

УДК 621.383.8

О вероятностных аналогах параметров структуры изображения в оптико-электронных системах

Ю. Г. Эдельштейн

Государственное унитарное дочернее предприятие "Специальное конструкторское бюро техники ночного видения" ГУП "Орион", Москва, Россия

Показана возможность интерпретации основных понятий теории изображения (функции рассеяния, пограничной кривой, контраста, частотно-контрастной характеристики и др.) на основе представления теории вероятностей, что позволяет избежать ряда особенностей, связанных с распространенным подходом на основе теории связи.

Широко распространен подход к процессу формирования изображения в оптических и оптоэлектронных системах (ОЭС), опирающийся на представления теории связи.

Цель настоящего сообщения — попытка показать возможность интерпретации основных понятий теории оптического изображения на основе теории вероятностей.

Применение вероятностных представлений к структуре изображения вполне правомерно, так как световые кванты и фотоэлектроны — носители информации дискретны и хаотически распределены в пространстве и во времени; процессы формирования изображения по своей природе являются случайными, а в изучении их закономерностей как раз и состоит предмет теории вероятностей (ТВ); как теория изображения, так и ТВ используют один и тот же математический аппарат.

Основными параметрами изображения являются распределение интенсивности в характерных его элементах и их контраст. Процесс формирования изображения в оптике, как известно, описывается двояко: либо как свертка функции распределения интенсивности (ФРИ) на объекте и функции рассеяния системы (ФР), либо как произведение преобразований Фурье этих распределений, т. е. пространственного спектра объекта и оптической передаточной функции (ОПФ). В первом случае получают ФРИ в изображении, во втором — ее спектр. Далее будет показана возможность вероятностной интерпретации этих основных понятий структуры изображения.

Действительно, функция рассеяния точки (ФРТ) и функция рассеяния линии (ФРЛ) по своим математическому описанию и физической сущности представляют собой полные аналоги двумерной и одномерной плотностей вероятности; ОПФ является аналогом характеристической функции. Свертке в ТВ соответствует композиция законов распределения двух независимых случайных величин (СВ) и т. д.

Оптические термины, их вероятностная интерпретация и математическое описание представлены в таблице.

Оптические термины	Вероятностная интерпретация	Математическое выражение
Функция рассеяния точки	Совместная плотность распределения системы двух СВ X- и Y-значений отклонения квантов от геометрического центра изображения точки на плоскости	$f(x,y)$; $f(x,y) = (1/2\pi\sigma^2) \exp[-(x^2+y^2)/2\sigma^2]$, или $f(r) = (1/2\pi\sigma^2) \exp(-r^2/2\sigma^2)$; $r^2 = x^2+y^2$
Функция рассеяния линии	Плотность распределения СВ X-значения отклонения квантов относительно геометрического изображения линии	$f(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x,y)dy$; $f(x) = (1/\sigma\sqrt{2\pi}) \exp(-x^2/2\sigma^2)$
Оптическая передаточная функция пространственной частоты ν	Характеристическая функция	$t(\nu) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \exp(2\pi i\nu x) d\nu dx$
Частотно-контрастная характеристика	Модуль характеристической функции	$t(\nu) = \exp(-2\pi^2\nu^2\sigma^2)$
Пограничная кривая (ФРИ в изображении полуплоскости)	Интегральный закон распределения отклонения квантов относительно геометрического края изображения полуплоскости	$E(x) = \int_{-\infty}^x f(x)dx$; $E(x) = 0,5 + \Phi_0(x)$
Функция распределения интенсивности в изображении штриха шириной $2b$	Композиция равномерного закона и ФРЛ	$E(x) = \int_{x-b}^{x+b} f(x)dx$; $E(x) = \Phi_0\{(x+b)/\sigma\} - \Phi_0\{(x-b)/\sigma\}$
Функция концентрации энергии в изображении штриха шириной $2b$	Вероятность попадания кванта в интервал $(-b; +b)$	$P(-b < X < +b) = 2\Phi_0(b/\sigma)$
Функция распределения интенсивности в изображении диска радиусом R	Композиция равномерного закона и ФРТ	$E(r) = W(R/\sigma, r/\sigma)$, см. таблицу X [3]
Функция концентрации энергии в изображении диска радиусом R	Вероятность попадания кванта в круг радиусом R	$P(r < R) = 1 - \exp(-R^2/2\sigma^2)$

В таблице даны также выражения для распределения интенсивности в изображении некоторых важных для практических расчетов объектов, ФРИ которых постоянна, т. е. подчинена равномерному закону распределения: полуплоскости, штриха и диска.

Кроме того, приведены зависимости, позволяющие определить функцию концентрации энергии (ФКЭ), т. е. долю общей энергии ФР, собираемую в пределах штриха и диска [1]. Курсивом выделены соотношения, относящиеся к системам с ФР в форме нормального распределения (гауссоиды) — именно такому закону распределения должна подчиняться ФР многозвенной ОЭС в силу центральной предельной теоремы ТВ. Параметр нормального распределения σ , как известно, зависит от разрешающей способности ОЭС N : $\sigma = 0,42/N$ [2]. Аппроксимация ФР нормальным законом дает возможность довести до численного результата расчеты всех параметров структуры изображения,

пользуясь таблицами интеграла Лапласа $\Phi_0(x) = 1/\sqrt{2\pi} \int_0^x \exp(-t^2/2) dt$ и распределения Релея [3].

Обратимся еще к одному фундаментальному понятию теории изображения — контрасту (K), однозначного определения которого, однако, не существует. В литературе большинство авторов, вводя это понятие, обычно ограничиваются просто записью формулы

$$K = (n_0 - n_{\phi}) / (n_0 + n_{\phi}) = \Delta n / n. \quad (1)$$

Числитель этого выражения представляет собой оптический сигнал Δn , определенный как разность между количеством квантов n_0 и n_{ϕ} , накопленных за одно и то же время на изображении объекта и равновеликом ему участке фона (для объекта темнее фона $\Delta n = n_{\phi} - n_0$). Знаменатель n содержит общее число квантов, участвующих в формировании изображения.

Таким образом, контраст, являясь мерой заметности объекта, представляет собой относительное значение оптического сигнала, т. е. показывает, какую долю от множества квантов n составляет сигнал Δn .

С позиций ТВ контраст можно интерпретировать как вероятность события, состоящего в том, что отдельно взятый квант из множества n принадлежит к сигналу, или как вероятность существования сигнала Δn при общем количестве квантов n . В такой трактовке контраст отвечает всем вероятностным аксиомам ТВ, так как является неотрицательной, нормированной ($0 < K < 1$) и аддитивной функцией множества n .

Необходимо отметить, что контраст вследствие флуктуации числа квантов n_{ϕ} и n_0 сам по себе является случайной величиной. Контраст характеризуется математическим ожиданием $M[K] = M[\Delta n] / M[n]$ и дисперсией $D[K] = (1 - K^2) / n$. При наблюдении значение $K \geq M[K]$ реализуется только в 50% случаев, что недостаточно для увеличенной регистрации изображения. Теория оценок (один из разделов ТВ) дает возможность установить доверительный интервал и соответствующее нижнее значение контраста K_{α} , позволяющие устойчиво различать контраст с необходимой доверительной вероятностью α :

$$K_{\alpha} = K - \varepsilon(D[K])^{1/2} = K - \varepsilon\{(1 - K^2)/n\}^{1/2}, \quad (2)$$

где ε — решение уравнения $\alpha = 0,5 + \Phi_0(\varepsilon)$.

Для $K = 1$ теория оценок дает значение $K_{\alpha} = (1 - \alpha)^{1/n}$. При высокой интенсивности, когда n велико, $D[K]$ соответственно мало, и $K_{\alpha} \cong K$. По мере уменьшения потока квантов $D[K]$ растет, $K_{\alpha} \ll K$, и изображение деградирует. При $K < 1$ для пороговых условий ($K_{\alpha} = 0$) выражение (2) позволяет получить известную флуктуационную формулу $K^2 n \cong \text{const}$ [4].

Таким образом, показано, что между всеми основными понятиями теории изображения и теории вероятностей существует глубокая взаимная аналогия. При этом применение вероятностных представлений лишено особенностей, возникающих при использовании представлений теории связи вследствие того, что электрические сигналы, в отличие от оптических, являются односторонними во времени и одномерными, а также могут быть положительными и отрицательными. Универсальность и наглядность рассмотренного подхода делают его более эффективным в ряде практических задач, чем применяющиеся в настоящее время методы, заимствованные из теории связи.

Л и т е р а т у р а

1. Вычислительная оптика: Справочник. — Л.: Машиностроение, 1984.
2. Ллойд Дж. Системы тепловидения. — М.: Мир, 1978.
3. Абезгауз Г. Г. и др. Справочник по вероятностным расчетам. — М.: Восниздат, 1966.
4. Луизов А. В. Глаз и свет. — Л.: Энергоиздат, 1983.

Probabilistic analogues of image propertys in the electro-optical systems

Yu. G. Edelschtein

Special Desing Office of Night-Vision Devices of State Unitary Enterprise «RD&P Centre "Orion"»,
Moscow, Russia

It is shown possibility of interpreting the main statement of the image theory (the spread function, the contrast, the modulation transfer function and others) in terms of theory of chances that allows to avoid row of particularities, in accordance with wide-spread approach on base the communication theory.