УДК 533.951.8

НЕРЕЗОНАНСНЫЕ СВЧ-ГЕНЕРАТОРЫ НА ОСНОВЕ ИЗЛУЧАТЕЛЬНОЙ ПИРСОВСКОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ РЭП

Д. Н. Клочков
Тульское физическое общество, Тула, Россия

М. Ю. Пекар
Классическая гимназия, Тула, Россия

А. А. Рухадзе
Институт общей физики РАН, Москва, Россия

Обсуждается возможность генерации СВЧ-излучения в результате излучательной неустойчивости Пирса на сильноточном релятивистском электронном пучке (РЭП) в цилиндрическом резонаторе. Исследуется генерация как верхней оптической ветви колебаний, так и нижней плазменной волны. Получен формфактор для пучка трубчатой геометрии. Найдены условия возбуждения и инкременты нарастания амплитуд волн с учетом вывода излучения из системы.

Введение. Основные положения

Большинство из исследуемых мощных импульсных источников СВЧ основано на резонансном вынужденном излучении РЭП в различных электродинамических системах. К такому типу источников относится и релятивистский черенковский плазменный СВЧ-генератор, традиционно исследуемый в ИОФАН в течение последних двух десятилетий [1—5]. При достаточно малой плотности РЭП ($n_b << n_p$) условие вынужденного черенковского резонанса в плазменном источнике СВЧ выглядит так:

$$\omega_{\text{рез}} = \vec{k}\,\vec{u} = \sqrt{\omega_{\text{p}}^2 - k_\perp^2 u^2 \gamma^2} > 0,$$

где $\omega_{\text{рез}}$ — частота;

$k_\perp$ и $k_\parallel$ — поперечная и продольная составляющие волнового вектора $\vec{k}$ излучения;

$\vec{u}$ — скорость пучка;

$$\gamma = (1 - u^2/c^2)^{-1/2}, \text{ а } \omega_{\text{p},b}^2 = \frac{2\pi n_{\text{p},b} e^2}{m}.$$

Отсюда виден порог по плотности плазмы, выше которого происходит излучение

$$\omega_{\text{p}}^2 > \omega_{\text{пор}}^2 = k_\perp^2 u^2 \gamma^2.$$

Отсюда же следуют все преимущества и недостатки плазменного СВЧ-генератора, отмеченные в [3—5]. Обратим внимание на одну трудность, с которой сталкиваются плазменные источники СВЧ при попытках реализации генерации на частотах $\omega \lesssim 10^{10}\,\text{с}^{-1}$ ($f \lesssim 1{,}5$ ГГц). Используя простое геометрическое подобие, видим, что для генерации такого излучения необходимо взять радиус $R > 10$ см, а длину $L > 100$ см. При длительном удерживании плазмы даже при $B_0 \approx 1$ Тл система оказывается дорогостоящей.

Наряду с плазменными генераторами, исследуются и вакуумные, для работы которых требуется замедляющая структура в виде гофрированных стенок резонатора или модуляции поперечной компоненты внешнего магнитного поля. Однако существует несколько причин, приводящих к срыву СВЧ-генерации в подобных приборах при мощности излучения порядка 100 МВт. Дело в том, что при указанных мощностях в вакуумных черенковских релятивистских СВЧ-генераторах практически невозможно преодолеть поверхностный СВЧ-пробой на стенках электродинамической структуры, вблизи которых достигается максимум поля излучения. Возникающая плазма приводит к появлению обратного тока, который снимает внешнюю модуляцию. Происходит срыв СВЧ-излучения, в результате длительность генерации не превосходит нескольких десятков наносекунд.

В качестве альтернативы описанным системам в данной работе рассматриваются нерезонансные СВЧ-генераторы, принцип действия которых основан на излучательной неустойчивости Пирса [6, 7]. Ранее такие приборы для нерелятивистских пучков в коротких системах использовались как монотронные* генераторы [8]. Однако не совсем ясное представление о механизме неустойчивости, лежащем в основе генерации [9, 10], привело к тому, что приборы такого типа оказались малоэффективными.

Неустойчивость Пирса развивается в системах, в которых возникает сильная положительная обратная связь. Эта принципиальная особенность исключает создание усилителя, работающего на данном эффекте, однако позволяет создать широкий класс генераторов как вакуумных, так и плазменных. Кроме того, отсутствие замедляющей структуры делает пирсотроны малочувствительными к появлению в резонаторе плазмы в результате СВЧ-пробоя.

Можно выделить, по меньшей мере, три режима неустойчивости Пирса. Если в системе обратную связь осуществляет пучковая потенциальная волна ($\omega \approx 0$), то возникает апериодическая неустойчивость, обрывающая ток в пучке и не дающая вклад в излучение [3]. Излучательная неустойчивость развивается, если обратную связь осуществляет непотенциальная волна, конкретный вид дисперсии которой не играет принципиальной роли. Здесь можно выделить две ветви. Если обратная волна имеет оптический закон дисперсии

$$\omega = \sqrt{k_z^2 c^2 + k_\perp^2 c^2 + \omega_p^2}\,, \tag{1}$$

то это приводит к высокочастотной ветви колебаний, которая может иметь место как в вакуумных, так и в плазменных генераторах. В плазменных системах возможно также существование плазменных волн, имеющих звуковой закон дисперсии

$$\omega = k_z c \frac{\omega_p}{\sqrt{\omega_p^2 + k_\perp^2 c^2 + k_z^2 c^2}}\,. \tag{2}$$

Развитие неустойчивости на этой волне приводит к низкочастотной ветви колебаний.

Рассмотрим модель генератора, представляющего собой отрезок волновода радиуса R и длины L, вдоль оси которого распространяется холодный пучок релятивистких электронов, беспрепятственно покидающих резонатор. Вся система находится во внешнем магнитном поле, направленном вдоль оси резонатора и достаточно сильном, чтобы поперечным движением частиц можно было пренебречь. Невозмущенные ток и заряд пучка считаются скомпенсированными.

* В дальнейшем будем употреблять название "пирсотрон" взамен "монотрон" как более точно соответствующее физике явление неустойчивости в системе.

Поле в волноводе является суперпозицией четырех волн, две из которых пучковые. На продольных границах резонатора имеет место линейная трансформация волн. При $z = 0$ происходит зеркальное отражение от металлического торца волновода, которое, наряду с отсутствием возмущений пучка по плотности и току на входной границе, приводит к линейным условиям на амплитуды волн. На границе $z = L$ волны A_1, A_3, A_4 частично трансформируются в обратную волну A_2 и частично — в поле излучающего рупора. В общем виде граничное условие можно выразить следующим образом:

$$A_2 e^{ik_2 L} = \sum_{\substack{\nu=1 \\ \nu\neq 2}}^{4} æ_\nu A_\nu e^{ik_\nu L}, \tag{3}$$

где $æ_\nu = æ_{1,3,4}$ — коэффициенты трансформации волн на границе $z = L$ ($æ_3$ и $æ_4$ относятся к пучковым волнам, $æ_1$ — коэффициент отражения электромагнитной волны).

Для слаботочных пучков, когда фазовые скорости быстрой и медленной пучковых равны с точностью до слагаемых порядка ω_b, можно считать, что коэффициенты трансформации пучковых волн совпадают $æ_3 = æ_4 \equiv æ_b$.

Волны в резонаторе с трубчатым пучком

В реальных экспериментах широко используются пучки трубчатой формы, поэтому исследование этой геометрии имеет не только теоретический, но и практический интерес. Пусть пучок заполняет волновод однородно в слое $r_1 \le r \le r_2 < R$. В этом случае толщина пучка равна $\Delta_b = r_2 - r_1$, а средний радиус $r_b = (r_1 + r_2)/2$. Если выполняется условие тонкого пучка $\Delta_b << r_b$, то функцию профиля пучка можно задать в виде

$$pb(r) = \Delta_b \delta(r - r_b). \tag{4}$$

Считаем, что диэлектрическая проницаемость $\varepsilon_{zz} = 1 - \dfrac{\omega_p^2}{\omega^2}$ — среды, однородно заполняющей волновод, не зависит от r и z. Мембранное уравнение

$$\Delta_\perp h\tilde{\psi} - \left(k_\parallel^2 - \frac{\omega^2}{c^2}\right)\left(\varepsilon_{zz} - \frac{\omega_b^2\gamma^{-3}}{(\omega - k_\parallel u)^2}\, pb(r)\right)\tilde{\psi} = 0,$$

с профилем (4) приводит к граничным условиям на пучке, которые определяют скачок производной

$$\tilde{\psi}'(r_b + 0) - \tilde{\psi}'(r_b - 0) = -\omega_b^2\gamma^{-3}\,\frac{k_\parallel^2 - \dfrac{\omega^2}{c^2}}{(\omega - k_\parallel u)^2}\,\Delta_b\tilde{\psi}(r_b). \tag{5}$$

Здесь $\psi\ (r, z, t) \sim \tilde{\psi}(r)\, e^{ikz - i\omega t}$ — потенциал Герца [3].

Сама функция $\tilde{\psi}(r)$ является при этом непрерывной.

Рассмотрим теперь отдельно решение для электромагнитных и пучковых волн.

Электромагнитные волны ($\nu = 1,2$) являются объемными, поэтому собственные функции, удовлетворяющие идеальным граничным условиям на стенках резонатора, имеют следующий вид

$$\tilde{\psi}_\nu(r) = \begin{cases} J_0(k_{\perp\nu} r), & r < r_b \\ \dfrac{J_0(k_{\perp\nu} r_b)}{G_0(k_{\perp\nu} r_b)}\, G_0(k_{\perp\nu} r), & r > r_b, \end{cases} \tag{6}$$

где

$$G_n(k_{\perp\nu}r) = J_n(k_{\perp\nu}r) - \frac{J_0(k_{\perp\nu}R)}{Y_0(k_{\perp\nu}R)} Y_n(k_{\perp\nu}r).$$

Подстановка (6) в условие (5) дает уравнение, определяющее $k_{\perp\nu}$:

$$\frac{J_0(k_{\perp\nu}R)}{Y_0(k_{\perp\nu}R)} = \frac{\pi}{2}\omega_b^2\gamma^{-3}\frac{k_{\|\nu}^2 - \dfrac{\omega^2}{c^2}}{(\omega - k_{\|\nu}u)^2}\Delta_b r_b J_0(k_{\perp\nu}r_b)G_0(k_{\perp\nu}r_b). \tag{7}$$

Рассмотрим решение уравнения (7) при условиях

$$\frac{\omega_b^2\Delta_b r_b}{u^2\gamma^3} << 1, \tag{8}$$

когда пучок можно учесть по теории возмущений. В этом случае поперечное волновое число представимо в виде $k_{\perp\nu} = k_{\perp S} + \delta k_{\perp\nu}$, где $k_{\perp S} = \mu_{S,0} / R$ — собственные волновые числа резонатора без пучка, $\mu_{S,0}$ — корни функции Бесселя $J_0(x)$, а малая поправка $\delta k_{\perp\nu} << k_{\perp S}$ дается выражением

$$\delta k_{\perp\nu} = \omega_b^2\gamma^{-3}\frac{\dfrac{\omega^2}{c^2} - k_{\|\nu}^2}{(\omega - k_{\|\nu}u)^2}\frac{G_S}{2k_{\perp S}}.$$

Здесь

$$G_S = 2\frac{r_b\Delta_b}{R^2}\frac{J_0^2(k_{\perp S}r_b)}{J_1^2(\mu_{S,0})} = \frac{S_b}{S_\perp}\frac{J_0^2(k_{\perp S}r_b)}{J_1^2(\mu_{S,0})},$$

S_b и $S_\perp$ — площади поперечного сечения пучка и резонатора, соответственно.

Дисперсионное соотношение в вакууме для электромагнитных волн $k_{\perp\nu}^2 + \left(k_{\|\nu}^2 - \dfrac{\omega^2}{c^2}\right)\varepsilon_{zz} = 0$ представим в виде

$$k_{\perp S}^2 + \left(k_{\|\nu}^2 - \frac{\omega^2}{c^2}\right)\left[\varepsilon_{zz} - \frac{\omega_b^2\gamma^{-3}}{(\omega - k_{\|\nu}u)^2}G_S\right] = 0. \tag{9}$$

Решение данного уравнения в условиях (8) имеет вид

$$k_{\|1,2} = \pm a \pm \frac{\beta_{1,2}}{2a}G_S\tilde{\omega}_b^2, \quad \beta_{1,2} = -\frac{\tilde{k}_\perp^2\gamma^{-3}}{(\omega \mp au)^2}.$$

Здесь $\tilde{k}_{\perp S}^2 = k_{\perp S}^2 / \varepsilon_{zz}$, $\tilde{\omega}_b^2 = \omega_b^2 / \varepsilon_{zz}$. Величина a связана с частотой соотношением

$$a^2 = \frac{\omega^2}{c^2} - \tilde{k}_{\perp S}^2.$$

Рассмотрим пучковые волны ($\nu = 3, 4$). В случае $\omega < \omega_p$, когда $\varepsilon_{zz} < 0$, пучковые волны являются объемными, и их поперечная структура определяется выражением (6). Продольные волновые числа связаны с частотой уравнением (9), которое при условии

$$\frac{\omega_b\gamma^{-3/2}}{\sqrt{|\Delta_\omega|}}\sqrt{G_S} << 1 \tag{10}$$

имеет решение

$$k_{\parallel 3,4} = \frac{\omega}{u} \pm \alpha\tilde{\omega}_b\sqrt{G_S}, \quad \alpha = \frac{\omega}{u}\frac{\gamma^{-5/2}}{\sqrt{\omega^2 - a^2u^2}}.$$

Здесь $\Delta\omega = \omega^2 - \omega^2_{\text{рез}}$ — отстройка частоты излучения от частоты черенковского резонанса, причем $\omega^2_{\text{рез}}$ может быть как больше, так и меньше нуля, так как плазменно-пирсовская неустойчивость не имеет порога по плотности плазмы.

Условие (10) означает, что рассматривается случай, когда расстройка между скоростью пучка и фазовой скоростью плазменной волны велика.

Рассмотрим частотную дисперсию пучковых волн в области высоких частот $\omega > \omega_p$, когда $\varepsilon_{zz} > 0$. В этом случае пучковые волны в виде

$$\tilde{\psi}_\nu(r) = \begin{cases} I_0(k_{\perp\nu}r), & 0 \le r \le r_b \\ \dfrac{I_0(k_{\perp\nu}r_b)}{H_0(k_{\perp\nu}r_b)}H_0(k_{\perp\nu}r), & r_b \le r \le R. \end{cases}$$

Здесь

$$H_n(k_{\perp\nu}r) = I_n(k_{\perp\nu}r)K_0(k_{\perp\nu}R) - I_0(k_{\perp\nu}R)K_n(k_{\perp\nu}r),$$

$I_n(x)$ и $K_n(x)$ — модифицированные функции Бесселя.

Условие сшивки полей (5) приводит к дисперсионному уравнению, определяющему $k_{\parallel\nu}$, ($\nu = 3, 4$)

$$\left(k_{\parallel\nu} - \frac{\omega}{u}\right)^2 = \frac{\omega_b^2\gamma^{-3}}{æ_\perp^2u^2}\left(k_{\parallel\nu}^2 - \frac{\omega^2}{c^2}\right).$$

Здесь параметр $æ_\perp^2$ дается выражением

$$æ_\perp^2 = \left[r_b\Delta_b\left(\frac{K_0(k_{\perp\nu}r_b)}{I_0(k_{\perp\nu}r_b)}\right) - \frac{K_0(k_{\perp\nu}R)}{I_0(k_{\perp\nu}R)}I_0^2(k_{\perp\nu}r_b)\right]^{-1}. \tag{11}$$

Решение уравнения (11) в условиях малости пучка $\dfrac{\omega_b^2\gamma^{-3}}{æ_\perp^2u^2} \ll 1$ имеет вид

$$k_{\parallel\nu} = \frac{\omega}{u} \pm \tilde{\alpha}\omega_b, \quad \tilde{\alpha} = \frac{\omega}{u}\frac{\gamma^{-5/2}}{æ_\perp u}.$$

Из дисперсионного уравнения для кабельной волны в вакууме $k_{\perp\nu}^2 - k_{\parallel\nu}^2 + \dfrac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_{zz} = 0$ получаем поперечное волновое число поверхностной волны $k_{\perp\nu} = \left(\dfrac{\omega}{u}\gamma^{-1} \pm \tilde{\alpha}\gamma\omega_b\right)\sqrt{\varepsilon_{zz}}$. Теперь можно определить параметр $æ_\perp$, который с точностью до слагаемых порядка ω_b оказывается одинаковым для быстрой и медленной пучковых волн.

Рассмотрим граничные условия на входном электроде. Условие полного отражения от левой границы $z = 0$ дает следующее уравнение для волн:

$$\sum_{\nu=1}^{4} k_{\parallel\nu}\psi'_\nu(r) = 0.$$

Отсутствие возмущений плотностей заряда и тока пучка приводит к двум дополнительным условиям:

$$\sum_{\nu=1}^{4}\frac{k_{\|\nu}^2-\dfrac{\omega^2}{c^2}}{(\omega-k_{\|\nu}u)^2}k_{\|\nu}A_\nu=0;\qquad \sum_{\nu=1}^{4}\frac{k_{\|\nu}^2-\dfrac{\omega^2}{c^2}}{(\omega-k_{\|\nu}u)^2}A_\nu=0. \tag{12}$$

Здесь $A_\nu=\tilde{\psi}'_\nu(r_b)$. Пусть возбуждаются электромагнитные колебания, которым в пустом волноводе соответствует поперечная мода с номером $s=$ ю, тогда граничное условие (12) для этой моды примет вид

$$\sum_{\nu=1}^{4}k_{\|\nu}\varepsilon_{\nu ю}A_\nu=0, \tag{13}$$

где

$$\varepsilon_{\nu s}=\frac{2}{R^2J_1^2(\mu_{s,0})}\frac{J_0(k_{\perp s}r_b)}{\tilde{\psi}'_\nu(r_b)}\int_0^R\tilde{\psi}'_\nu(r)J_0(k_{\perp s}r)\,rdr.$$

Для электромагнитных и объемных пучковых волн имеем $\varepsilon_{\nu ю}=1$ с точностью до слагаемых порядка ω_b^2, и $\varepsilon_{\nu s}\sim\omega_b^2$ для остальных мод $s\neq$ ю. Рассмотрим теперь отдельно верхнюю оптическую (3) и нижнюю звуковую (2) ветви колебаний.

Оптическая ветвь колебаний

Рассмотрим возбуждение электромагнитных волн, имеющих оптический закон дисперсии (2). В этом случае в волноводе присутствуют две объемные и две поверхностные волны, которые взаимно трансформируются на продольных границах резонатора. Уравнения (12) и (13), определяющие коэффициенты трансформации $æ_\nu^L$ обратной электромагнитной волны A_1, A_2 и A_4, имеют следующие решения для слаботочных пучков

$$æ_1^L=\frac{A_1}{A_2}=1;$$

$$æ_3^L=\frac{A_3}{A_2}=-\frac{\omega_b}{æ_\perp u}\gamma^{-1/2}\frac{\tilde{k}_{\perp s}^2u^2(\omega^2+a^2u^2)}{\omega(\omega-au)(\omega+au)^2};$$

$$æ_4^L=\frac{A_4}{A_2}=-æ_3^L.$$

После подстановки коэффициентов $æ_\nu^L$ в уравнение (3), последнее принимает вид

$$æ_1e^{iaL}-e^{-iaL}+2iæ_bæ_3^L\sin(\bar{\alpha}\omega_bL)e^{i\frac{\omega L}{u}}=0. \tag{14}$$

В отсутствие пучка, когда $\omega_b=0$, уравнение (14) дает невозмущенное значение a

$$a=\frac{\pi n}{L}-\frac{1}{2L}\arg æ_1+\frac{i}{2L}\ln|æ_1|, \tag{15}$$

где коэффициент отражения электромагнитной волны изменяется в пределах $|æ_1|\le 1$, $-\pi\le\arg æ_1\le 0$.

Из выражения (15) получаем декремент, связанный с вытеканием поля из резонатора

$$\delta = \frac{1}{2L}\frac{\partial\omega}{\partial k_z}\ln\frac{1}{|æ_1|}$$

при условии, что колебания поля в резонаторе являются почти гармоническими, т. е. при условии Re a >>Im a.

Присутствие в резонаторе пучка приводит к возникновению неустойчивости, инкремент которой на частоте

$$\omega = \sqrt{\omega_p^2 + k_\perp^2 c^2 + (\mathrm{Re}\, a)^2 c^2}$$

равен

$$\delta\omega = (-1)^n \frac{|æ_b|}{\sqrt{|æ_1|}}\,\omega_b\,\frac{\gamma^{-1/2}}{æ_\perp L}\,au\,\frac{\tilde{k}_{\perp s}^2 c^2(\omega^2 + a^2u^2)}{\omega^2(\omega + au)^2(\omega - au)}\sin(\tilde{\alpha}\omega_b L)e^{i\theta}.$$

Здесь $\theta = \dfrac{\omega L}{u} + \arg æ_b - \dfrac{1}{2}\arg æ_1$, приведенный пролетный угол электронов пучка.

Заметим, что эта ветвь неустойчивости может развиваться в вакуумных системах, когда $\varepsilon_{zz} = 1$. Инкремент генерации прибора равен Im $\delta\omega - \delta$.

Рассмотрим стартовые значения параметров. Условия развития неустойчивости Im $\delta\omega > \delta$ приводят к неравенству

$$(-1)^n \sin(\tilde{a}\omega_b L)\sin\theta > \frac{\omega_{bst}}{\omega_b},$$

где стартовая ленгмюровская частота равна

$$\omega_{bst} = \frac{1}{2}\frac{\sqrt{|\ \ _1|}}{|\ \ _b|}\ln\frac{1}{|\ \ _1|}\ \ _\perp\gamma^{1/2}\frac{\omega(\omega + au)^2(\omega - au)}{{}^2_{\perp s}u(\omega^2 + a^2u^2)}.$$

Стартовый ток для пучка при этом равен

$$I_{st} = \frac{mc^3}{e}\frac{\mu_{s,0}^2}{4}\frac{u}{c}\left(\frac{S_b}{S_\perp}\right)\left(\frac{\omega_{bst}}{k_{\perp sc}}\right)^2. \qquad (16)$$

Величина mc^3/e имеет размерность тока и численно равна 17,03 кА.

Условие выхода из резонанса в результате торможения пучка

$$\frac{\omega L}{u}\frac{\delta u}{u} \geq \Delta \equiv \arccos\left(\frac{\omega_{bst}}{\omega_b|\sin(\tilde{\alpha}\omega_b L)|}\right)$$

дает сверху оценку КПД генерации: КПД $\leq \gamma^2\dfrac{c}{\omega L}\Delta \sim \gamma^2\dfrac{\Delta}{\mu_{s,0}}\dfrac{R}{L}$.

В заключение раздела приведем некоторые численные оценки параметров вакуумного генератора. Выберем значения, близкие к экспериментальным*: рабочий ток $I_{раб}$ = 1 кА, радиус пучка r_b = 2,0 см, его толщина Δ_b = 0,2 см, ускоряющее напряжение V = 450 кВ. Возьмем R = 4,0 см, тогда будем иметь генерацию на частоте $\omega = 1{,}8\cdot10^{10}$ с$^{-1}$, релятивизм пучка γ = 1,9, его ленгмюровская частота $\omega_b = 1{,}76\cdot10^{10}$ с$^{-1}$. Для данных значений имеем:

$$(-1)^n \sin(0{,}016L)\sin(0{,}71L + \varphi) > 6{,}0\,\lambda, \qquad (17)$$

* Параметры установки "тандем" физического факультета МГУ были любезно предоставлены В. В. Михеевым и В. А. Кубаревым.

где $\lambda = -\sqrt{|æ_1|}\,|æ_b|^{-1}\ln|æ_1|, \varphi = \arg æ_b - 0{,}5\arg æ_1$; длина L измеряется в сантиметрах. Стартовая частота электронов пучка при этом равна $\omega_{b\,st} = 1{,}06\cdot 10^{11}\,\lambda$ (c^{-1}). Расчет по формуле (17) показывает, что условия генерации выполняются только для систем с достаточно малыми значениями параметра $\lambda \le 0{,}05$. Причем для $L = 33 \div 38$ см и $L = 42 \div 47$ см возбуждаются четные, а для $L = 31 \div 33$ см и $L = 38 \div 43$ см — нечетные методы; при этом неизвестный параметр φ может меняться в пределах от 0 до π.

Плазменная ветвь колебаний

Рассмотрим плазменную ветвь колебаний, которая имеет звуковой закон дисперсии (4). Подобные колебания могут существовать только в плазменных системах. В данном случае в резонаторе присутствуют четыре объемные волны, имеющие одинаковую поперечную структуру (6). Обозначив $\tilde{k}_\perp^2 = k_{\perp s}^2 / \varepsilon_{zz}$, $\Omega_b^2 = \tilde{\omega}_b^2 G_s$, получим алгебраическую систему уравнений, которая формально совпадает с уравнениями, описывающими вакуумный волновод со сплошным пучком [6, 14]. Поэтому мы можем воспользоваться уже полученными результатами и выписать инкремент неустойчивости, который на частоте

$$\omega = \mathrm{Re}(a)\, c \frac{\omega_p}{\sqrt{\omega_p^2 + k_\perp^2 c^2}}$$

равен

$$\delta\omega = (-1)^n \frac{|\quad_b|}{|\quad_1|} \frac{c\,\omega_p \omega_b \sqrt{G_s}}{\sqrt{\omega_p^2 + \quad^2_{\perp s} c^2}} \frac{k_{\perp s}^2 u^2 \gamma^{5/2}}{L\Delta_\omega^{3/2}} \sin\left(\frac{\omega_b\sqrt{G_s}}{\sqrt{\Delta\omega}} \frac{\omega L}{u}\gamma^{-3/2}\right) e^{i\theta}.$$

Значение a, как и в случае верхней ветви колебаний, дается выражением (15). Здесь нужно выделить два случая.

Первый имеет место для положительных расстроек по частоте ($\Delta_\omega > 0$), когда фазовая скорость волны $v_\phi = \partial\omega/\partial k_\parallel$ меньше скорости пучка u. Это наиболее интересный случай, так как соответствует условию $\omega_p^2 < k_\perp^2 u^2 \gamma^2$. При такой плазменной частоте ω_p может развиваться только пирсовская неустойчивость. Это дает возможность реализовать низкочастотные плазменные генераторы при отсутствии черенковского резонанса.

Второй случай имеет место для отрицательных расстроек по частоте ($\Delta_\omega < 0$), когда фазовая скорость волны больше скорости пучка $v_\varphi > u$. При таком условии наряду с плазменно-пирсовской неустойчивостью возможен черенковский резонанс.

Рассмотрим работу генератора, когда реализуется первый случай ($\Delta_\omega > 0$). Декремент затухания, обусловленный вытеканием волны из резонатора, равен

$$\delta = \frac{\omega_p}{\sqrt{\omega_p^2 + k_\perp^2 c^2}} \frac{c}{2L} \ln\frac{1}{|æ_1|}.$$

Инкремент генерации при этом равен $\delta_r = \mathrm{Im}\,\delta\omega - \delta$. Условие развития неустойчивости в системе приводит к неравенству

$$(-1)^n \sin\left(\frac{\omega L}{u}\gamma^{-3/2} \frac{\omega_b\sqrt{G_s}}{\sqrt{\Delta_\omega}}\right) \sin\theta > \frac{\omega_{bst}}{\omega_b}.$$

Здесь стартовая ленгмюровская частота электронов пучка определяется выражением

$$\omega_{b\,st} = \frac{1}{2}\frac{\Delta_{\omega}^{3/2}}{\sqrt{G_s}\,k_{\perp s}^2 u^2 \gamma^{5/2}}\frac{\sqrt{|æ_1|}}{|æ_b|}\ln\frac{1}{|æ_1|},$$

а соответствующие ей стартовый ток I_{st} — формулой (16).

Наконец, дадим некоторые оценки для эксперимента. Рассмотрим возможность генерации на частоте $\omega = 6{,}3\cdot 10^9$ с$^{-1}$ ($f = 1$ ГГц) при параметрах, близких к экспериментальным [2—5]: $I_b = 2{,}4$ кА; $R = 1{,}8$ см; $r_b = 0{,}65$ см, $\Delta_b = 0{,}1$ см; $\gamma = 2$. При данных значениях выражение (4.4), определяющее условия генерации данной частоты, примет вид

$$(-1)^n \sin\left(\frac{0{,}045L}{\sqrt{3-q}}\right)\sin(0{,}242L+\varphi) > 0{,}22(3-q)^{\frac{3}{2}}\lambda,$$

где параметры φ и λ определены также, как в (17), а $q = \dfrac{\omega_p^2}{k_\perp^2 c^2} < 3$.

Расчеты показывают, что для низкой плотности плазмы ($q = 0{,}3$—$1{,}0$), как и для пустого волновода, система должна быть высокодобротной: $\lambda \le 0{,}15\div 0{,}22$. Однако при увеличении плотности плазмы появляется возможность использования низкодобротных систем. Так, при $q \approx 2$ генерация имеет место уже при $\lambda \approx 0{,}95$. При этом для большого диапазона значений параметра φ: $0 \le \varphi \le \pi$ условия генерации выполняются с запасом в 2—3 раза при $L = 6\div 9$; $28\div 37$ см (для четных мод) и при $L = 16\div 23$; $41\div 49$ см (для нечетных мод).

Литература

1. Богданкевич Л. С., Кузелев М. В., Рухадзе А. А. //УФН, 1981. Т. 133. С. 3—32; Кузелев М. В., Рухадзе А. А.//Там же. 1987. Т. 152. С. 285—311.
2. Кузелев М. В., Рухадзе А. А., Стрелков П. С., Шкварунец А. Г.//Там же. 1985. Т. 164. С. 709—712; Физика плазмы, 1987. Т. 13. С. 1370—1389; 1994. Т. 20. С. 682—689.
3. Кузелев М. В., Рухадзе А. А. Электродинамика плотных пучков в плазме. — М.: Наука, 1990.
4. Birau M., Buzzi J. M., Kuzelev M. V. et. al.//Proc. BEAM-s-96. V. 1. P. 225—229, Prague 1996; Кузелев М. В., Лоза О. Т., Пономарев А. В. и др.//ЖЭТФ, 1996. Т. 109. С. 2048—2056.
5. Биро М., Кузелев М. В., Красильников М. А., Рухадзе А. А.//УФН, 1997. Т. 167. С. 1025—1042.
6. Клочков Д. Н., Рухадзе А. А.//Физика плазмы, 1997. Т. 23. С. 646.
7. Клочков Д. Н., Пекар М. Ю.//Там же. С. 650.
8. Biquard F., Grivet P., Septier A.//Зарубежная электроника, 1969. Т. 10. С. 123.
9. Muller J. J., Rostas E.//Helvet. Phys. Acta. 1940. V. 13. P. 435—450.
10. Юлпатов В. К.//Изв. вузов. Сер Радиофизика, 1970. Т. 13. С. 1784; Сморгонский А. В.// Там же, 1973. Т. 16. С. 150.
11. Клочков Д. Н., Пекар М. Ю., Рухадзе А. А.//Радиотехника и электроника, 1999. Т. 44.

NONRESONANCE MICROWAVE OSCILLATORS BASED ON THE RADIATE PIERCE INSTABILITY OF REB

D. N. Klochkov, LTD "Platan", Tula, Russia

M. Yu. Pekar, Classical Gimnazie, Tula, Russia

A. A. Rukhadze, General Physics Institute, Moscow, Russia

The possibility of the microwave generation — the stimulated Pierce radiation of high current relativistic electron beams (REB) in a cylindrical resonator is discussed. The excitations of high frequency optical oscillations as well as low frequency plasma waves are investigated. The form — factor for the beam with annular geometry is obtained and the excitation condition and growth rate of amplitude accounting the radiation output from the resonator is derived.