

УДК 539.1.03
EDN: MVUFLO

PACS: 41.60.Bq

Черенковское рентгеновское излучение в спектральном диапазоне окна прозрачности воды

© С. А. Куделя, В. С. Малышевский*, Г. В. Фомин

*Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону, 344006 Россия*** E-mail: vsmalyshevsky@sfedu.ru**Статья поступила в редакцию 16.02.2026; после доработки 27.02.2026; принята к публикации 5.06.2026**Шифр научной специальности: 1.3.8*

Выявлены особенности черенковского и параметрического излучения в рентгеновской области, в спектральном диапазоне окна прозрачности воды, при пролете релятивистских частиц через изолированную мишень и регулярную стопку пластин. Численные расчеты выхода поляризованного излучения выполнены для электронов с энергией 10 МэВ и титановой мишени. Показана принципиальная возможность создания на основе этого эффекта квазимонохроматических направленных источников поляризованного рентгеновского излучения с высокой угловой плотностью.

Ключевые слова: черенковское излучение, переходное излучение, параметрическое излучение, рентгеновское излучение, титан, окно прозрачности воды.

DOI: 10.51368/1996-0948-2026-3-14-20

Введение

Исследование явлений, связанных с излучением Вавилова-Черенкова и переходным излучением, возникающим при движении ускоренных релятивистских частиц сквозь различные материалы, традиционно представляет собой перспективное направление для создания инновационных детекторов и источников излучения в различных областях электромагнитного спектра. Последние достижения и перспективы в этой области изложены, в частности, в недавней обзорной статье [1].

Как было показано в [2], диэлектрическая проницаемость некоторых веществ вблизи краев К- и L-линий поглощения может превышать единицу. Это создает условия для возникновения черенковского излучения в рентгеновском диапазоне частот. Теоретический анализ возможности черенковского рентгеновского излучения в различных материалах проведен в [3]. Обсуждение возможной генерации рентгеновского черенковского излуче-

ния ультрарелятивистских электронов в угле-роде впервые проведено в экспериментах [4]. В работе [5] сообщалось о наблюдении рентгеновского черенковского излучения электронов с энергией 5 МэВ в кремнии вблизи края L-линии поглощения 99,7 эВ. В экспериментах [6] было обнаружено черенковское излучение релятивистских электронов $E = 10$ МэВ в мишени титана и ванадия толщиной 10 мкм при энергиях фотонов 453 эВ и 512 эВ, соответственно, при нормальном падении частиц на поверхность мишени. Зафиксированный выход фотонов в расчете на один электрон составил $3,5 \times 10^{-4}$ для титановой мишени и $4,3 \times 10^{-4}$, соответственно, для ванадиевой. Область электромагнитного спектра в частотном диапазоне от 300 до 500 эВ представляет особый интерес. Вода прозрачна в этом спектральном диапазоне (так называемое окно прозрачности воды), но углерод и его органические соединения нет. Квазимонохроматическое черенковское излучение в этой области спектра может быть использовано для созда-

ния рентгеновских микроскопов, визуализирующих структуры биологических тканей [7]. В этой связи результаты измерений [6] представляют особый интерес.

В соответствии с данными [8], максимальные значения действительной и мнимой частей диэлектрической проницаемости в титане достигается при энергии квантов, равной 454 эВ, а ширина области, где $\epsilon' > 1$, составляет приблизительно 5 эВ. При значении энергии квантов 454 эВ равны, соответственно, $\epsilon' = 1,007$ и $\epsilon'' = 0,006$. Нетрудно оценить, что порог для возникновения рентгеновского черенковского излучения с энергией квантов вблизи L-края поглощения, например, в титане, достигается при значении Лоренц-фактора $\gamma > 12$, что соответствует энергии электронов $E > 6$ МэВ. Величина угла черенковского излучения относительно вектора скорости электронов с энергией 10 МэВ и энергии фотонов 454 эВ составляет $\theta_c \approx 3,78^\circ$. При перпендикулярном относительно поверхности влете релятивистских электронов в мишень излучение поляризовано в плоскости волнового вектора и нормали к поверхности (продольная поляризация). При наклонном падении частиц на мишень вследствие нарушения азимутальной симметрии появляется компонента излучения, поляризованная в плоскости ортогональной к плоскости излучения (поперечная поляризация), а угловое распределение излучения становится асимметричным. Особенности переходного и черенковского излучения при наклонном падении частиц на мишень исследовались в ряде монографий [9, 10], а также в работах [11–17]. Как показано в [11, 12] при наклонном падении интенсивность продольно поляризованной волны возрастает, а ширина углового распределения уменьшается. Кроме того, возникают осцилляции по азимутальному углу, вызванные интерференцией отраженных от входной и выходной поверхностей мишени [13]. Метод поляризационных токов использовался в [14] для изучения спектрально-углового распределения и поляризационных свойств так называемого рентгеновского «гибридного» излучения, то есть при условии, когда существенна интерференция между черенковским и переходным излучениями.

Ниже приведен анализ черенковского излучения в спектральной области окна проз-

рачности воды при влете релятивистских электронов в титановую мишень, а также в регулярную стопку титановых пластин в условиях цитированных выше экспериментов [6].

Спектрально-угловое распределение

Одним из методов решения поставленной задачи в такой постановке является метод сшивок нормальной и тангенциальной компонент полей на границах раздела. Решение такой задачи в общем виде приведено в [10, 16]. Вместе с тем имеется возможность решать подобные задачи, не прибегая к непосредственному сшиванию полей. Для этого можно использовать хорошо известный результат, что компонента Фурье поля движущейся частицы эквивалентна полю совокупности неподвижных диполей, расположенных вдоль траектории частицы. Такой способ эффективно использовался в [17] (так называемый «метод изображений») для решения целого ряда задач об излучении заряженных частиц в среде. Следуя этой работе, угловое распределение излучения будем представлять в терминах направляющих косинусов $\cos\theta_x$ и $\cos\theta_y$ (ортогональные оси x и y лежат в плоскости поверхности мишени, ось z направлена вдоль нормали к поверхности). В отличие от переменных θ и φ (где θ и φ – полярный и азимутальный углы, соответственно) это обеспечит большую наглядность. Предположим, что входная и выходная поверхности мишени параллельны и не имеют шероховатостей, а скорость частицы постоянна.

Аналитические формулы для спектрально-угловой плотности излучения с продольной $dI^{\parallel}(\mathbf{k}, \omega) = I^{\parallel}(\mathbf{k}, \omega) d\omega d\Omega$ и поперечной поляризацией $dI^{\perp}(\mathbf{k}, \omega) = I^{\perp}(\mathbf{k}, \omega) d\omega d\Omega$ в диапазоне частот ω , $\omega + d\omega$ и телесном угле $d\Omega$, ориентированном в направлении движения частицы в мишени толщиной L с комплексной диэлектрической проницаемостью, приведены в [17] (формулы 18,25 и 18,26) и имеют достаточно громоздкий вид. Однако для анализа выхода излучения в условиях цитированных выше экспериментов [6] можно использовать более компактные асимптотические формулы.

Действительно, такие факторы как конечная толщина мишени, достаточно большое

значение мнимой части диэлектрической проницаемости и сравнительно небольшое отличие действительной части от единицы приведут к некоторым особенностям в угловом распределении возникающего излучения при нарушенной азимутальной симметрии. Прежде всего отметим, что в прозрачной среде черенковское излучение когерентно суммируется по всей траектории. При равенстве нулю мнимой части диэлектрической проницаемости и выполнении порогового условия это приводит к очевидной расходимости соответствующих формул. С другой стороны, наличие поглощения приводит к тому что длина траектории, на которой происходит суммирование излучения оказывается конечной. Эту длину легко оце-

нить из соотношения $L_c \approx c / \omega \epsilon''$ (см., например, [10]), откуда получим оценку $L_c / \lambda \approx 1 / \epsilon'' \approx 166$ (λ – длина волны излучения). В условиях цитированных выше экспериментов толщина используемой титановой мишени 10 мкм $L / \lambda \approx 3500$, что намного больше длины L_c (если длина волны 0,28 нм, то $L_c \approx 0,5$ мкм). Следовательно, волна, отраженная от входной поверхности, в направлении выходной поверхности будет сильно подавлена. Поэтому для расчетов интенсивности излучения можно использовать асимптотику формул (18,25) и (18,26) из [17] при $L / \lambda \rightarrow \infty$. Для спектрально-угловой плотности излучения компоненты с продольной поляризацией имеем:

$$I^{\parallel}(\mathbf{n}, \omega) = \frac{\beta_z^2 \cos^2 \theta_z |1 - \epsilon|^2}{\left[(1 - \beta_x \cos \theta_x)^2 - \beta_z^2 \cos^2 \theta_z \right]^2 \sin^2 \theta_z} \times \left| \frac{\left((1 - \beta_z \sqrt{\epsilon - \sin^2 \theta_z} - \beta_z^2 - \beta_x \cos \theta_x) \sin^2 \theta_z + \beta_x \beta_z \cos \theta_x \sqrt{\epsilon - \sin^2 \theta_z} \right)}{\left(1 - \beta_x \cos \theta_x - \beta_z \sqrt{\epsilon - \sin^2 \theta_z} \right) \left(\sqrt{\epsilon - \sin^2 \theta_z} + \epsilon \cos \theta_x \right)} \right|^2. \quad (1)$$

Спектрально-угловая плотность излучения компоненты с поляризацией, перпендику-

лярной плоскости излучения, определяется формулой:

$$I^{\perp}(\mathbf{n}, \omega) = \frac{\beta_x^2 \beta_z^4 \cos^2 \theta_y \cos^2 \theta_z |1 - \epsilon|^2}{\left[(1 - \beta_x \cos \theta_x)^2 - \beta_z^2 \cos^2 \theta_z \right]^2 \sin^2 \theta_z} \times \left| \left(1 - \beta_x \cos \theta_x - \beta_z \sqrt{\epsilon - \sin^2 \theta_z} \right) \left(\sqrt{\epsilon - \sin^2 \theta_z} + \cos \theta_x \right) \right|^{-2}. \quad (2)$$

Направление скорости электрона составляет с нормалью к поверхности мишени угол ψ , так что $\beta_x = \beta \sin \psi$, $\beta_z = \beta \cos \psi$, $\beta = v / c$. Направление излучения определяется направляющими косинусами относительно координатных осей (ось z совпадает с направлением нормали к поверхности): $\cos \theta_x = \sin \theta \cos \varphi$, $\cos \theta_y = \sin \theta \sin \varphi$, $\cos \theta_z = \cos \theta$. Безразмерная спектрально-угловая плотность интенсивности излучения в формулах (1) и (2) выражена в единицах $Z^2 e^2 / \pi^2 c$ (Ze – заряд частицы).

На рис. 1 представлены расчеты углового распределения поляризованного излучения электронов с энергией 10 МэВ в титановой

мишени толщиной 10 мкм вблизи L -края поглощения (454 эВ) при углах влета 50° и 70° , соответственно. Вертикальной линией отмечены направляющие косинусы угла влета частицы в мишень ψ относительно нормали к поверхности. На рис. 2 приведены результаты расчетов углового распределения излучения при нулевом значении азимутального угла. Отчетливо видны два максимума, соответствующие черенковскому конусу излучения. Как следует из проведенных расчетов, интенсивность продольно поляризованной волны увеличивается с увеличением угла влета частицы в кристалл, а угловая ширина максимума уменьшается. При угле влета в титановую

мишень 70° выход излучения может в максимуме примерно в двадцать раз превысить выход при нормальном падении частиц. Если

принять во внимание результаты измерений [6], то это составит примерно 7×10^{-3} фотонов на один электрон.

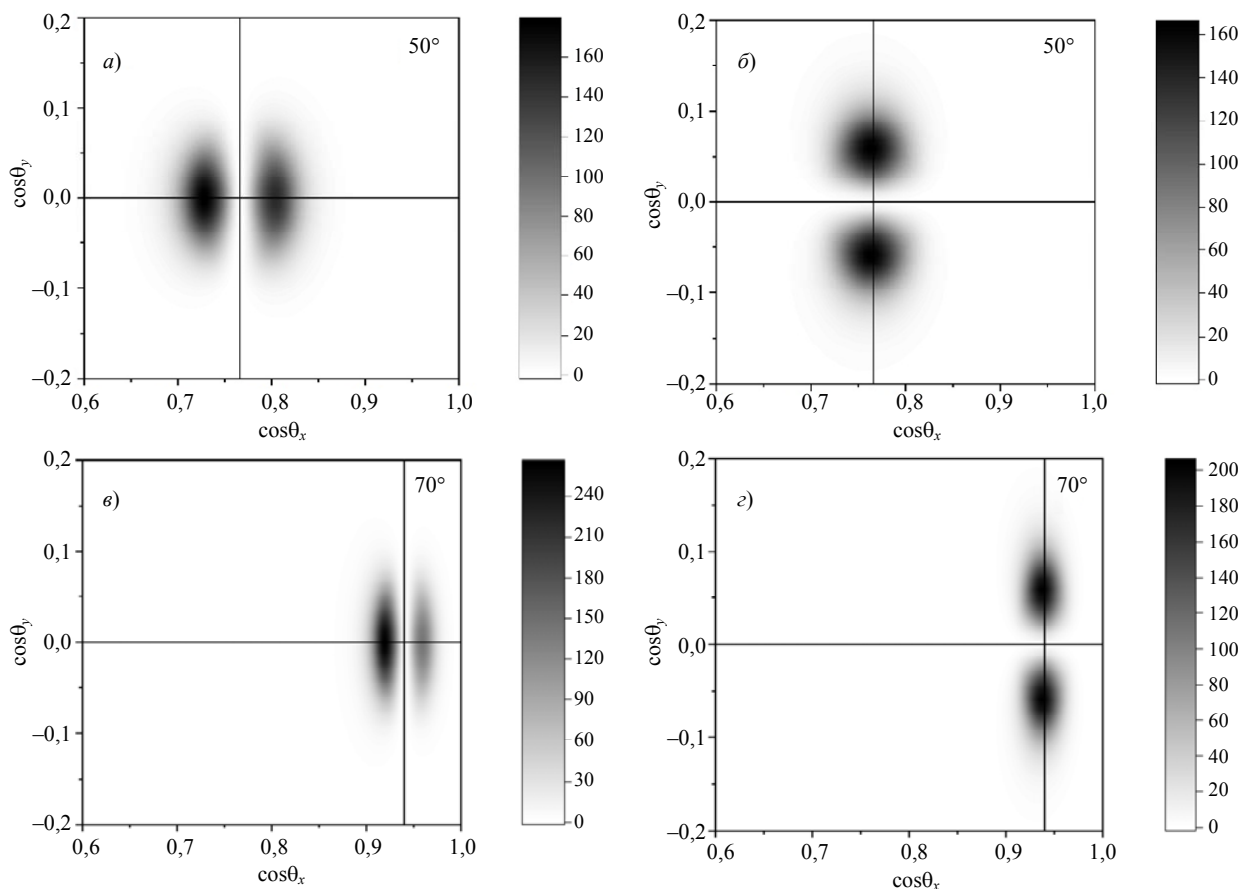


Рис. 1. Рассчитанное угловое распределение продольно поляризованной (а, в) и поперечно поляризованной (б, г) компонент черенковского излучения релятивистских электронов с энергией 10 МэВ в рентгеновском диапазоне частот ($\omega = 454$ эВ) в титановой мишени при различных углах влета частиц из мишени: (а, б) – $\psi = 50^\circ$, (в, г) – $\psi = 70^\circ$

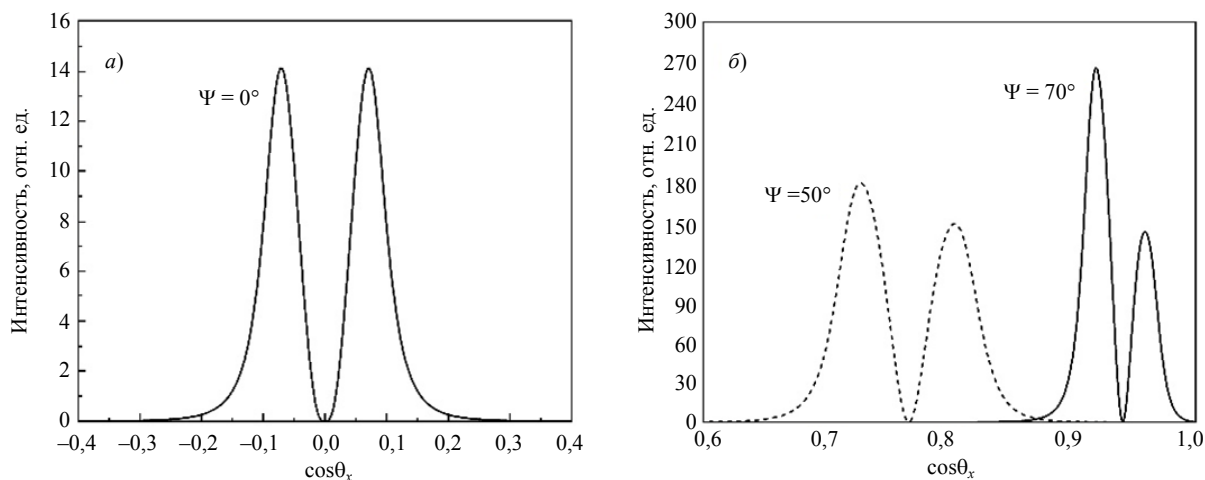


Рис. 2. Рассчитанное угловое распределение по полярному углу в плоскости черенковского излучения (азимутальный угол $\psi = 0$) с продольной поляризацией релятивистских электронов с энергией 10 МэВ в рентгеновском диапазоне частот ($\omega = 454$ эВ) в титановой мишени при различных углах влета частиц в мишень

Параметрическое рентгеновское излучение

При прохождении релятивистских электронов через регулярную стопку пластин наряду с известным черенковским и переходным излучением возникает так называемое резонансное параметрическое (или структурное) черенковское излучение. Интенсивность резонансного параметрического излучения может в некоторых случаях многократно превысить интенсивность излучения в изолированной мишени. В идеальных условиях при отсутствии поглощения интенсивность в параметрических максимумах углового распределения пропорциональна квадрату числа пластин N , а их угловая ширина пропорциональна $1/N$. В этом случае положение максимумов в угловом распределении можно определить из кинематических соотношений [10]. В частности, если выполнены условия $|\varepsilon - 1| \ll 1$ и $L \ll d$, где d – расстояние между пластинами, то угловое положение параметрических максимумов определяется известным соотношением $\cos \theta_n \approx 1/\sqrt{\varepsilon'}\beta + 2\pi n c / \omega d$, где $n = \pm 1, \pm 2 \dots$. Как отмечалось в предыдущем разделе, наличие поглощения приводит к тому, что длина траектории частицы в мишени, на которой происходит когерентное суммирование излучения, оказывается конечной, и в выбранных выше условиях, как показывают оценки, составляет величину не более 0,5 мкм. Если в изолированной мишени это приводит к тому, что излучение формируется в небольшом слое вблизи выходной поверхности, то в регулярной стопке тонких ($L < 0,5$ мкм) пластин это может ограничить число пластин, излучение от которых будет когерентно складываться. В этом случае положение максимумов в угловом распределении, их ширина и интенсивность не будут определяться простыми кинематическими соотношениями, а могут быть найдены только путем численного расчета спектрально-угловых характеристик излучения [9]. В настоящем разделе мы рассмотрим рентгеновское параметрическое излучение в диапазоне окна прозрачности воды релятивистских электронов с энергией 10 МэВ при пролете через несколько регулярно расположенных в вакууме и параллельных друг другу одинаковых титановых пластин.

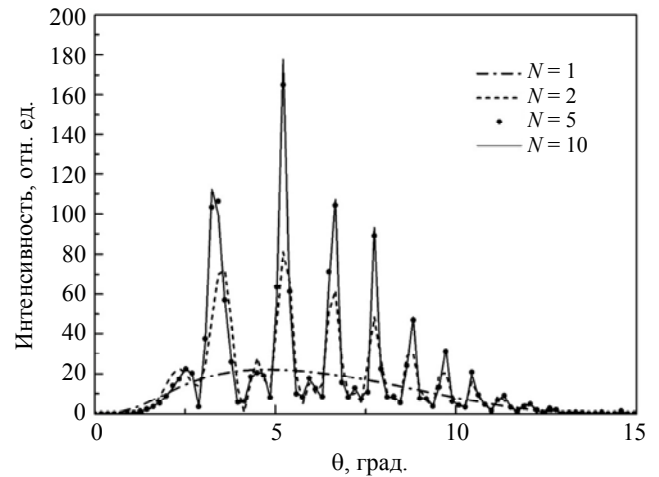


Рис. 3. Рассчитанное угловое распределение параметрического излучения релятивистских электронов с энергией 10 МэВ в рентгеновском диапазоне частот ($\omega = 454$ эВ) в мишени, состоящей из регулярной стопки из N пластин титана толщиной 0,1 мкм и толщиной вакуумного промежутка между пластинами 1 мкм

Для расчетов выхода параметрического рентгеновского излучения воспользуемся известным результатом [9], в котором для расчета выхода излучения применены рекуррентные соотношения, выражающие поля в некотором вакуумном промежутке через поля в предыдущем промежутке. Получаемые точные выражения довольно громоздки (см. формулу (3.1) из работы [9]) и здесь приводиться не будут. На рис. 3 приведены результаты расчётов углового распределения параметрического излучения электронов при нормальном падении релятивистских электронов с энергией 10 МэВ на стопку тонких титановых пластин. Как и ранее интенсивность выражена в безразмерных величинах $Z^2 e^2 / \pi^2 c$. Из-за конструктивной интерференции излучения при прохождении частицы через разные пластины угловое распределение по сравнению с аналогичным распределением для одной пластины имеет ряд дополнительных параметрических максимумов. В отличие от случая косоугольного влета в изолированную мишень угловая ширина этих максимумов излучения значительно меньше. Анализ результатов расчетов показывает, что, как и указывалось выше, наличие поглощения приводит к тому, что излучение от регулярной стопки тонких (не более 0,5 мкм) титановых пластин формируется главным образом в последних нескольких пластинах. Поэтому достичь усиления выхода излучения

более чем в десять раз при увеличении количества пластин невозможно, что и показывают результаты расчетов на рис. 3, а именно, начиная с $N = 5$, выход излучения практически не изменяется.

Заключение

Проведенный анализ и установленные особенности черенковского и параметрического излучения в рентгеновской области частот могут быть полезны при проектировании источников излучения и показывают принципиальную возможность применения эффекта для создания квазимонохроматических направленных источников поляризованного рентгеновского излучения в спектральном диапазоне окна прозрачности воды.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ruoxi Chen, Zheng Gong, Jialin Chen, et al. / Materials Today Electronics. 2023. Vol. 3. P. 100025. <https://doi.org/10.1016/j.mtelec.2023.100025>.
2. Базылев В. А., Глебов В. И., Денисов Э. И. и др. / Письма в ЖЭТФ. 1976. Т. 24. С. 406.
3. Gary C., Kaplin V., Kubankin A., et al. / Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., Sect. B. 2005. Vol. 227. P. 95. <https://doi.org/10.1016/j.nimb.2004.06.015>.
4. Базылев В. А., Глебов В. И., Денисов Э. И. и др. / Письма в ЖЭТФ. 1981. Т. 34. С. 103.
5. Knulst W., Luiten O. J., van der Wiel M. J. / Applied Physics Letters. 2001. Vol. 79. № 18. P. 2999. <https://doi.org/10.1063/1.1415049>.
6. Knulst W., van der Wiel M. J., Luiten O. J., Verhoeven J. / Applied Physics Letters. 2003. Vol. 32. № 19. P. 4050200. <https://doi.org/10.1063/1.1625999>.
7. Johansson G. A., Holmberg A., Hertz H. M., Berglund M. / Review of Science Instruments. 2002. Vol. 73. № 3. P. 1193. <https://doi.org/10.1063/1.1445870>.
8. Henke B. L., Gullikson E. M., Davis J. C. / Atomic Data and Nuclear Data Tables. 1993. Vol. 54. № 2. P. 181–342.
9. Гарибян Г. М., Ян Ши. Рентгеновское переходное излучение. – Ереван: Изд-во АН Арм. ССР, 1983.
10. Тер-Микаелян М. Л. Влияние среды на электромагнитные процессы при высоких энергиях. – Ереван: Изд-во АН Арм. ССР, 1969.
11. Булгакова М. В., Малышевский В. С., Фомин Г. В. / Поверхность. Рентгеновские, синхротронные и нейтронные исследования. 2022. № 3. С. 89. <https://doi.org/10.1134/S1027451022020070>.
12. Kubankin A., Nasonov N., Kaplin V., Uglov S., Piestrup M., Gary C. / Radiation Physics and Chemistry. 2006. Vol. 75. P. 913. <https://doi.org/10.1016/j.radphyschem.2005.12.016>.
13. Bulgakova M. V., Malyshevsky V. S., Fomin G. V. / Journal of Surface Investigation: X-ray, Synchrotron and Neutron Techniques. 2023. Vol. 17. Suppl. 1. P. S409. <https://doi.org/10.1134/S1027451023070054>.
14. Shevelev M., Konkov A., Alekseev B. / Nuclear Inst. and Methods in Physics Research B. 2020. Vol. 464. P. 117. <https://doi.org/10.1016/j.nimb.2019.12.010>.
15. Потылицын А. П., Гоголев С. Ю. / Письма в ЭЧАЯ. 2019. Т. 16. № 2 (221). С. 147.
16. Егинбарян В. А., Хачатрян Б. В. / Изв. АН Арм. ССР, физика. 1966. Т. 1. С. 11.
17. Пафомов В. Е. / Труды ордена Ленина Физического института АН СССР. 1969. Т. 44. С. 28.

PACS: 41.60.Bq

Cherenkov X-ray radiation in the area of the water transparency window with broken azimuthal symmetry

S. A. Kudelya, V. S. Malyshevsky*, and G. V. Fomin

Southern Federal University, Rostov-on-Don, 344006 Russia

* E-mail: vsmalyshevsky@sfedu.ru

Received 16.02.2026; revised 27.02.2026; accepted 5.06.2026

The features of Cherenkov and parametric radiation in the X-ray frequency range in the spectral range of the “Water Transparency Window” during the passage of relativistic particles through an isolated target and a regular stack of plates are analyzed and established. Numerical calculations of the output of polarized radiation have been performed for electrons with an energy of 10 MeV and a titanium target. The principal possibility of applying the effect to

create innovative quasi-monochromatic directional sources of polarized X-ray radiation with high angular density is shown.

Keywords: cherenkov radiation, transient radiation, X-ray radiation, titanium, vanadium, water transparency window.

REFERENCES

1. Ruoxi Chen, Zheng Gong, Jialin Chen, et al., *Materials Today Electronics* **3**, 100025 (2023). <https://doi.org/10.1016/j.mtelec.2023.100025>
2. Bazylev V. A., Glebov V. I., Denisov E. I., et al., *Letters to the JETF* **24**, 406 (1976).
3. Gary C., Kaplin V., Kubankin A., et al., *Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., Sect. B* **227**, 95 (2005). <https://doi.org/10.1016/j.nimb.2004.06.015>
4. Bazylev V. A., Glebov V. I., Denisov E. I. et al., *Letters to the JETF* **34**, 103 (1981).
5. Knulst W., Luiten O. J., and van der Wiel M. J., *Applied Physics Letters* **79** (18), 2999 (2001). <https://doi.org/10.1063/1.1415049>.
6. Knulst W., van der Wiel M. J., Luiten O. J., and Verhoeven J., *Applied Physics Letters* **32** (19), 4050200 (2003). <https://doi.org/10.1063/1.1625999>.
7. Johansson G. A., Holmberg A., Hertz H. M., and Berglund M., *Review of Science Instruments* **73** (3), 1193 (2002). <https://doi.org/10.1063/1.1445870>.
8. Henke B. L., Gullikson E. M., and Davis J. C., *Atomic Data and Nuclear Data Tables* **54** (2), 181–342 (1993).
9. Gharibyan G. M. and Yang Shi. X-ray transient radiation. Yerevan: Publishing House of the Academy of Sciences of the Armenian SSR, 1983.
10. Ter-Mikaelian M. L. The influence of the environment on electromagnetic processes at high energies. Yerevan: Publishing House of the Academy of Sciences of the Armenian SSR, 1969.
11. Bulgakova M. V., Malyshevsky V. S., and Fomin G. V., *Surface. X-ray, synchrotron, and neutron studies*, № 3, 89 (2022). <https://doi.org/10.1134/S1027451022020070>.
12. Kubankin A., Nasonov N., Kaplin V., Uglov S., Piestrup M., and Gary C., *Radiation Physics and Chemistry* **75**, 913 (2006). <https://doi.org/10.1016/j.radphyschem.2005.12.016>.
13. Bulgakova M. V., Malyshevsky V. S., and Fomin G. V., *Journal of Surface Investigation: X-ray, Synchrotron and Neutron Techniques* **17** (1), S409 (2023). <https://doi.org/10.1134/S1027451023070054>.
14. Shevelev M., Konkov A., and Alekseev B., *Nuclear Inst. and Methods in Physics Research B* **464**, 117 (2020). <https://doi.org/10.1016/j.nimb.2019.12.010>
15. Potylitsyn A. P. and Gogolev S. Y., *Letters to ECHAYA* **16** (2 (221)), 147 (2019).
16. Yeginbaryan V. A. and Khachatryan B. V., *Izv AN Arm. SSR, physics* **1**, 11 (1966).
17. Paphomov V. E., *Proceedings of the Order of Lenin of the Physical Institute of the USSR Academy of Sciences* **44**, 28 (1969).

Об авторах

Куделя Савелий Александрович, аспирант физического факультета Южного федерального университета (344006, Россия, г. Ростов-на-Дону, ул. Б. Садовая, 105/42). E-mail: kudelya@sfedu.ru SPIN-код: 9791-5440, AuthorID: 1287429 ORCID: <https://orcid.org/0009-0006-9534-5758>

Мальшевский Вячеслав Сергеевич, д.ф.-м.н., профессор кафедры общей физики физического факультета Южного федерального университета (344006, Россия, г. Ростов-на-Дону, ул. Б. Садовая, 105/42). E-mail: vsmalyshevsky@sfedu.ru SPIN-код: 4925-9320, AuthorID: 149048, ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-4538-5496>

Фомин Георгий Викторович, к.ф.-м.н., доцент физического факультета Южного федерального университета (344006, Россия, г. Ростов-на-Дону, ул. Б. Садовая, 105/42). E-mail: fomin@sfedu.ru AuthorID: 34228, ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-1672-2844>