n \mathbf{Q}_{nc}),$$

где B_n, C_n – пока неопределенные постоянные коэффициенты. Тогда из уравнения Максвелла $\text{rote} = -\mu_0 \partial \mathbf{H} / \partial t$ для магнитного поля внутри плазмоида имеем:

$$\mathbf{G}_i = \sqrt{\varepsilon} \frac{A}{W_0} \sum_{n=1}^{\infty} i^n \frac{2n+1}{n(n+1)} (C_n \mathbf{P}_{nc} + i B_n \mathbf{Q}_{ns}).$$

В результате найдем, что вектор $\mathbf{P}_{n\mu}$ получается из вектора $\mathbf{M}_{n\mu}$ заменой функции $j_n(\rho)$ на функцию $f_n(\rho)$, а вектор $\mathbf{Q}_{n\mu}$ определяется аналогично вектору $\mathbf{N}_{n\mu}$ выражением:

$$\begin{aligned}\mathbf{Q}_{n\mu} &= u_\mu \frac{n(n+1)}{\rho \sqrt{\varepsilon}} f_n(\rho) P_n^1(\cos \theta) \mathbf{e}_r + \\ &+ (\rho f_n(\rho))' \frac{u_\mu}{\rho \sqrt{\varepsilon}} \frac{dP_n^1(\cos \theta)}{d\theta} \mathbf{e}_\theta + \\ &+ (\rho f_n(\rho))' \frac{w_\mu P_n^1(\cos \theta)}{\rho \sqrt{\varepsilon} \sin \theta} \mathbf{e}_\varphi.\end{aligned}$$

Здесь функция $f_n(\rho)$ является решением обыкновенного дифференциального уравнения:

$$\rho^2 f_n'' + 2\rho f_n' + [\varepsilon \rho^2 - n(n+1)] f_n = 0. \quad (6)$$

Если диэлектрическая проницаемость плазмы плавно изменяется вблизи центра плазмоида, то начальные условия для уравнения (6) имеют вид: $f_n(0) = g_n(0), f_n'(0) = g_n'(0)$, где функция $g_n(\rho)$ является решением уравнения (6) при $\varepsilon = \varepsilon(0)$.

Внешнее поле дифракции описывается следующими выражениями:

$$\mathbf{F}_e = A \sum_{n=1}^{\infty} i^n \frac{2n+1}{n(n+1)} (b_n \mathbf{p}_{ns} - i c_n \mathbf{q}_{nc}),$$

$$\mathbf{G}_e = \frac{A}{W_0} \sum_{n=1}^{\infty} i^n \frac{2n+1}{n(n+1)} (c_n \mathbf{p}_{nc} + i b_n \mathbf{q}_{ns}),$$

где b_n, c_n – постоянные коэффициенты, векторы $\mathbf{p}_{n\mu}, \mathbf{q}_{n\mu}$ получаются из векторов $\mathbf{M}_{n\mu}, \mathbf{N}_{n\mu}$ заменой функции $j_n(\rho)$ на сферическую функцию Бесселя $h_n^{(1)}(\rho)$.

Чтобы найти коэффициенты B_n, C_n, b_n, c_n , следует использовать граничные условия, которые заключаются в равенстве при $\rho = \alpha$, где $\alpha = ka$, тангенциальных составляющих полей вне плазмоида $\mathbf{F}_0 + \mathbf{F}_e, \mathbf{G}_0 + \mathbf{G}_e$ и полей внутри плазмоида $\mathbf{F}_i, \mathbf{G}_i$. Эти условия позволяют по-

лучить для указанных коэффициентов систему алгебраических уравнений, из которой для коэффициентов, определяющих внешнее поле дифракции, найдем:

$$b_n = \frac{j_n(\alpha)[\alpha f_n(\alpha)]' - f_n(\alpha)[\alpha j_n(\alpha)]'}{f_n(\alpha)[\alpha h_n^{(1)}(\alpha)]' - h_n^{(1)}(\alpha)[\alpha f_n(\alpha)]'},$$

$$c_n = \frac{\varepsilon(a)f_n(\alpha)[\alpha j_n(\alpha)]' - j_n(\alpha)[\alpha f_n(\alpha)]'}{h_n^{(1)}(\alpha)[\alpha f_n(\alpha)]' - \varepsilon(a)f_n(\alpha)[\alpha h_n^{(1)}(\alpha)]'}.$$

Если диэлектрическая проницаемость ε является постоянной величиной, то $f_n(\rho) = j_n(\rho\sqrt{\varepsilon})$ и полученное выше решение совпадает с известными выражениями для дифракции электромагнитной волны на однородном диэлектрическом шаре [7].

Расчет ЭПР плазмоида

С помощью полученного решения были проведены расчеты ЭПР неоднородного плазмоида при $N_0 = 1/4r_e a^2$, $\beta = 0,5$. Расчеты производились при значениях параметра слабо-неоднородности плазмы не более 0,1, что для выбранных значений постоянных N_0 , β соответствует значению $2\pi a/\lambda$ не менее 5,5. Результаты расчета представлены на рис. 1 сплошной линией. Пунктирная линия на этом рисунке соответствует расчету ЭПР с помощью выражения (2).

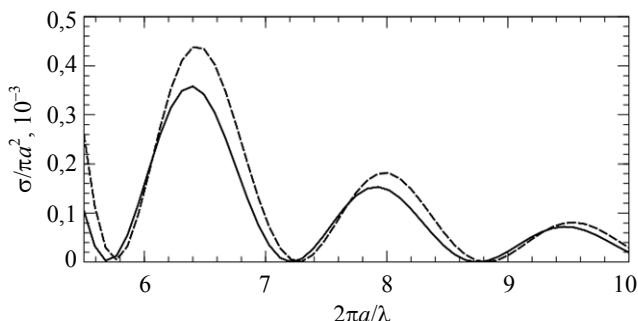


Рис. 1. ЭПР неоднородного плазмоида.
Сплошная линия – приближенное решение задачи дифракции, пунктирная линия – выражение (2)

Для сравнения на рис. 2 представлены результаты расчета ЭПР однородного плазмоида,

который содержит такое же количество электронов, что и неоднородный плазмод. Сплошная линия соответствует точному решению задачи дифракции электромагнитной волны на однородном диэлектрическом шаре [7], пунктирная линия получена на основе выражения (3).

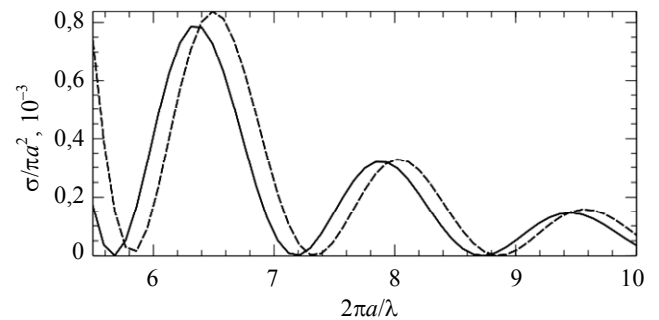


Рис. 2. ЭПР однородного плазмоида.
Сплошная линия – точное решение задачи дифракции [7], пунктирная линия – выражение (3)

Как видно из этих графиков, максимальные значения ЭПР неоднородного плазмоида существенно меньше ЭПР однородного плазмоида. Уменьшение значения ЭПР в случае неоднородного плазмоида может быть обусловлено пространственным изменением плазменной частоты внутри плазмоида, что приводит к размытию внешней границы отражения и уменьшению общей площади отражения по сравнению с однородным плазмодом. Максимальная погрешность вычисления амплитудного значения ЭПР однородного плазмоида приближенным расчетом не превышает 8 % (рис. 2), а неоднородного плазмоида – не превышает 15 % (рис. 1). Смещение максимумов ЭПР для точного и приближенного расчета (рис. 2) составляет не более 4 %. Такая точность определения ЭПР обусловлена принятой в работе [5] упрощенной трактовкой рассеяния волны плазмодом.

Заключение

Предложенная упрощенная физическая модель рассеяния проходящих электромагнитных волн и аналитические решения задачи дифракции приводят к близким значениям ЭПР плазмоедов по сравнению с численными решениями задачи дифракции для сложных моделей неоднородных плазмоедов. Упро-

ценную модель можно использовать для проведения оперативных практических оценок рассеяния электромагнитной волны неоднородным проницаемым плазмойдом.

Обнаружено уменьшение значения ЭПР неоднородного плазмойда в сравнении с однородным плазмойдом, что может быть обусловлено пространственным изменением плазменной частоты внутри плазмойда.

Если для части плазмы не выполняется условие прохождения (указанное в начале статьи условие проницаемости), то с точки зрения метода [5] внутри плазмойда возникает поверхность отражения падающей волны. Для учета влияния этой поверхности на рассеяние волны требуется дальнейшая доработка этого метода.

Полученное решение задачи дифракции для сферически симметричного плазмойда с радиальной неоднородностью концентрации электронов может быть полезным в таких приложениях, как микроволновая обработка материалов [8], создание компактных плазменных источников излучения [9], кластерной плазмы [10].

Авторы выражают благодарность Печёркину В. Я. за конструктивные замечания, способствующие улучшению статьи.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Финкельштейн М. И. Основы радиолокации. – М.: Радио и Связь, 1983.
2. Долуханов М. П. Дальнее распространение ультракоротких волн. – М.: Связьиздат, 1962.
3. Мак-Кинли Д. Методы метеорной астрономии. – М., Мир, 1964.
4. Hema S., Simy A., Rakesh M. J. Plasma-based radar cross section reduction. – Springer: Singapore Heidelberg New York Dordrecht London, 2016.
5. Наумов Н. Д., Петровский В. П. / ТБТ. 2025. Т. 63. № 2. С. 189–192.
6. Бреховских Л. М. Волны в слоистых средах. – М.: Наука, 1973.
7. Стрэттон Дж. А. Теория электромагнетизма. – М.-Л.: ГИТТЛ, 1948.
8. Bykov Yu. V., Rybakov L. I., Semenov V. I. / J. Phys. D; Appl. Phys. 2001. Vol. 34. P. R35–R37.
9. Glyavin M. Yu., Golubev I. V., Izotov I. V. et al. / Appl. Phys. Lett. 2014. Vol. 105. P. 174101–174104.
10. Gildenburg V. B., Kostin V. A., Pavlichenko I. A. / Phys. Plasmas. 2011. Vol. 18. P. 092101–092106.

PACS: Hr 52.35

Electromagnetic wave scattering on inhomogeneous plasmoid

N. D. Naumov and V. P. Petrovskiy*

Joint Institute of High Temperatures, Moscow, 125412 Russia

*E-mail: b1p2a3@mail.ru

Received 19.08.2026; revised 03.09.2026; accepted 22.10.2026

The calculation technique for electromagnetic wave scattering on inhomogeneous plasmoid is considered. Approximate solution for the problem of electromagnetic wave diffraction on spherically symmetrical slightly inhomogeneous plasmoid is obtained. The radar cross section calculations for this plasmoid on the basis of the technique and this solution are compared.

Keywords: electromagnetic wave, scattering, diffraction, plasmoid, radar cross section.

REFERENCES

1. Finkelshtein M. I. Foundation of radiolocation. Moscow: Radio i Svyaz, 1983 [in Russian].
2. Dolukhanov M. P. Long-range ultra short waves propagation. Moscow: Svyazizdat, 1962 [in Russian].
3. McKinley D. W. R. Meteor science and engineering. McGraw-Hill Book Company, 1961.

4. Hema S., Simy A., and Rakesh M. J. Plasma-based radar cross section reduction. Springer: Singapore Heidelberg New York Dordrecht London, 2016.
5. Naumov N. D. and Petrovskiy V. P., High temperatures **63** (2), 189–192 (2025) [in Russian].
6. Brekhovskikh L. M. Waves in stratified media. Moscow: Nauka, 1973 [in Russian].
7. Stratton J. A. Electromagnetic theory. McGraw-Hill Book Company, 1941.
8. Bykov Yu. V., Rybakov L. I., and Semenov V. I., J. Phys. D; Appl. Phys. **34**, R35–R37 (2001).
9. Glyavin M. Yu., Golubev I. V., Izotov I. V., et al., Appl. Phys. Lett. **105**, 174101–174104 (2014).
10. Gildenburg V. B., Kostin V. A., and Pavlichenko I. A., Phys. Plasmas. **18**, 092101–092106 (2011).

Об авторах

Наумов Николай Дмитриевич, д.ф.-м.н., ведущий инженер, Объединенный институт высоких температур РАН (125412, Москва, Россия). E-mail: ndnaumov@mail.ru

Петровский Виктор Павлович, д.т.н., начальник лаборатории, Объединенный институт высоких температур РАН (125412, Москва, Россия). E-mail: b1p2a3@mail.ru SPIN-код: 8097-8642, AuthorID: 10769