

УДК 517.956.4
EDN: KAARML

PACS: 47.57.ef+02.60.Lj

Влияние взаимодействия наночастиц на их пространственное распределение в жидкости в однородном световом поле© В. И. Крылов^{1*}, Э. М. Вихтенко²¹ ФГБОУ ВО «Дальневосточный государственный университет путей сообщения»,
Хабаровск, 680021 Россия

* E-mail: krylov_vladimir@mail.ru

² ФГБОУ ВО «Тихоокеанский государственный университет», Хабаровск, 680035 Россия

Статья поступила в редакцию 26.02.2026; после доработки 11.03.2026; принята к публикации 5.06.2026

Шифр научной специальности: 1.3.19

Статья посвящена исследованию процесса осаждения взаимодействующих наночастиц в жидкости под действием сил светового давления. Предложена модель, описывающая изменение концентрации наночастиц вдоль направления действия постоянного внешнего поля с учётом сил их взаимного притяжения и отталкивания. Согласно результатам проведённых исследований, в неоднородной суспензии взаимодействующих наночастиц под действием интенсивного лазерного излучения возможно существование пространственных областей с разными фазами — по аналогии с различными фазами газа Ван-дер-Ваальса. Полученные результаты свидетельствуют о возможности управления наночастицами в жидкой среде для формирования тонкоплёночных структур.

Ключевые слова: наносуспензия, световое давление, осаждение наночастиц, неоднородная концентрация, взаимодействие частиц.

DOI: 10.51368/1996-0948-2026-3-7-13

Введение

Проблема формирования неоднородных распределений наночастиц в жидких суспензиях под действием внешних полей, включая давление света, является ключевой для приложений в биофотонике, экологическом мониторинге и нанотехнологиях осаждения. Спектр практических задач чрезвычайно широк: от направленной доставки лекарств с использованием магнитных наночастиц [1] и образования биопленок [2] до очистки водных растворов от микрочастиц полиэтилена [3]. В работе [4] проведен обзор методов управления разделением частиц, в том числе с использованием оптического лазера. В настоящее время активно проводятся экспериментальные и теоретические исследования по изучению влияния лазера на наносуспензии [5–7]. В большинстве работ авторы фокусиро-

вались на горизонтальной динамике частиц в лазерных лучах или термодиффузии [8, 9], а вертикальная геометрия с учетом гравитации недостаточно изучена. В то же время задача исследования поведения наносуспензии под внешним воздействием в вертикально расположенной кювете достаточно актуальна. В частности, в работе [10] рассматриваются возможности образования различных структур на подложке, которая представляет собой дно кюветы, содержащей наносуспензию.

В работах [11, 12] оптическое осаждение наночастиц анализировалось в модели идеального газа, т. е. в этих работах пренебрегалось размерами наночастиц и их взаимодействием друг с другом. Однако очевидно, что при достаточно большой концентрации наночастиц пренебрегать их взаимодействием нельзя. В работе [14] рассматривалось стационарное распределение частиц наносуспензии,

имеющих конечный объем, в однородном силовом поле, что соответствует силам отталкивания между наночастицами.

В данной работе учтено не только отталкивание между наночастицами суспензии, на которые действует внешняя сила (сила светового давления), но и их притяжение друг к другу.

Как известно (см., например, [15]), в уравнении состояния реального разреженного газа взаимодействие его молекул во втором вириальном коэффициенте описывается двумя параметрами a и b , где b «отвечает» за отталкивание молекул, а a – за притяжение. Параметр b является величиной порядка объема молекулы, параметр a выражается через интеграл от потенциальной энергии парного взаимодействия молекул, взятый по расстоянию между молекулами с весом, равным квадрату этого расстояния. При рассмотрении реального газа с произвольной плотностью эти величины становятся подгоночными параметрами в каком-либо интерполяционном уравнении (см., например, [15, 16]).

Подобный подход применен и в настоящей работе, так же, как и в [14], к взаимодействующим наночастицам, которые находятся в жидкости в равновесном состоянии.

Действительно, наночастицы, находящиеся в макроскопическом, но малом по сравнению с объемом кюветы объеме V , можно рассматривать как квазизамкнутую и статистически независимую подсистему с переменным числом частиц. Вероятность найти подсистему в некотором состоянии с точным числом частиц N определяется большим каноническим распределением [15], содержащим потенциальную энергию взаимодействующих наночастиц. Если ее можно представить в виде парных, тройных и т. д. взаимодействий между частицами, то термическое уравнение состояния $P = P(V, T, \bar{N})$ для достаточно разреженного «газа» наночастиц можно записать в вириальной форме также, как и для обычного реального газа. Здесь T – температура (в дальнейшем используем энергетические единицы), \bar{N} – среднее число частиц. При переходе к произвольной плотности наночастиц уравнение состояния, содержащее вириальные коэффициенты, по аналогии с реальным газом можно заменить одним из ин-

терполяционных уравнений [15, 16]. Наиболее известные из таких уравнений – это уравнение Ван-дер-Ваальса, первое и второе уравнения Дитеричи и уравнение Бергло [16].

В настоящей работе воспользуемся уравнением Ван-дер-Ваальса:

$$\left(P + a \left(\frac{\bar{N}}{V} \right)^2 \right) (V - b\bar{N}) = \bar{N}T, \quad (1)$$

которое позволяет определить связь между концентрацией наночастиц n и координатой z , вдоль которой на наночастицы действует постоянная и однородная сила F .

Постановка задачи и основные результаты

Пусть N наночастиц находятся в кювете с жидкостью. Ее объем равен Sh (S – площадь основания, h – высота). Сначала наножидкость однородна с концентрацией наночастиц $\tilde{n} = N / Sh$. В некоторый момент времени на каждую наночастицу начинает действовать внешняя постоянная сила $\mathbf{F} = (0, 0, -F)$, направленная антипараллельно оси \bar{z} декартовой системы координат, причем плоскость $\bar{z} = 0$ соответствует основанию кюветы. Очевидно, что после «включения» внешней силы концентрация наночастиц начнет изменяться, и за достаточно большой интервал времени (физически бесконечно большой) установится термодинамическое равновесие. Причем для наножидкости, находящейся в тонком слое $Sd\bar{z}$, где ее можно считать однородной, будет выполняться уравнение состояния (1), если в нем заменить V на $Sd\bar{z}$ и \bar{N} на dN . Тогда, обозначив $n = dN / Sd\bar{z}$ – концентрацию наночастиц в сечении наножидкости с координатой \bar{z} , перепишем (1) в виде

$$P = \frac{nT}{(1 - bn)} - an^2.$$

Считая $T = const$, получим

$$dP = T \frac{dn}{(1 - bn)^2} - 2andn. \quad (2)$$

Введем обозначения $z = \tilde{z} / h$, $x(z) = bn(z)$, $x_0 = x(0)$, $x_1 = x(1)$, $\tilde{x} = b\tilde{n}$.

Здесь и далее \tilde{n} – средняя концентрация наночастиц в кювете.

Подставляя (2) в очевидное выражение

$$dP = -nFhdz,$$

получим

$$\frac{dx}{x(1-x)^2} - \frac{2a}{bT} dx = -\frac{Fh}{T} dz.$$

Интегрируя это выражение от произвольного значения x до x_1 слева и от произвольного z до единицы справа, после несложных преобразований приходим к уравнению

$$z = 1 + \frac{1}{q} \left\{ \frac{1}{1-x_1} - \frac{1}{1-x} + \ln \left| \frac{1-x}{1-x_1} \right| + \ln \frac{x_1}{x} + \frac{2a}{Tb} (x-x_1) \right\}, \quad (3)$$

где $q = Fh/T$ – безразмерный параметр.

Если в (3) положить a и b равными нулю, то получим формулу Больцмана (для концентрации идеального газа), которую можно записать как

$$\frac{1}{q} \ln \left(\frac{n_0}{n} \right) = z. \quad (4)$$

Подставив в (3) $z = 0$, получим связь между x_0 и x_1 :

$$1 = \frac{1}{q} \left\{ \frac{1}{1-x_0} - \frac{1}{1-x_1} + \ln \left| \frac{1-x_1}{1-x_0} \right| + \ln \frac{x_0}{x_1} - \frac{2a}{Tb} (x_0-x_1) \right\}. \quad (5)$$

Для определения через a , b и q концентрации частиц при $z = 0$ и $z = 1$, воспользуемся очевидным соотношением

$$Shd(zn(z)) = Shn(z) dz + Shzdn.$$

Интегрируя последнее выражение по z от нуля до единицы, а по n от $n_0 = n(0)$ до $n_1 = n(1)$, и учитывая, что $N = Sh \int_0^1 n(z) dz$, получим

$$\bar{x} = x_1 - \int_{x_0}^{x_1} z dx. \quad (6)$$

Подставим в (6) выражение (3) и вычислим интегралы по x . В результате получим равенство

$$\bar{x} = x_1 - \frac{1}{q} \left[\frac{x_1-x_0}{1-x_0} + x_1 \ln \frac{x_0(1-x_1)}{x_1(1-x_0)} + \frac{a}{Tb} (x_0-x_1)^2 \right]$$

или (после сокращения b)

$$\bar{n} = n_1 - \frac{1}{q} \left[\frac{n_1-n_0}{1-bn_0} + n_1 \ln \frac{n_0(1-bn_1)}{n_1(1-bn_0)} + \frac{a}{T} (n_0-n_1)^2 \right]. \quad (7)$$

Из (7) и (5) при $a = 0$ нетрудно выразить n_0 и n_1 через \bar{n} , как это было сделано в [14]:

$$n_0 = \frac{q\bar{n}}{1+bq\bar{n} - \exp[-q(1-b\bar{n})]} \quad (8)$$

и

$$n_1 = \frac{q\bar{n} \exp[-q(1-b\bar{n})]}{1+(bq\bar{n}-1)\exp[-q(1-b\bar{n})]}. \quad (9)$$

Однако, при $a \neq 0$ получить выражения, аналогичные (8) и (9), в аналитическом виде, по-видимому, невозможно. Поэтому в настоящей работе исследуем влияние притяжения наночастиц, т. е. параметра a , на их равновесное распределение графически, используя выражение (3). Считаем, что при $z = 1$ притяжением между наночастицами можно пренебречь и, следовательно, величину n_1 определять формулой (9).

Анализ полученных результатов

Для графического исследования выражения (3) при конечном значении параметра a введем безразмерные величины: $y = n/\bar{n}$, $y_1 = n_1/\bar{n}$, $y_0 = n_0/\bar{n}$, $g = \bar{n}b$, $k = 2a\bar{n}/T$.

Тогда (3) запишется в следующем виде:

$$z = 1 + \frac{1}{q} \left\{ \frac{1}{1-gy_1} - \frac{1}{1-gy} + \ln \left| \frac{1-gy}{1-gy_1} \right| + \ln \frac{y_1}{y} + k(y-y_1) \right\}, \quad (10)$$

т. е. зависимость концентрации от глубины будет определяться тремя параметрами: q , g , k .

Соотношение (9) в новых обозначениях имеет вид

$$y_1 = \frac{q \exp[-q(1-g)]}{1+(gq-1)\exp[-q(1-g)]}. \quad (11)$$

В работе [14] показано, что зависимость $z = z(y)$ (или $y = y(z)$) заметно отличается от случая, когда $b = 0$ при $q = 10^7$, а $g = 10^{-5}$, поэтому целесообразно рассмотреть влияние притяжения между наночастицами для этих же значений q и g .

На рисунке 1 показаны зависимости $z = z(y)$ при $y \in (1, y_0)$, когда $q = 10^7$, $g = 10^{-5}$, а параметр k принимает значения 0; 0,0001; 0,0002; 0,0003; 0,0004; 0,0005.

Кривая, соответствующая $k = 0$, совпадает с графиком, полученным в работе [14].

Из полученных графиков видно, что у дна кюветы создается относительная концентрация частиц с чрезвычайно большим градиентом в очень тонком слое. При этом с ростом a миграция частиц вниз усиливается, кривые достигают большего максимума при большем расстоянии от дна кюветы.

На рисунке 2 изображены те же зависимости $z = z(y)$, что и на рисунке 1, но при $y \in [y_0, 99334,51654]$. Анализ полученных результатов показывает, что с ростом a концентрация наночастиц на дне кюветы растет (авторы не показывают функции $z = z(y)$ при отрицательных z , не имеющих физического смысла в выбранной постановке задачи).

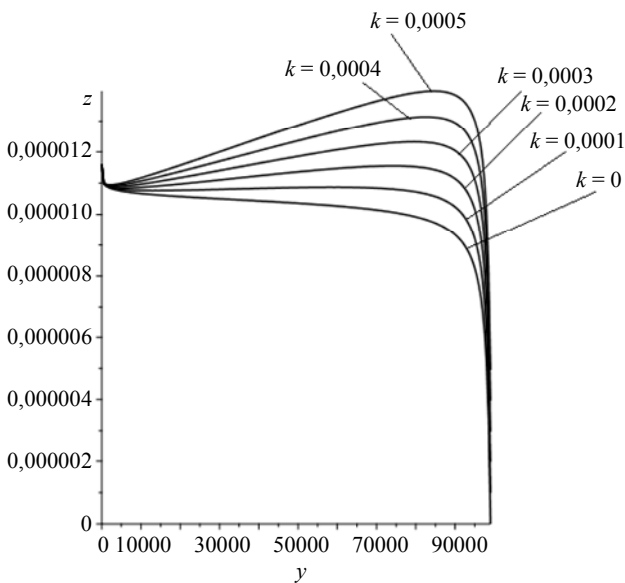


Рис. 1. Функции $z = z(y)$ при $g = 10^{-5}$ и $q = 10^7$, $y \in (1, y_0)$

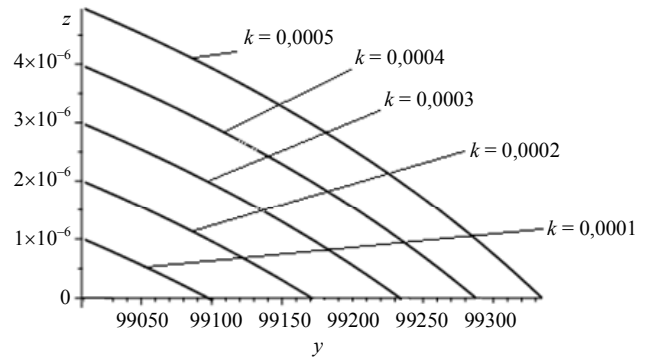


Рис. 2. Функции $z = z(y)$ при $g = 10^{-5}$ и $q = 10^7$, $y \in (y_0, 99334,51654)$

На рисунке 3 представлена производная $dz/dy = u(y)$ (умноженная на 10^9) при $k = 0,0000675$. Уравнение $u(y) = 0$ имеет два кратных действительных корня (в области неотрицательных z), равных 33333,3333. Следовательно, при таком k у функции $z = z(y)$ есть точка перегиба (рис. 4).

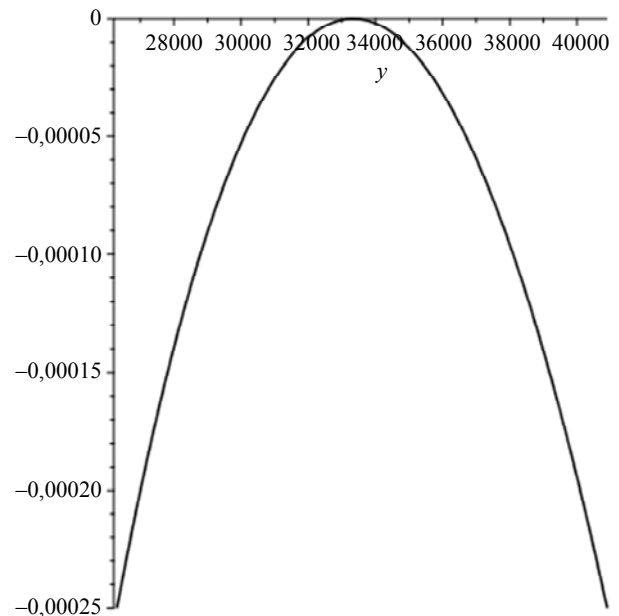


Рис. 3. Функция $u = u(y)$ при $k = 0,0000675$, $g = 10^{-5}$ и $q = 10^7$

Если при выбранных здесь q и g параметр k больше 0,0000675, то у уравнения $u = 0$ будет уже два разных корня, причем меньший корень соответствует минимуму функции $z(y)$, а больший – ее максимуму. На рисунке 5 показаны функции z и u (для большей наглядности последняя умножена на 10^9) при $k = 0,0000676$. На этом рисунке функция $z = z(y)$ изображена горизонтальным отрезком, на самом деле это – иллюзия. Просто $z(y_{\max}) - z(y_{\min}) \ll 0,00001$.

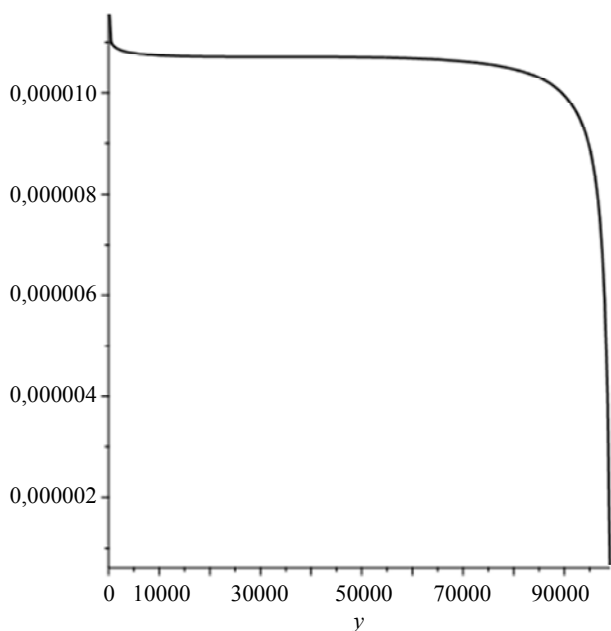


Рис. 4. Функция $z = z(y)$ при $g = 10^{-5}$ и $q = 10^7$, $k = 0,0000675$, $y \in (1, y_0)$

Таким образом, получаем, что при достаточно больших q и, начиная с некоторых a , функция $y = y(z)$ (обратная к функции $z = z(y)$) будет многозначна на некоторых интервалах координаты z . Физически это может соответствовать различным «фазам» наносуспензии по аналогии с газом Ван-дер-Ваальса.

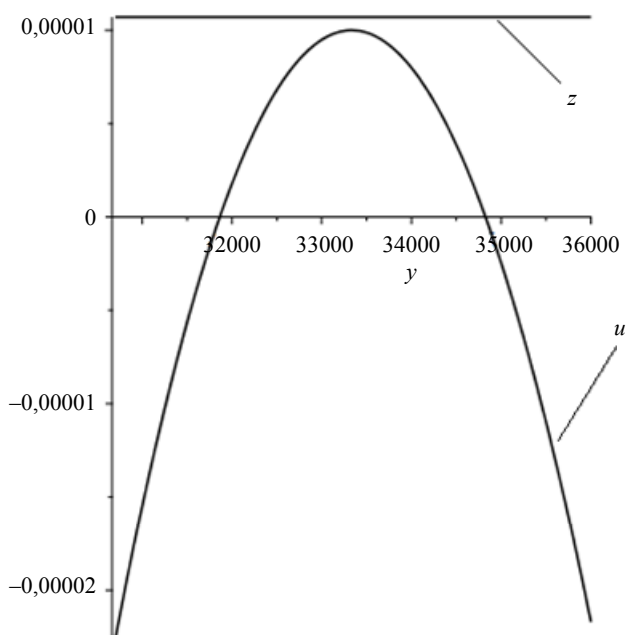


Рис. 5. Функции $z = z(y)$ и $u = u(y)$ при $g = 10^{-5}$ и $q = 10^7$, $k = 0,0000675$, $y \in (26302.32..40899.1)$

Заключение

Проблема осаждения наночастиц в жидкости под действием внешнего воздействия привлекает значительный научный интерес благодаря широкому кругу практических приложений. Полученные результаты показывают, что учет взаимодействия наночастиц кардинально меняет картину их распределения в жидкости. На основании выполненных исследований можно ожидать, что в неоднородной суспензии взаимодействующих наночастиц, находящихся под действием интенсивного лазерного излучения, могут существовать пространственные области, в которых будут находиться различные фазы суспензии подобно различным фазам газа Ван-дер-Ваальса

Кроме того, появляется возможность целенаправленно формировать слои с повышенной концентрацией частиц под действием лазерного излучения. Полученные выражения (3) и (10) демонстрируют возможность управления наночастицами в жидкости для формирования тонкопленочных структур, что представляет интерес для разработки оптических методов управления частицами, а также для методов нелинейной оптики и диагностики жидкофазных сред.

Работа выполнена при поддержке Минобрнауки РФ в рамках Субсидии на выполнение программы развития регионального научно-образовательного математического центра «Дальневосточный центр математических исследований» (дополнительное соглашение от 27 февраля 2025 г. № 075-02-2025-1538).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Mayorova O. A., Gusliakova O. I., Prikhozhdenko E. S., Verkhovskii R. A., Bratashov D. N. / *Pharmaceutics*. 2023. Vol. 15. № 1. P. 214. <https://doi.org/10.3390/pharmaceutics15010214>.
2. Camba C., Walter-Lakes B., Digal P., Taheri-Araghi S., Bezryadina A. / *Biomedical Optics Express*. 2024. Vol. 15. № 2. P. 1181–1191. <https://doi.org/10.1364/BOE.510836>.
3. Филинкова М. С., Бахтеева Ю. А., Медведева И. В., Бызов И. В., Минин А. С., Курмачев И. А. / *Коллоидный журнал*. 2024. Т. 86. № 6. С. 824–837. <https://doi.org/10.31857/S0023291224060146>.

4. Евстратов А. А. / Научное приборостроение. 2005. Т. 15. № 1. С. 3–20.
5. Afanas'ev A. A., Novitsky D. V., Rubinov A. N. / Nonlinear Phenomena in Complex Systems. 2017. Vol. 20. № 2. P. 194–198.
6. Huang H., Xu Y., Luo G., Xie Z., Ming W. / Nanomaterials. 2022. Vol. 12. P. 1524. <https://doi.org/10.3390/nano12091524>.
7. Bunkin A. F., Mikhalevich V. G., Oshurko V. B., Strel'tsov V. N. / Physics of Wave Phenomena. 2025. Vol. 33. № 6. P. 458–462. <https://doi.org/10.3103/S1541308X25700360>.
8. Ta V., Carter R., Esenturk E., Connaughton C., Wasley T., Li J., Kay R., Stringer J., Smith P., Shephard J. / Soft Matter. 2016. № 12. P. 4530–4536. <https://doi.org/10.1039/c6sm00465b>.
9. Pin C., Fujiwara H., Sasaki K. / Journal of Photochemistry and Photobiology C: Photochemistry Reviews. 2022. Vol. 52. P. 100534. <https://doi.org/10.1016/j.jphotochemrev.2022.100534>.
10. Егоришин И. Н., Иванов В. И. / Физико-химические аспекты изучения кластеров, наноструктур и наноматериалов. 2025. № 17. С. 52–58. <https://doi.org/10.26456/pcascnn/2025.17.052>.
11. Duhr S., Braun D. / Applied Physics Letters. 2005. Vol. 86. P. 131921. <https://doi.org/10.1063/1.1888036>.
12. Иванов В. И., Пячин С. А. / Физико-химические аспекты изучения кластеров, наноструктур и наноматериалов. 2021. Вып. 13. С. 146–155. <https://doi.org/10.26456/pcascnn/2025.17.052>.
13. Иванов В. И., Иванова Г. Д., Крылов В. И., Хе В. К. / Физико-химические аспекты изучения кластеров, наноструктур и наноматериалов. 2018. № 10. С. 286–290. <https://doi.org/10.26456/pcascnn/2018.10.286>.
14. Крылов В. И., Иванова Г. Д., Егоришин И. Н. / Прикладная физика. 2020. № 3. С. 11–16.
15. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Статистическая физика. – М.: Наука, 1964.
16. Базаров И. П. Термодинамика. – М.: Высшая школа, 1991.

PACS: 47.57.ef+02.60.Lj

Influence of Nanoparticle Interactions on Their Spatial Distribution in Liquid under a Uniform Light Field

V. I. Krylov^{1*} and E. M. Vikhtenko²

¹ Far Eastern State Transport University, Khabarovsk, 680021 Russia

*E-mail: krylov_vladimir@mail.ru

² Pacific National University, Khabarovsk, 680035 Russia

*krylov_vladimir@mail.ru

Received 26.02.2026; revised 11.03.2026; accepted 5.06.2026

The article investigates the sedimentation process of interacting nanoparticles in a liquid under the action of light pressure forces. A model is proposed that allows determining the dependence of nanoparticle concentration on the coordinate along which a constant external influence acts, taking into account the interaction forces (attraction and repulsion) between nanoparticles. The study showed that this dependence can significantly differ from the result predicted by the classical model of an ideal gas of nanoparticles. The obtained conclusion is important for developing methods to control the arrangement of nanoparticles in liquids, which is relevant for creating optical techniques for forming thin films and structures.

Keywords: nanosuspension, light pressure, nanoparticle deposition, inhomogeneous concentration, particle interactions.

REFERENCES

1. Mayorova O. A., Gusliakova O. I., Prikhozhenko E. S., Verkhovskii R. A., and Bratashov D. N., Pharmaceutics **15** (1), 214 (2023). <https://doi.org/10.3390/pharmaceutics15010214>.
2. Camba C., Walter-Lakes B., Digal P., Taheri-Araghi S., and Bezryadina A., Biomedical Optics Express **15** (2), 1181–1191 (2024). <https://doi.org/10.1364/BOE.510836>.
3. Filinkova M. S., Bakhteeva Yu. A., Medvedeva I. V., et al., Kolloidnyy zhurnal **86** (6), 824–837 (2024). <https://doi.org/10.31857/S0023291224060146> [in Russian].

4. Evstrapov A. A., Nauchnoe priborostroenie **15** (1), 3–20 (2005) [in Russian].
5. Afanas'ev A. A., Novitsky D. V., and Rubinov A. N., Nonlinear Phenomena in Complex Systems **20** (2), 194–198 (2017).
6. Huang H., Xu Y., Luo G., Xie Z., and Ming W., Nanomaterials **12**, 1524 (2022). <https://doi.org/10.3390/nano12091524>.
7. Bunkin A. F., Mikhalevich V. G., Oshurko V. B., and Strel'tsov V. N., Physics of Wave Phenomena **33** (6), 458–462 (2025). <https://doi.org/10.3103/S1541308X25700360>.
8. Ta V., Carter R., Esenturk E., Connaughton C., Wasley T., Li J., Kay R., Stringer J., Smith P., and Shephard J., Soft Matter., № 12, 4530–4536 (2016). <https://doi.org/10.1039/c6sm00465b>.
9. Pin C., Fujiwara H., and Sasaki K., Journal of Photochemistry and Photobiology C: Photochemistry Reviews **52**, 100534 (2022). <https://doi.org/10.1016/j.jphotochemrev.2022.100534>.
10. Egoershin I. N. and Ivanov V. I., Fiziko-khimicheskie aspekty izucheniya klasterov, nanostruktur i nanomaterialov, № 17, 52–58 (2025). <https://doi.org/10.26456/pcascnn/2025.17.052> [in Russian].
11. Duhr S. and Braun D., Applied Physics Letters **86**, 131921 (2005). <https://doi.org/10.1063/1.1888036>.
12. Ivanov V. I. and Pyachin S. A., Fiziko-khimicheskie aspekty izucheniya klasterov, nanostruktur i nanomaterialov, № 13, 146–155 (2021). <https://doi.org/10.26456/pcascnn/2025.17.052> [in Russian].
13. Ivanov V. I., Ivanova G. D., Krylov V. I., and Khe V. K., Fiziko-khimicheskie aspekty izucheniya klasterov, nanostruktur i nanomaterialov, № 10, 286–290 (2018). <https://doi.org/10.26456/pcascnn/2018.10.286> [in Russian].
14. Krylov V. I., Ivanova G. D., and Egorshin I. N., Applied Physics, № 3, 11–16 (2020) [in Russian].
15. Landau L. D. and Lifshic E. M. Statistical physics. Moscow: Mir, 1964 [in Russian].
16. Basarov V. P. Thermodynamics. Moscow: Vysshaya shkola, 1991 [in Russian].

Об авторах

Крылов Владимир Иванович, д.ф.-м.н., профессор кафедры физики, химии и нефтехимических технологий, ФГБОУ ВО «Дальневосточный государственный университет путей сообщения» (680021, Россия, г. Хабаровск, ул. Серышева, 47). E-mail: krylov_vladimir@mail.ru SPIN-код: 4515-1800, AuthorID: 21845, Scopus ID: 57197334724

Вихтенко Эллина Михайловна, к.ф.-м.н., доцент высшей школы кибернетики и цифровых технологий, ФГБОУ ВО «Тихоокеанский государственный университет» (680035, Россия, г. Хабаровск, ул. Тихоокеанская, 136). E-mail: 004184@togudv.ru SPIN-код: 1158-0335, AuthorID: 147821, Orcid ID: 0000-0002-7152-2311, Scopus ID: 23104578400