

УДК 537.312

К проблеме теплоотвода в “холодном” γ -лазере

Ю. Б. Иванов, Е. П. Фетисов, Ю. Д. Фивейский

Московский государственный инженерно-физический институт — Технический университет,
Москва, Россия

На основе решения задачи о миграции неравновесных фононов доказана возможность образования области с локальной температурой в случае цилиндрической симметрии. Получено ограничение на параметры источника возбуждения (мощность, длительность импульса), которые оказываются более жесткими по сравнению с плоской геометрией.

Создание источника когерентного излучения в γ -области является заманчивой, но пока проблемной задачей. В настоящее время предложен ряд моде-

лей такого рода источника, в основном связанных с большим энерговыделением с высокими температурами. Нестандартный путь решения указанной проблемы предложен в работе [1] — так называемый “холодный” γ -лазер. Не вникая в детали модели, укажем лишь, что идея состоит в использовании излучения короткоживущих изомеров, синхронно нанесенных на поверхность твердого тела. Существенную роль в формировании когерентного излучения играет эффект Мессбауэра, что в свою очередь требует обеспечения низкотемпературного режима $T \leq 30-50$ К. Учитывая относительно большое выделение энергии, в основном за счет электронов конверсии, очевидно, что проблема миграции энергии играет жизненно важную роль для рассматриваемой модели γ -лазера.

Процесс релаксации конверсионных электронов с начальной энергией порядка килоэлектрон вольт сопровождается, помимо ионизации и возбуждения, интенсивной генерацией неравновесных фононов. При этом заметная часть акустических фононов распространяется баллистически, частично со скоростями, большими звуковой, что приводит к выносу энергии из активной зоны лазера так называемым фононным ветром [2]. Этот эффект в условиях “холодного” γ -лазера был рассмотрен в работе [3]. В то же время в определенных условиях наблюдаются накопление фононов в ограниченной области и образование квазиравновесной перегретой системы — “горячего фононного пятна” [4, 5]. В результате процесс миграции энергии резко замедляется, сменяясь нелокальной теплопроводностью, что может привести к перегреву системы в активной зоне и нарушению условий когерентной генерации.

Одним из условий образования “пятна” является достаточная плотность энерговыделения. Поэтому существенную роль в образовании горячей области играет геометрия задачи. Фононное “горячее пятно” заведомо образуется при достаточной мощности импульса в плоской геометрии и всегда отсутствует вследствие быстрого “рассеяния” энергии в случае точечного источника. В то же время анализ показывает, что в рассматриваемой модели γ -лазера достаточно благоприятные условия генерации можно обеспечить, выбирая форму активной зоны в виде “канавки” глубиной ≈ 10 мкм, шириной ≈ 2 мкм и длиной порядка 2—10 мм. В результате задача имеет, фактически, цилиндрическую геометрию, занимающую промежуточное положение между плоской и сферической в смысле эффекта рассредоточения энергии. Поэтому вопрос о существовании “пятна” в условиях “холодного” лазера остается открытым и нуждается в дополнительном исследовании. Предварительные краткие результаты приведены в работах [6, 7].

Итак, предполагается, что область стационарного в течение времени t энерговыделения представляет собой бесконечный цилиндр радиуса R , в котором однородно по сечению рождаются неравновесные фононы с частотой ω и числами заполнения n . Частоты неравновесных фононов значительно выше характерных частот тепловых фононов, а числа заполнения малы, $n \ll 1$. В этих условиях основными элементарными процессами при низких температурах являются упругое рассеяние фононов на примесях и дефектах и спонтанный ангармонический распад фононов, тогда как роль процессов слияния, пропорциональных n^2 , в этих условиях мала. С течением времени при достаточно высоком уровне возбуждения числа заполнения могут возрастать вплоть до $n \sim 1$, и в результате баланса процессов распада и слияния образуется область локального теплового равновесия, называемая “горячим фононным пятном”.

Функция распределения фононов $n(r, t)$ описывается диффузионным уравнением с источником $\hat{B}n$:

$$\frac{\partial n}{\partial t} - D(\omega) \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial n}{\partial r} \right) = -\frac{n}{\tau} + \hat{B}n,$$

$$\hat{B}n \equiv \hat{B}(\omega)n = \int_{\omega}^{\infty} d\omega' \rho(\omega') n(\omega') P(\omega' \rightarrow \omega). \quad (1)$$

Здесь D — коэффициент диффузии, ρ — плотность фононов, а $P(\omega' \rightarrow \omega)$ — вероятность появления частоты ω в процессе распада фононов с $\omega' > \omega$.

Для τ_s — времени упругого рассеяния и τ — времени распада зависимость от частоты определяется соотношениями

$$\tau = (A_I \omega^5)^{-1}, \quad \tau_s = (A_S \omega^4)^{-1}. \quad (2)$$

Здесь A_I и A_S — некоторые коэффициенты.

Заметим, что последовательность распадов приводит к появлению фононов все более низких частот, обладающих большей длиной диффузии. Для некоторой частоты ω_R диффундирующие фононы начинают выходить из прогретого слоя и диффузионная длина $l(\omega_R) = R$. Соответствующее время определяется равенством $t_R = \tau(\omega_R)$. Наряду с мощностью и длительностью импульса накачки t_0 параметры t_R и ω_R определяют процесс эволюции неравновесных фононов.

Обратимся сначала к наиболее благоприятному с точки зрения формирования квазилокальной области случаю длинной накачки, $t_0 \gg t_R$. В пределе относительно малых времен распределение, очевидно, остается однородным. Вводя безразмерное время $\eta = t/\tau(\omega) = tA_I \omega^5$, в случае автомодельного решения [5] получаем уравнение

$$\begin{aligned} n(\omega, t) &= C \omega^\sigma f_\sigma(\eta), \\ \frac{\partial f}{\partial \eta} f_\sigma(\eta) &= f_\sigma(\eta) + \int_0^1 \frac{dx}{x} x^{-(\sigma+5)} h(x) f_\sigma(\eta / x^5), \\ h(x) &= P(1, x) \left[\int_0^1 dx x^3 P(1, x) \right]^{-1}, \quad x = \omega / \omega'. \end{aligned} \quad (3)$$

Учитывая линейный рост полной энергии единицы длины цилиндра со временем, в рассматриваемом случае $t_0 \gg t_R$ для параметра σ получаем значение -9 . Нормируя функцию f_σ условием

$$\frac{1}{5} \int_0^1 \frac{d\eta}{\eta} \eta^{(\sigma+4)/5} f_\sigma(\eta) = 1,$$

получаем окончательное распределение в виде

$$n(\omega, t) = \frac{2W}{hRA_I} \omega^{-9} f_{-9}(\eta) = \frac{2W\tau(\omega)}{hR\omega^4} f_{-9}(\eta), \quad (4)$$

где W — мощность на единицу поверхности*. Зависимость средней частоты от времени определяется условием $\eta \sim 1$, что дает $\tau(\omega) \sim t$. Для чисел заполнения, аналогично [5], получаем в рассматриваемом случае

$$n \sim (W / W_R)(t / t_R)^{9/5}, \quad W_R = P_R / t_R, \quad P_R = hR\omega_R^4. \quad (5)$$

* Рассматривается, естественно, цилиндр единичной длины.

Для мощности $W \gg W_R$ на некотором этапе распада даже в области $t \ll t_R$ возможна компенсация процессов распада и слияния, $n \sim 1$, и установление температуры. Поскольку $2W\tau(\omega_T) / hR\omega_T^4 \cong 1$, соответствующее время оказывается порядка $\hat{t} \sim \tau(\omega_T) \sim hR\omega_T^4 / 2W$. Условия подобны плоскому случаю, однако соответствующая плотность энергии при той же мощности W на единицу площади и той же толщине прогретого слоя должна быть в 2π раз больше.

Для малых мощностей $W \ll W_R$ распад будет продолжаться вплоть до выхода фононов из прогретого слоя, $t_0 > t \geq t_R$, после чего задача становится неоднородной, и в уравнении (1) необходимо учитывать диффузию. В безразмерных переменных η и $\zeta = r/l(\omega)$ уравнение для автомодельного решения $n(\omega, t, r) = c\omega^\sigma f_\sigma(\eta, \zeta)$ принимает следующий вид:

$$\frac{\partial f}{\partial \eta} - D \frac{1}{\zeta} \frac{\partial}{\partial \zeta} \left(\zeta \frac{\partial f}{\partial \zeta} \right) = -f + \int_0^1 \frac{dx}{x} x^{-(\sigma+5)} h(x) f \left(\frac{\eta}{x^5}, \frac{\zeta}{x^{9/2}} \right). \quad (6)$$

Как и в предыдущем случае, из условия линейного роста энергии со временем

$$E = 2\pi RWt \sim t^{(1-\sigma/5)} \quad (7)$$

получаем $\sigma = 0$, в отличие от $\sigma = 9/2$ в плоской геометрии. В результате заселенность оказывается не зависящей от времени:

$$n(\omega, t, r) = cf_0(\eta, \zeta), \quad c = \frac{WR\tau(\omega_R)}{h\omega_R^4 l^2(\omega_R)} \quad (8)$$

или $n = W/W_R$. С момента выхода фононов из прогретого слоя заселенность более не растет. Таким образом, в отличие от плоского случая пятно может сформироваться лишь на первоначальной стадии $t \ll t_R \ll t_0$, а затем лишь расширяться в течение накачки.

Наконец, после окончания импульса, $t > t_0 > t_R$ энергия фононной системы остается постоянной, и из условия (7) находим $\sigma = 5$, так что

$$n(\omega, t, R) = c\omega^5 f_5(\eta, \zeta) = \frac{Wt_0 R^2}{W_R t_R l(\omega)} \left(\frac{\omega_R}{\omega} \right)^5 f_5(\eta, \zeta). \quad (9)$$

В результате после окончания длительной накачки $t_0 \gg t_R$ при любой мощности числа заполнения только падают, $n \sim 1/t$:

$$n(\omega, t, r) = \frac{Wt_0}{W_R t_R} \left(\frac{t}{t_R} \right)^{-1}. \quad (10)$$

Заметим, что закон спадания гораздо более резкий, чем в плоском случае, где $n \sim (t/t_R)^{-1/10}$.

В случае короткой накачки, $t_0 \ll t_R$, фононы за время импульса не успевают выйти из прогретого слоя. Распределение остается однородным и дается формулой (4). Последнюю можно переписать [5] в виде

$$n(\omega, t, r) = \frac{Wt_0}{W_R t_R} \left(\frac{t_0}{t_R} \right)^{4/5} \left(\frac{t}{t_0} \right)^{9/5}. \quad (11)$$

Для достаточно большой плотности энергии $(E_0/E_R) \gg (t_R/t_0)^{4/5}$ возможно выполнение необходимых условий образования области локальной температуры. В противном случае распад будет продолжаться.

После окончания накачки $t > t_0$ энергия постоянна, но для $t_R > t$ распределение по-прежнему однородно. В результате получаем $\sigma = -4$ и

$$n = \frac{2E_0}{hR\omega^4} f_{-4}(\eta). \quad (12)$$

Временная зависимость принимает вид

$$n(\omega, t, r) \cong \frac{2E_0}{E_R} \left(\frac{t}{t_R} \right)^{\frac{4}{5}}. \quad (13)$$

Рост со временем более медленный, чем во время накачки. Учитывая также малость отношения t/t_R появление "пятна" можно ожидать лишь в случае большого энерговыделения, $2E_0 \gg E_R$. В противном случае будут преобладать процессы распада, и после выхода фононов из прогретой области числа заполнения будут только падать, и довольно быстро, $n \sim (t/t_R)^{-1}$ (10).

Таким образом, в случае цилиндрической геометрии, в отличие от сферической, образование "горячего пятна" вполне возможно, однако условия установления локальной температуры оказываются более жесткими. "Пятно" может возникнуть лишь до выхода фононов из прогретого слоя, в области однородного распределения, при этом пороговая мощность оказывается более высокой, чем для плоской геометрии. Температура в пятне определяется условием $n(\omega_T) \sim 1$ и устанавливается в момент времени $t_T \sim \tau(\omega_T)$.

Процесс образования "пятна" можно представить в виде "фазовой диаграммы" (E_0, t_0) (рис. 1).

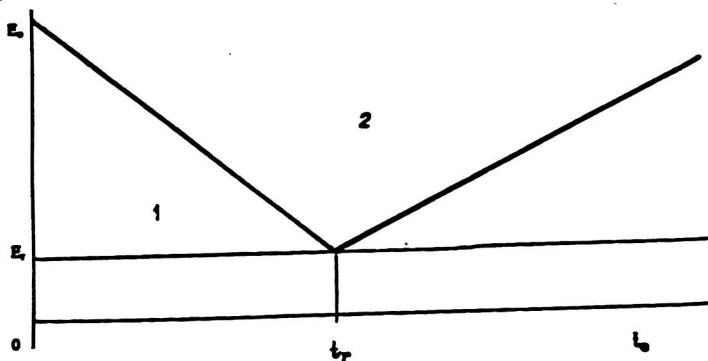


Рис. 1. Условия формирования "горячего пятна". Локальная температура существует только при $E_0 > E_r$ в областях 1 и 2

При малом энерговыделении $E_0 \ll E_R$ условие $n \sim 1$ не удастся выполнить даже при наиболее благоприятном временном режиме, поэтому в этой области "пятно" не образуется.

С ростом плотности энергии в импульсе появляется возможность образования области локальной температуры. При этом в отличие от плоской геометрии "горячее пятно" может сформироваться только в пределах объема непосредственного энерговыделения, в данном случае — цилиндра радиуса R . В зависимости от формы импульса и мощности процесс формирования может завершиться как во время накачки, так и после нее, но в любом случае до выхода фононов из области $r \leq R$, так что $t \leq t_R$.

Время формирования пятна и температура в нем зависят от мощности импульса и его длительности. В области короткой накачки $t_0 \ll t_R$ "пятно" образуется при достаточной мощности за время $t < t_0$, но температура продолжает расти, и при $t \sim t_0$ находится из соотношения $T = T_0(E_0/E_R)^{1/4}$, где $T_0 = h\omega_R / 2,82$.

Граница области 1 определяется, согласно (11), кривой $E_0 = E_R(t_0/t_R)^{-4/5}$. С дальнейшим увеличением E_0 "пятно" формируется в области 2 во время импульса и только внутри поверхности $r < R$, а в дальнейшем только расширяется (5).

Температура определяется условием $2\pi R\epsilon_T = W\tau_T$ или $T = T_0(W/W_R)^{1/9}$. Правая граница этой области в соответствии с (5) описывается прямой $E_0 = E_R(t_0/t_R)$. С выходом фононов за пределы поверхности $r = R$ "горячее пятно" не образуется и область формирования локальной температуры в цилиндрической геометрии сильно сужается по сравнению с плоской геометрией (исчезает область 4 на рис. 1 работы [5]).

Рассмотрим, наконец, динамику температуры "пятна" в процессе его расширения, ограничиваясь пределом "грязных" кристаллов, для которых типичны условия

$$1 \ll (r/l_T) \ll (\tau/\tau_s)^{5/6}. \quad (14)$$

На рис. 2 в "двойном логарифмическом масштабе" представлена зависимость температуры от радиуса "пятна" (T, r) в относительных единицах r/R и T/T_0 . Учитывая, что $l_T \sim T^{-9/2}$ и $\tau/\tau_s \sim T^{-1}$, из неравенств (14) получаем "коридор" возможных состояний локальной температуры, задаваемый прямыми с показателями $-9/2$ и $-16/3$. На начальном этапе "горячее пятно" совпадает с областью выделения энергии $r \leq R$. Уравнение для температуры имеет вид $\frac{d\epsilon(T)}{dT} = W / 2\pi R$ и определяет горизонтальный участок $r = R$ на

рис. 2. Конечная точка на прямой для короткой накачки дается условием $T = T_0(E_0/E_R)^{1/4}$, а в случае длинной накачки — $T = T_0(W/W_R)^{1/9}$.

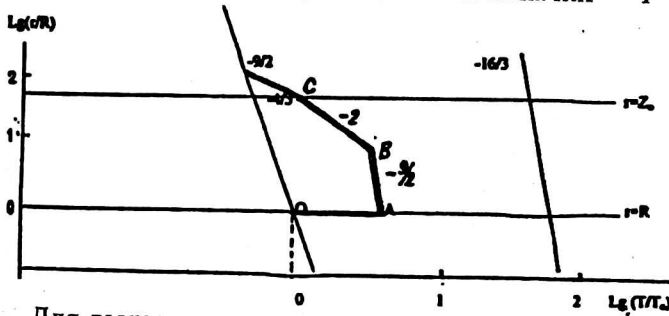


Рис. 2. Диаграмма (r, T) "горячего пятна" в случае цилиндрического источника. С выходом фононов за пределы области прогрева температура монотонно падает

Для выяснения поведения системы в процессе расширения $r > R$ необходимо рассмотреть нелинейные уравнения нелокальной теплопроводности [5].

$$\left[\partial / \partial t - D(\omega)\nabla^2 \right] n = -\frac{1}{\hat{\tau}(T, \omega)} \left[n - \frac{T}{h\omega} \right]; \quad (15)$$

$$\frac{\partial \epsilon}{\partial t} + \text{div} \vec{J}(\vec{r}, t) = 0, \quad \vec{J} = \int_0^\infty d\omega \rho(\omega) h\omega [-D(\omega), \vec{\nabla} n],$$

где \vec{J} — тепловой поток; $\hat{\tau}$ — время поглощения низкочастотного фонона. Введя безразмерные переменные $r' = r / l_{T+}$, $t' = t / \tau_+$, $\omega' = h\omega / T_+$, можно затем искать автомодельные решения уравнений (15) в виде:

$$n(\omega, r, t) = (t')^{-\lambda} g(\zeta, \eta), \quad T(r, t) = (t')^{-\mu} f(\zeta) T_+, \quad (16)$$

$$\eta = \omega'(t')^\alpha, \quad \zeta = r'(t')^{-\beta}.$$

Анализ показывает, что автомодельное решение действительно существует, при этом связь между параметрами не зависит от геометрии и имеет следующий вид:

$$\alpha + \beta - \mu = 0, \quad 5\alpha - 2\beta + 4\mu = 0, \quad 4\mu + 1 - \lambda - 2\beta = 0. \quad (17)$$

Отличие возникает в уравнениях для функций f и g и в нормировочном интеграле

$$2\pi \int_0^\infty d\zeta \zeta f^4(\zeta) = 1.$$

Для энергии на единицу поверхности получаем:

$$E = 2\pi \int_0^\infty dr r \varepsilon_T = l_{T_+}^2 \varepsilon_{T_+} (t / \tau_+)^{2\beta-4\mu}. \quad (18)$$

В результате во время накачки $t < t_0$, $2\beta - 4\mu = 1$ и автомодельные параметры принимают значение $\alpha = \frac{1}{5}$, $\beta = \frac{9}{10}$, $\lambda = 0$, $\mu = \frac{1}{5}$ и $\varepsilon_{T_+} l_{T_+}^2 = W\tau_{T_+}$, тогда как после накачки $2\beta - 4\mu = 0$, $\alpha = 0$, $\beta = 2$, $\lambda = 1$, $\mu = 1$ и $\varepsilon_{T_+} l_{T_+}^2 = E_0$.

Поскольку характерные значения $g \sim f \sim 1$, то фронт разогрева движется как $r \sim t^\beta$, $T \sim t^\mu$ и траектория в плоскости (T, r) определяется зависимостью $r \sim T^{\beta/\mu}$. Во время накачки $\beta/\mu = 9/2$, после накачки $\beta/\mu = 2$ и температура по мере расширения "пятна", в отличие от плоской геометрии, монотонно падает:

$$E_0 / W_R t_0 = (r/R) (T/T_0), \quad (19)$$

$$(E_0 / E_R) = (r/R) T^{9/2}. \quad (20)$$

Максимальная температура достигается к моменту выхода фононов из прогретого слоя $r \leq R$. В идеальном случае цилиндрической геометрии диаграмма (r, T) имеет "трехколенный" характер. Если, однако, длина цилиндра Z_0 конечна, а мощность источника достаточно велика, то при $r \sim Z_0$ возможен переход к сферической геометрии расширения "пятна", когда $r^3 \varepsilon_T \sim E$, так что $r \sim ET^{-4/3}$. Эта область на рис. 2 соответствует переходу через линию $r = Z_0$.

В заключение следует сказать, что проведенный анализ вселяет определенный оптимизм с точки зрения проблемы миграции энергии вблизи активной зоны γ -лазера. Условия образования области локальной температуры и замедления теплоотвода при умеренных мощностях импульса оказываются довольно жесткими и выполняются в узкой области параметров. Как было отмечено вначале, геометрия задачи играет существенную роль в образовании "горячего пятна".

Для более детального анализа необходимо рассмотреть конкретные кристаллы. В случае γ -лазера интерес представляет, как известно [1, 3], в первую очередь алмаз, а в методическом плане, ввиду наличия экспериментов и теоретических оценок условия появления "пятна" в плоской геометрии — полу-

проводники Ge и Si. Соответствующий анализ будет выполнен в последующей работе.

Л и т е р а т у р а

1. Karyagin S. V. Laser Physics. 1995. V. 5. P. 343.
2. Келдыш Л. В. Письма в ЖЭТФ. 1976. № 23. P. 100.
3. Воробьев В. В., Фетисов Е. П. Краткие сообщения по физике//ФИАН. 1996. № 7—8.
4. Hensel I. C., Dynes K. S. Phys. Rev. Lett. 1977. № 39. P. 969.
5. Казаковцев Д. В., Левинсон И. Б. ЖЭТФ. 1985. № 88. С. 2228.
6. Фетисов Е. П. Научная сессия МИФИ-99//Сб. науч. трудов, 1999. № 1. С. 204.
7. Фетисов Е. П. Краткие сообщения по физике//ФИАН. 1999. № 9. С. 16.

On Heat-Removal Problem in “Cold” γ -laser

Yu. B. Ivanov, E. P. Fetisov, Yu. D. Fifeisky,
Moscow Physical Engineering Institute, Russia

Energy migration near the active zone of gamma-laser is analysed. In the case of cylindrical symmetry the possibility of formation of the local temperature region is proved. Power and pulse duration restriction is appeared to be more rigid than in the plane geometry.