

УДК 537.527

УВЕЛИЧЕНИЕ СОПРОТИВЛЕНИЯ РАЗРЯДА Z-ПИНЧА ИЗ-ЗА НЕОДНОРОДНОСТИ ПЛОТНОСТИ ПЛАЗМЫ

В. В. Вихрев

Российский научный центр "Курчатовский институт", Москва, Россия

В рамках электронной магнитной гидродинамики решена задача о стационарном распределении тока в цилиндрическом канале с неоднородной плотностью электронов. Показано, что при наличии периодической неоднородности плотности электронов вдоль проводника характер протекания тока существенно зависит от величины параметра замагниченности электронов $\omega\tau$. При $\omega\tau > 1$ протекание тока в проводнике происходит зигзагообразно. Получено повышение сопротивления канала вследствие зигзагообразного протекания тока в зависимости от параметра замагниченности электронов $\omega\tau$, а также от амплитуды и масштаба неоднородности плотности.

В момент максимального сжатия z-пинча его сопротивление оказывается существенно выше, чем кулоновское сопротивление и сопротивление, возникающее из-за столкновений электронов с колебаниями плазмы. Особенно это заметно при моделировании электронного пучка генерируемого в z-пинчах. В работах [1, 2] приведены расчеты генерации электронного пучка и показано, что для согласования с экспериментом необходимо в расчетах ввести геометрический фактор увеличения сопротивления в 10—20 раз. В этих же работах указано, что причиной повышения сопротивления плазменного канала может являться зигзагообразное протекание тока в канале пинча.

Для зигзагообразного протекания тока в канале достаточно, чтобы электроны были замагничены (т. е. $\omega\tau > 1$), а плотность электронов вдоль канала была бы неоднородной. В этом случае ток течет не вдоль приложенного электрического поля, а зигзагообразно, что увеличивает длину пути и уменьшает эффективную площадь прохождения тока. Это и приводит к повышенному сопротивлению канала.

При аксиальной симметрии в сильно замагниченной плазме ($\omega\tau = \infty$) ток в канале может течь стационарно только вдоль линий $nr^2 = \text{const}$, где n — концентрация электронов на расстоянии r от оси канала [3, 4]. Стационарноехождение тока по линиям $nr^2 = \text{const}$ при $\omega\tau = \infty$ дало возможность в работе [5] утверждать, что при неоднородности плотности электронов вдоль канала и замагниченности электронов сопротивление канала может быть существенно выше сопротивления однородного канала той же проводимости. К сожалению, используя только факт протекания тока по линиям $nr^2 = \text{const}$, нельзя получить величину сопротивления. Для вычисления сопротивления необходимо еще знать распределение плотности тока по сечению канала, а это можно получить только при решении полной двумерной задачи, в которой учитывается как диффузия магнитного поля (т. е. конечная проводимость), так и перенос магнитного поля электронной компонентой (т. е. эффект Холла).

Кроме того следует отметить, что явление зигзагообразного прохождения тока в канале имеет место не только при $\omega\tau = \infty$, но и при конечных параметрах $\omega\tau$, при этом характер распределения плотности тока и магнитного поля принципиально отличается от случая протекания тока при $\omega\tau = \infty$.

По-видимому, важнейшей задачей в данной области является вычисление сопротивления канала при стационарном прохождении тока. В этом случае появляется возможность сравнивать вычисленное сопротивление со стационарным сопротивлением однородного канала той же проводимости. В результате определяется коэффициент увеличения сопротивления канала за счет данного эффекта.

Несмотря на важность нахождения стационарного распределения плотности тока в канале эти распределения до сих пор не были получены для случаев, когда эффект Холла существенен. Практически представленные здесь стационарные решения являются впервые полученными в данной области.

Для случая, когда диффузией магнитного поля вдоль канала можно пренебречь, данная задача была решена в работе [2]. В этой работе было получено, что ток течет не по линиям $lr^2 = \text{const}$, а по существенно другим траекториям. Тем не менее зигзагообразный характер протекания тока имел место.

Постановка задачи

Пусть имеется неподвижный цилиндрический токопроводящий канал радиуса r_0 с проводимостью σ_0 ; вне канала проводимость равна нулю (рис. 1). Пусть также плотность электронов синусоидально меняется вдоль оси канала;

$$n = n_0 + n_1 \cos(2\pi z / \lambda).$$

Здесь n_0 — плотность электронов в канале; n_1 — возмущение плотности вдоль канала ($n_1 < n_0$); λ — длина волны возмущения.

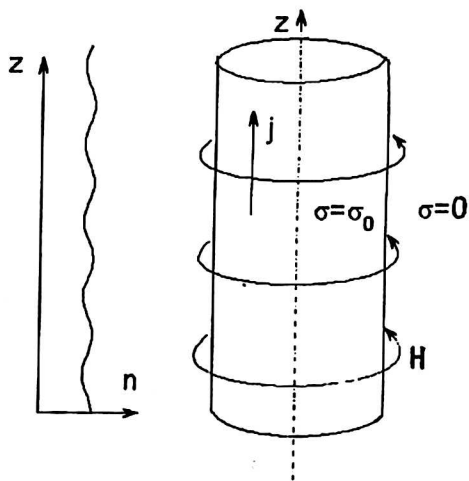


Рис. 1. Геометрия прохождения тока в плазменном столбе z-пинча (с левой стороны показано изменение плотности плазмы вдоль пинча)

Уравнение, определяющее изменение магнитного поля во времени, имеет вид:

$$\frac{1}{c} \frac{dH}{dt} = -\text{rot} \left[\frac{j}{\sigma} + \frac{1}{n_e e c} [jH] \right], \quad (1)$$

где плотность тока $j = \frac{c}{4\pi} \text{rot} H$.

Пусть по каналу течет постоянный ток I так, что на границе канала φ -компонента магнитного поля постоянна и равна $H_0 = 2I/cr_0$. Вне зависимости от того,

какое было начальное распределение магнитного поля в канале, оно в соответствии с уравнением (1) со временем стремится к некоторому стационарному распределению, которое не зависит от первоначального. Следует отметить, что все компоненты магнитного поля, кроме φ -компоненты, затухают во времени, поэтому для нахождения стационарного распределения магнитного поля достаточно решить уравнение (1) только для φ -компоненты магнитного поля. Это уравнение имеет вид:

$$\frac{\partial H_{\varphi}}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left(D \frac{\partial H_{\varphi}}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{D}{r} \frac{\partial r H_{\varphi}}{\partial r} \right) + \frac{c H_{\varphi}}{4\pi e r} \frac{\partial r H_{\varphi}}{\partial r} \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{n} \right) - \frac{c H_{\varphi}}{4\pi e} \frac{\partial H_{\varphi}}{\partial z} r^2 \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{nr^2} \right), \quad (2)$$

где $D = \frac{c^2}{4\pi\sigma_0}$ — коэффициент диффузии магнитного поля.

Метод решения

Стационарное распределение тока находилось методом установления, т. е. моделировалось изменение магнитного поля в соответствии с уравнением (2) и бралось то распределение магнитного поля, которое устанавливается после достаточно большого промежутка времени. Поэтому в данном случае вид начального распределения магнитного поля не имеет значения. Для определенности в начальный момент распределение магнитного поля бралось в виде $H(r, z) = rH_0/r_0$, что соответствует стационарному распределению при отсутствии возмущений плотности.

Результаты решения

На рис. 2 представлены стационарные распределения напряженности магнитного поля, полученные в результате численного решения уравнения (2) при двух значениях параметра $\omega\tau$. Наибольшее и наименьшее проникновение магнитного поля к оси при малых значениях $\omega\tau$ пинча происходит в местах наибольшего градиента плотности (см. рис. 2, а), причем магнитное поле наиболее значительно проникает в том месте, где токовые электроны переходят от малой плотности к большой. Это явление аналогично явлению проникновения магнитного поля вблизи анода за счет эффекта Холла, впервые описанного для z -пинчей в работе [6].

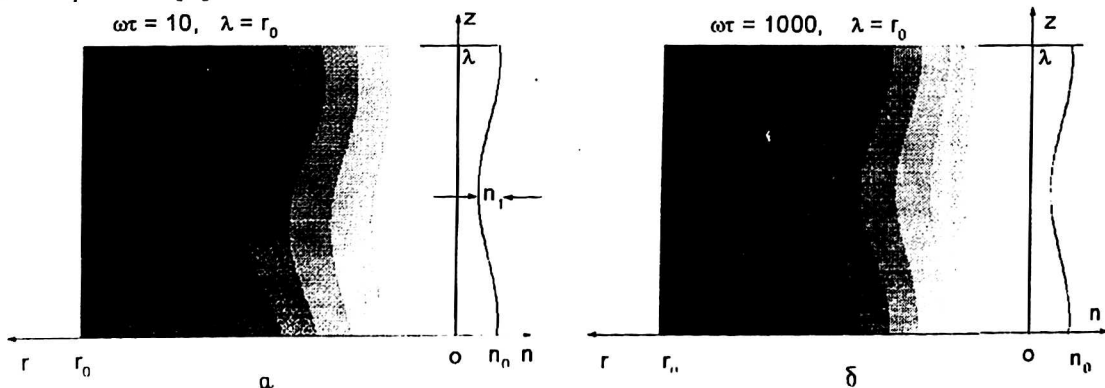


Рис. 2. Стационарное распределение магнитного поля для случая, когда длина возмущения плотности равна радиусу плазменного столба ($\lambda=r_0$) и амплитуда возмущения $n_1/n_0 = 0,1$ при:
а — $\omega\tau = 10$; б — $\omega\tau = 1000$

При больших значениях параметра $\omega\tau$ магнитное поле больше в тех сечениях канала, где плотность электронов максимальна (см. рис. 2, б). Такая картина распределения магнитного поля в канале находится в согласии с выводами работы [3] о протекании тока в цилиндрическом канале при $\omega\tau \rightarrow \infty$ по линиям $n r^2 = \text{const}$.

Зная стационарное распределение магнитного поля, можно определить сопротивление канала. Сопротивление в расчетах определялось как по джоулеву нагреву, так и по падению напряжения в канале. Следует отметить, что при численном моделировании изменения магнитного поля в соответствии с уравнением (2) сопротивление, полученное из джоулева нагрева, быстрее выходит на свое стационарное значение, чем сопротивление, получаемое из величины падения напряжения на границе канала. Это связано с тем, что сопротивление, полученное из мощности джоулева нагрева, использует интегральную характеристику, в то время как сопротивление, определяемое по величине падения напряжения на границе канала, использует локальные напряженности электрического поля на границе, которые более медленно приходят к своему стационарному значению. Оба сопротивления, получаемые разными способами, при $t \gg r_0^2/D$ совпадают.

Если g — геометрический фактор увеличения сопротивления канала, тогда это сопротивление может быть представлено в виде:

$$R = gR_0 = R_0 + (g - 1)R_0, \quad (3)$$

где R_0 — сопротивление однородного канала с проводимостью σ_0 , а $(g - 1)R_0$ — добавочное сопротивление, которое возникает из-за зигзагообразного протекания тока в канале.

На рис. 3 представлено изменение величины $(g - 1)$ от параметра замагниченности электронов $\omega\tau$ и от длины волны возмущения λ при амплитуде относительного возмущения $n_1/n_0 = 0$ и $n_1/n_0 = 0,5$. Из рис. 3, а видно, что разным видам распределения магнитного поля, показанным на рис. 2, соответствует разная зависимость сопротивления плазмы от величины $\omega\tau$. Так, при малых значениях $\omega\tau$ добавочное сопротивление $(g - 1)R_0$ растет с увеличением параметра замагниченности $\omega\tau$, а при значительных $\omega\tau$ — выходит на плато.

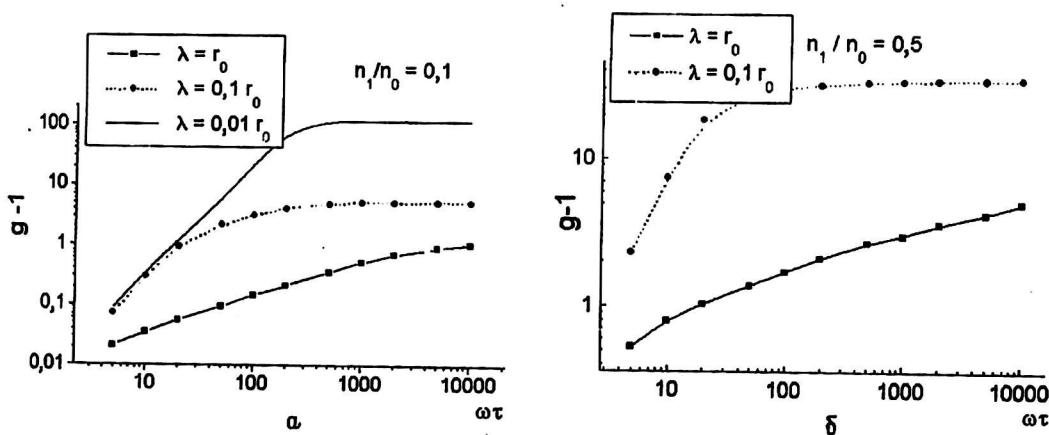


Рис. 3. Увеличение сопротивления неоднородного проводника $(g - 1)$ в зависимости от длины волны возмущения λ и параметра замагниченности электронов $\omega\tau$ при двух амплитудах возмущения: а — $n_1/n_0 = 0,1$; б — $n_1/n_0 = 0,5$

При $\omega\tau < 20$ коэффициент сопротивления увеличивается практически для всех разумных параметров длины волны возмущения $0,01 r_0 < \lambda < r_0$, где r_0 — радиус плазменного столба. При $\omega\tau > 50$ наблюдается выход на плато, и при

длине волны возмущения $0,01r_0 < \lambda < 0,1r_0$ увеличение сопротивления из-за зигзагообразного движения тока составляет от 5 до 100 вне зависимости от величины ωt . В результате введение геометрического фактора $g = 10-20$ для сопротивления плазменного столба пинча в работах [1, 2] является оправданным и, по-видимому, учет этого фактора необходим также во всех других работах, посвященных динамике z -пинчевых разрядов.

Обсуждение постановки задачи и результатов

Данная постановка задачи для z -пинча впервые сформулирована в работе [7], однако численное решение уравнений в работе [7] было найдено только для длинноволновых возмущений, т. е. когда диффузией вдоль оси z можно пренебречь.

Аналогичная постановка задачи и решение уравнения (3) для плоской геометрии проводилось в [8—10]. Однако решение там удалось получить только для случая, когда холловские члены в уравнении (1) во всей части пространства обращаются в нуль; эффект Холла проявляется при этом только в граничных условиях.

Следует с большой осторожностью относиться к постановкам задачи о сопротивлении канала, которые основаны на нестационарных решениях (см. работы [11—13]). Дело в том, что величина сопротивления, вычисленная на основе нестационарных решений, сильно зависит от начальных условий распределения плотности тока и поэтому не может быть какой-либо устойчивой характеристикой канала. Для использования результатов работ [11—13] необходимо четко знать процессы, которые привели к данному нестационарному распределению тока, и учитывать, что распределение магнитного поля в этом случае сильно меняется во времени, и поэтому и сопротивление также меняется во времени.

Это аналогично тому, как если бы мы для оценки сопротивления канала воспользовались сильно скинированным распределением тока. В этом случае в первый момент времени мы получим довольно большое сопротивление канала, однако из-за быстрого расширения токового слоя это сопротивление быстро падает. Более правильными являются оценки сопротивления канала, основанные на стационарном распределении тока в нем (как это обычно делается для проводника с током).

В данной постановке задачи учтено возмущение плотности электронов только вдоль оси канала. Такая ситуация довольно характерна для плазменного канала z -пинча, так как из-за развития в пинче МГД-неустойчивости с модой $m = 0$ плотность плазмы вдоль оси пинча сильно меняется. В противоположном случае, когда возмущение плотности электронов изменяется только по радиусу канала, данный эффект увеличения сопротивления отсутствует. В том же случае, когда возникают неоднородности плотности электронов как вдоль канала, так и по его радиусу, эффект увеличения сопротивления остается, хотя зависимость сопротивления от параметров получается более сложной и требует, по-видимому, отдельного рассмотрения.

Выводы

1. Характер стационарного распределения магнитного поля в неоднородном проводнике сильно зависит от величины ωt . При малых значениях ωt магнитное поле выше в тех сечениях, где токовые электроны переходят от малой плотности к большой. При больших значениях ωt магнитное поле выше в тех сечениях, где имеется наибольшая плотность. При больших параметрах ωt численно

получаемое распределение магнитного поля в канале совпадает с выводами работы [3] о протекании тока по линиям $nr^2 = \text{const}$.

2. Сопротивление канала сложным образом зависит от параметра замагниченности электронов $\omega\tau$. При малых значениях $\omega\tau$ происходит увеличение сопротивления канала с увеличением $\omega\tau$, а при больших значениях $\omega\tau$ сопротивление не зависит от параметра $\omega\tau$. Исключение составляет случай, когда длина волны возмущения больше радиуса канала. В этом случае наблюдается постоянное возрастание величины добавочного сопротивления с увеличением замагниченности электронов.

3. Реальное увеличение сопротивления из-за зигзагообразного протекания тока в рамках данной задачи составляет 2—100, а при разумных параметрах возмущения плотности электронов вдоль столба — 10—20. Эта величина увеличения сопротивления оказывается достаточной для объяснения сопротивления канала z-пинча в момент генерации электронного пучка.

Литература

1. Vikhrev V. V., Varonova E. O. ICPP-96, Nagoya, 1996, № 1. P. 322.
2. Vikhrev V. V., Varonova E. O. In: AIP Conference Proceedings, V. 409, Dense z-pinch 4th Int. Conf., Canada, May 1997, AIP Press, New York. 1997. P. 611.
3. Морозов А. И., Шубин А. П. //ЖЭТФ, 1964. № 46. С. 710.
4. Кадомцев Б. Б. Коллективные явления в плазме. — М.: Наука, 1976.
5. Кингсеп А. С., Чукбар К. В., Яньков В. В. Вопросы теории плазмы. — М.: Энергоатомиздат, 1987. Вып. 16. С. 206.
6. Vikhrev V. V., Gureev K. G. //Nuclear Fusion, 1977, № 17. P. 291.
7. Vikhrev V. V. In: AIP, Conference Proceedings, V. 409, Dense z-pinch 4th Int. Conf., Vancouver, Canada, May 1997, AIP Press, New York. 1997. P. 615.
8. Gordeev A. V., Kingsep A. S., Rudakov L. I. //Physics Reports, 1994. № 243. P. 215.
9. Гордеев А. В. и др. //Препринт ИПМ-108. — М., 1989.
10. Гордеев А. В. и др. //Физика плазмы, 1991. № 17. С. 650.
11. Кингсеп А. С., Рудаков Л. И. //Там же. 1995. № 21. С. 611.
12. Гречиха А. В., Кингсеп А. С., Севастьянов А. А. //Там же. С. 327.
13. Zabaiddullin O. Z., Vikhrev V. V. //Phys. Plasmas. 1996. № 3(6). P. 2248.

Данная работа поддержана грантом РФФИ 96-15-968-15 по программе ведущих научных школ и INTAS/RFFI-95-0875.

INCREASE OF Z-PINCH DISCHARGE RESISTANCE BECAUSE OF INHOMOGENEOUS OF PLASMA DENSITY

V. V. Vichrev

Russian Research Center "Kurchatov Institute", Moscow, Russia

The problem of stationary allocation of a current in the cylindrical channel with a nonuniform integrated electron density is resolved within the framework of the electronic magnetohydrodynamics. It is rotined, that the character of weep of a current essentially depends on quantity of the electron magnetic parameter $\omega\tau$ at presence of periodic inhomogeneity of an integrated electron density along a conductor. At $\omega\tau > 1$ weep of a current in a conductor happens as a zigzag. The pinch of resistance of the channel arises owing to zigzag weep of a current as a function of the electron magnetic parameter, the amplitude and the gauge of density inhomogeneity.