УДК 533.9.01

КОНЦЕНТРАЦИЯ НОСИТЕЛЕЙ ЗАРЯДА В МЕТАСТАБИЛЬНОЙ ПЛАЗМЕ С СИЛЬНОЙ КУЛОНОВСКОЙ НЕИДЕАЛЬНОСТЬЮ

Ю. В. Думин
Институт земного магнетизма, ионосферы и распространения радиоволн РАН,
г. Троицк Московской обл., Россия
E-mail: dumin@center.izmiran.troitsk.ru

Обсуждаются условия перехода расширяющегося плазменного сгустка в состояние с сильной кулоновской неидеальностью. Представлен эффективный метод редукции многочастичной функции распределения электронов к одночастичной и найдена концентрация свободных носителей заряда в сильно неидеальном состоянии. Обращено внимание на некоторые интересные аналоги со свойствами вырожденного Ферми-газа.

Известным свойством плазменного сгустка, инжектированного в вакуум (в частности, в космическое пространство), является возникновение аномального электрического сопротивления, которое обычно приписывается действию тех или иных видов плазменной турбулентности [1]. В принципе возможен и совершенно иной механизм этого явления, основанный на существенном уменьшении эффективного количества свободных носителей заряда в процессе перехода плазмы в метастабильное состояние с сильной кулоновской неидеальностью.

В статье рассматриваются условия перехода адиабатически расширяющейся плазмы в вышеупомянутое состояние, функции распределения электронов и вычисляются концентрации свободных носителей заряда в таком состоянии.

Поведение параметра неидеальности в расширяющемся плазменном сгустке

Динамика концентрации заряженных частиц в слабоионизованной плазме, адиабатически расширяющейся в вакуум, может быть описана уравнением:

$$\frac{\partial N}{\partial t} + \mathrm{div}(N\mathbf{v}) = -\frac{N_0}{\tau}\left(\frac{N}{N_0}\right)^{\kappa}\left(\frac{n}{n_0}\right)^{\tilde{\kappa}}\left(\frac{T_0}{T}\right)^{\eta}\left(\frac{T_{e0}}{T_e}\right)^{\tilde{\eta}}, \tag{1}$$

где N — концентрация заряженных частиц каждого знака (электронов и положительных ионов); n — концентрация нейтральных молекул; T — температура тяжелых частиц (ионов и нейтралов); T_e — температура электронов; N_0, n_0, T_0 и T_{e0} — некоторые нормировочные коэффициенты (будут конкретизированы ниже); v — поле скоростей плазмы, определяемое движением нейтральной компоненты; κ, $\tilde{\kappa}$, η, $\tilde{\eta}$ — параметры, характеризующие рассматриваемый канал рекомбинации; τ — характерный коэффициент с размерностью времени, определяемый через коэффициент рекомбинации. Например, наиболее часто встречающемуся случаю двухэлектронной рекомбинации $(A^{+} + e + e \rightarrow A + e)$ соответствуют [2]:

$$\tau = C_\tau \frac{m_e^{1/2}(k_{\mathrm{B}}T_{e0})^{9/2}}{e^{10}N_0^2}, \ \kappa = 3, \ \tilde{\kappa} = 0, \ \eta = 0, \ \tilde{\eta} = 9/2,$$

где e и m_e — заряд и масса электрона, соответственно; k_B — постоянная Больцмана; C_τ — безразмерный коэффициент.

Подчеркнем, что при составлении уравнения (1) предполагалось, что исходная концентрация заряженных частиц была создана каким-либо образом в начальный момент времени (например, при взрыве плазмообразующей смеси), и в дальнейшем источники ионизации отсутствуют. Кроме того, здесь был принят во внимание лишь один, наиболее существенный канал рекомбинации, параметризуемый коэффициентами κ, $\tilde{\kappa}$, η и $\tilde{\eta}$.

Уравнение (1) может быть решено в явном виде для случая пространственно-однородного плазменного сгустка, граница которого движется с постоянной скоростью u_0.

При этом N_0, n_0, T_0 и T_{e0} могут быть отождествлены со значениями соответствующих величин в начальный момент времени. Если ввести параметр неидеальности Γ_e^*, характеризующий соотношение между потенциальной и кинетической энергиями электронов, то его поведение с течением времени будет иметь вид [3, 4]:

$$\Gamma_e^*(t) = \frac{e^2 N^{1/3}}{k_B T_e} = \Gamma_{e0}^* \left(1 + \frac{u_0 t}{R_0}\right)^{\frac{\nu}{3}} \left\{1 + \frac{\kappa - 1}{\xi} \frac{R_0}{u_0 \tau} \left[\left(1 + \frac{u_0 t}{R_0}\right)^{\xi} - 1\right]\right\}^{-\frac{1}{3(\kappa - 1)}}, \quad (2)$$

где

$$\xi = \nu\left[(\gamma - 1)\eta + (2/3)\tilde{\eta} - \kappa - \tilde{\kappa} + 1\right] + 1,$$

γ — показатель адиабаты для тяжелых частиц; $\nu = 3, 2, 1$ относятся, соответственно, к 3-, 2- и 1-мерной динамике плазменного сгустка, т. е. к случаям расширения шара (с начальным радиусом R_0) вдоль радиуса, расширения цилиндра (с начальным радиусом R_0) вдоль радиуса и расширения цилиндра (с начальной полувысотой R_0) вдоль оси.

Анализ решения (2) показывает, что при $\nu(u_0/R_0) > (1/\tau)$ степень неидеальности начинает возрастать с началом расширения плазмы. Более того, при $(\kappa - 1)\nu > \xi$ это нарастание $\Gamma_e^*(t)$ формально продолжается до бесконечности. Такая ситуация имеет место, в частности, при 3-мерном разлете плазменного сгустка с преобладанием двухэлектронного канала рекомбинации, что является весьма типичным для экспериментов по взрывной инжекции плазмы в околоземное космическое пространство.

Функция распределения электронов и концентрация свободных носителей заряда

После того как Γ_e^* достигнет значения, близкого к единице, использованные выше формулы, относящиеся к идеальному газу, станут более неприменимы. Электронный газ перейдет в "квазилокализованное" состояние, при котором каждый из электронов большую часть своего времени будет двигаться в поле с эффективным потенциалом

$$U_{eff}(r) = \frac{1}{2}\frac{M^2}{m_e}\frac{1}{r^2} - \frac{e^2}{r},$$

создаваемым ближайшим ионом, и лишь время от времени "перескакивать" в соседние потенциальные ямы за счет возмущений со стороны других частиц. При этом угловой момент M, ввиду его адиабатической инвариантности, можно в первом приближении считать равным значению в момент перехода плазмы в сильно неидеальное состояние:

$$M = C_M e m_e^{1/2} N_*^{-1/6},$$

где N_* — концентрация в момент перехода; C_M — некоторое число.

Эффективная температура системы сильновзаимодействующих частиц может быть определена через среднюю кинетическую энергию в расчете на одну частицу: $<k> = (3/2)k_B T_{eff}$ Предполагая выполненным условие эргодичности (равенство средних по времени средним по ансамблю), можно связать среднюю кинетическую энергию со средней потенциальной с помощью теоремы вириала: $<k> = (1/2)|<u>|$, а среднюю потенциальную энергию $<u>$ — оценить из чисто геометрических соображений.

В результате одночастичная функция распределения электронов, выраженная в переменных "радиус — энергия", принимает вид [3]:

$$F(r,\varepsilon) = A_F \exp\left\{-\frac{3(C_r / C_u)}{e^2 N^{1/3}}\varepsilon\right\}\frac{1}{\sqrt{\varepsilon - U_{eff}(r)}}, \quad 0 \le r \le\, < r >,$$

где A_F — нормировочная постоянная; C_r и C_u — безразмерные коэффициенты, близкие к единице, описывающие многочастичные корреляции.

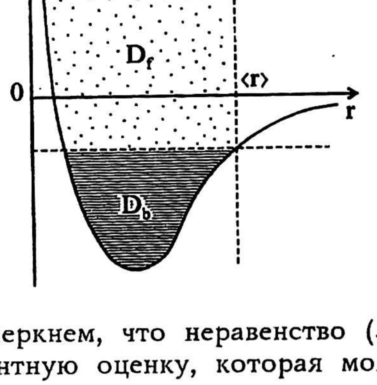
Вероятность нахождения электрона в квазисвязанном состоянии может быть вычислена как интеграл от $F(r,\varepsilon)$ по области D_b, а в свободном состоянии — по области D_f, изображенным на рисунке. В существенно "закритическом" режиме (т. е. при $(N/N_*)<<1$) относительная доля свободных носителей заряда выражается формулой [3]

$$\frac{N_f}{N} = C\frac{3\exp(3/C_u)}{2\pi C_u^2 \mu_0^{3/2}}\left(\frac{N_*}{N}\right)^{1/2}\exp\left\{-\frac{3}{2C_u^2\mu_0}\left(\frac{N_*}{N}\right)^{1/3}\right\},$$

где

$$\mu_0 = C_M^2 / C_u C_r,$$

$$\frac{1-(2/C_u)\ln(1+C_u/2)}{\exp(3/2)} \le C \le \sqrt{\frac{2}{3}}\,\frac{1+2\exp(1)+3/C_u}{1+3/C_u}. \quad (3)$$



Области квазисвободных (D_f) и квазисвязанных (D_b) состояний в фазовом пространстве электрона, движущегося в поле близлежащего иона

Подчеркнем, что неравенство (3) представляет собой лишь весьма грубую мажорантную оценку, которая может быть значительно улучшена при более тщательных вычислениях [4].

Выводы

Из проведенного выше анализа видны некоторые интересные аналоги между квантово-вырожденным Ферми-газом и переохлажденным метастабильным газом чисто классических частиц с сильным кулоновским взаимодействием, а именно:

функция распределения электронов в первом приближении не зависит от температуры, а определяется лишь концентрацией;

основная часть электронов имеет скорости, определяемые теоремой вириала и значительно превышающие "классическую" тепловую скорость;

в процессы переноса (например, электропроводность) вносит вклад лишь относительно небольшая доля частиц, лежащих на "хвосте" функции распределения.

Последнее из вышеупомянутых свойств могло бы служить объяснением аномально больших значений электрического сопротивления, наблюдаемого в экспериментах по взрывной инжекции сгустков плазмы в вакуум.

В то же время следует подчеркнуть, что явное вычисление электропроводности в рассматриваемой модели сильнонеидеальной плазмы требует существенно более сложных расчетов, так как при этом приходится иметь дело с функцией распределения F, деформированной наличием внешнего электрического поля и, следовательно, не обладающей сферической симметрией.

Литература

1. Арцимович Л. А., Сагдеев Р. З. Физика плазмы для физиков. — М.: Атомиздат, 1979, § 2.19.
2. Смирнов Б. М. Физика слабоионизованного газа. — М.: Наука, 1985, гл. 4, § 4.
3. Dumin Yu. V. Transition of Plasma into a Strongly-Coupled State as a Possible Reason for Anomalous Resistance in Active Space Experiments. Phys. and Chem. of the Earth, 1999 (in press).
4. Думин Ю. В. Концентрация свободных носителей заряда в метастабильной плазме с сильной кулоновской неидеальностью//Письма в ЖЭТФ (в печати).

Автор выражает свою благодарность С. А. Майорову, И. И. Литвинову и другим участникам XXVI Звенигородской конференции по физике плазмы и УТС за полезные обсуждения и критические замечания. Настоящая работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (код проекта 99-05-65080).

CONCENTRATION OF CHARGE CARRIERS IN THE METASTABLE PLASMA WITH STRONG COULOMB'S COUPLING

Yu. V. Dumin
Institute of Terrestrial Magnetism, Ionosphere, and Radiowave Propagation RAS
Troitsk, Moscow region, Russia
E-mail: dumin@center.izmiran.troitsk.ru

Conditions for the transition of expanding plasma cloud into the state with strong Coulomb's coupling are discussed. An efficient method for the reduction of many-electron distribution function to the one-electron function is presented, and concentration of free charge carriers in the strongly-coupled state is found. Attention is drawn to some interesting analogies with properties of degenerate Fermi-gas.