

УДК 537.533

Бесстолкновительная релаксация инжектируемого в плазму размытого электронного пучка с “подкритической” плотностью

В. Д. Левченко, Ю. С. Сигов

Институт прикладной математики им. М. В. Келдыша РАН, Москва, Россия

Подробно рассмотрены результаты прецизионного кинетического моделирования SIEB для рекордно (в смысле численного эксперимента) слабого пучка, размытого по скорости. Показано, что вариант с такими параметрами можно рассматривать как Crucial Experiment для исследования природы тонких нелинейных механизмов релаксации пучка, насыщения пучковой неустойчивости и генерации пространственно-временных диссипативных структур в открытых неравновесных плазменных системах. Установлены несостоятельность описания проблемы SIEB в рамках квазилинейной теории (QLT), даже в случаях очень слабых пучков, и принципиальная роль, которую играют в этих механизмах корреляционные эффекты.

Классическая задача о релаксации размытого электронного пучка, непрерывно инжектируемого в полупространство с максвелловской плазмой (SIEB — Steadily Injected Electron Beam problem), является одной из фундаментальных проблем физики плазмы: предмет исследования представляет собой простейшую открытую систему, позволяющую в рамках уравнений Власова-Максвелла (Пуассона) изучать нелинейное взаимодействие “волна—частица” в постановках, близких к натурным и экспериментальным условиям.

В ряде численных экспериментов последних лет [1–3], посвященных проблеме SIEB, было установлено, что определяющим механизмом насыщения неустойчивости является непредсказанное квазилинейной теорией (QLT) [4, 5] формирование стохастического волнового конденсата достаточно большой интенсивности:

$$\frac{E_{\max}^2}{8\pi} = \frac{\langle V_{ph} \rangle}{\langle V_{gr} \rangle} \frac{V_2}{V_1} \frac{m_e v^2}{2} (f_0(v) - f_\infty(v)) dv,$$

обеспечивающего непрерывность потока энергии за счет своего расширения с групповой скоростью $V_{gr,k} = \frac{\partial \omega(k)}{\partial k}$ (k — характерное волновое число конденсата);

а захват электронов фоновой максвелловской плазмы когерентными волновыми пакетами, формирующимися вблизи инжектора в процессе установления режима частично-упорядоченной, т. н. умеренной турбулентности (MT — Moderate Turbulence), в результате усиления корреляций между волнами и резонансными частицами. Здесь $f_0(v)$ и $f_\infty(v)$ — функции распределения пучка по скорости v вблизи инжектора и после релаксации, соответственно; V_1 и V_2 — минимальная и максимальная скорости электронов пучка; $\langle V_{ph} \rangle$ и $\langle V_{gr} \rangle$ — средняя фазовая и групповая скорость ленгмюровских волн, диспер-

сионное соотношение для которых имеет вид: $\omega(k) = \omega_p \sqrt{1 + 3(k\lambda_D)^2}$; m , ω_p и λ_D — электронная масса, плазменная частота и длина Дебая, соответственно.

На рис. 1 показано относительное расположение различных режимов, сопутствующих релаксации пучка в проблеме SIEB, в зависимости от отношения плотности пучка к плотности плазмы $\alpha = n_b/n_0$ и плотности энергии электростатической волны.

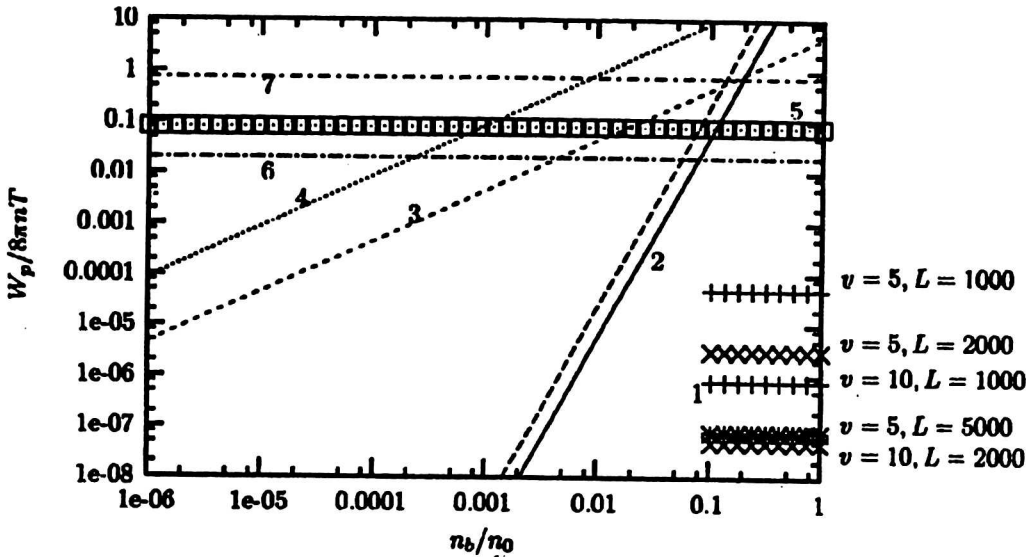


Рис. 1. Диаграмма различных режимов релаксации размытого пучка в плазме:

1 — уровни энергии поля, соответствующие началу перекрытия резонансов соседних неустойчивых мод $k_{\pm} = 1/V \pm \pi/L$ для характерных значений L и ν ; 2 — верхняя граница области применимости QLT; 3 — уровень избыточной энергии пучка для периодического случая; 4 — уровень QLT насыщения для задачи SIEB; 5 — порог модуляционной неустойчивости; 6 и 7 — область захвата электронов, соответствующая плотности энергии $W_{p,k}$ мод с $5 \leq V_{ph,k} \leq 10$, достаточной для захвата максвелловских электронов с уровня $V = 3$

Численные эксперименты со значением $\alpha = n_b/n_0 = 1/2000$ [2, 3], обеспечивающим попадание в “критическую” область, где QLT — уровень максимальной плотности волновой энергии в режиме насыщения, $E^2_{\max,QLT}$ и аналогичная величина $E^2_{\max,tr}$, необходимая для захвата электронов фоновой плазмы когерентным пакетом, с характерным k — величины одного порядка ($E^2_{\max,QLT} \leq E^2_{\max,tr}$ — условие слабой “подкритичности”), по-прежнему демонстрировали картину захвата фоновых электронов, показав при этом (впервые в численных экспериментах) достигнутый уровень насыщения, E^2_{sat} , превышающий теоретическую QLT-оценку $E^2_{\max,QLT}$.

Тем не менее, отсутствие результатов численного моделирования для параметров электронного пучка, явно соответствующих требованиям подкритичности: $E^2_{\max,QLT} < E^2_{\max,tr}$ оставляло место для вопросов. Действительно, во-первых, не окажется ли при этом условии указанный выше квазилинейный механизм (расширение пакета с групповой скоростью) достаточным для насыщения? И если ответ отрицателен, то, во-вторых, какова специфика захвата электронов фоновой плазмы в этом (выраженном подкритическом) случае?

Используя программу SUR GST (GST — Greed Splitting Technique) [6], нам удалось, в традиционной постановке с фиксированным ионным фоном, обеспечить необходимую точность в варианте с $\alpha = 1/5000$ (т. е. в заведомо подкритичной области). Как показал анализ численных результатов этого

варианта (цитируемого ниже как CCE 5000 — Crucial Computer Experiment 5000), и в этом случае не QLT-механизм, а захват электронов фоновой плазмы определяет уровень насыщения и максимальную амплитуду пакетов. При этом решающую роль в нарастании интенсивности пакета E_{sat}^2 сверх QLT-предела $E_{\text{max,QLT}}^2$ и далее, вплоть до $E_{\text{max,tr}}^2$, играет его когерентность. В отличие от стохастического QLT-пакета, которому предписано расширяться со скоростью $V_{gr,k}$, происходят (в качественном согласии с феноменологической МТ-теорией [7, 8]) пропорциональное сужение эффективной ширины когерентного пакета и смещение его вниз по потоку как целого со скоростью $V_{gr,k}$. Понятно, что в этих условиях пакет продолжает черпать энергию из резонансных электронов инжектируемого неустойчивого пучка, поскольку средняя скорость пучка $V = V_{ph,k} \gg V_{gr,k} = 3V_e^2/V_{ph,k}$.

Постановка задачи и метод решения

Постановка задачи для CCE/5000 полностью соответствует общей постановке проблемы SIEB, детально сформулированной в работах [1–3]. В плоской одномерной геометрии, в рамках полной системы нелинейных нестационарных уравнений Власова и Пуассона, изучается самосогласованная эволюция системы “пучок—плазма”.

Распределение частиц в пучке, непрерывно инжектируемом при $x = 0$ ($t \geq 0$) в занятое фоновой плазмой полупространство $x > 0$, задается функцией распределения пучка $f_b(v)$, зависящей от трех безразмерных параметров: относительной плотности пучка $\alpha = n_b/n_0$ и предельных значений v , ограничивающих размытие пучка в пространстве скоростей, $V_1 = v_{\text{min}}/V_T$ и $V_2 = v_{\text{max}}/V_T$.

$$f_b(v) = \frac{\alpha(1 - V_1/v)}{V_2 - V_1 - V_1 \ln V_2/V_1}, \quad v \in [V_1, V_2]. \quad (1)$$

Квазинейтральная фоновая плазма в начальный момент $t = 0$ состоит из пространственно однородно распределенных положительных ионов с плотностью n_0 (в этой работе мы считаем их неподвижными) и электронов с безразмерной функцией распределения $f(v) = f_M(v) + f_b(v)$, где

$$f_M(v) = \frac{1 - \alpha}{\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(v/V_T)^2}{2}\right].$$

Ниже всюду, где фигурируют безразмерные величины, в качестве масштабов плотности, длины, скорости и времени использованы, соответственно, n_0 , дебаевская длина λ_D , тепловая скорость V_T и обратная плазменная частота ω_p^{-1} .

Функция вида (1) обеспечивает в начальный момент $t = 0$ равенство линейных (и QLT) инкрементов всех неустойчивых гармоник в диапазоне $V_1 < v < V_2$.

$$\gamma_L = \frac{\pi v^2 \omega_p}{2n_0} \frac{\partial f}{\partial v} = \alpha \frac{\pi/2}{V_2/V_1 - 1 - \ln V_2/V_1}. \quad (2)$$

В рассматриваемом варианте CCE/5000 $V_2 = 2V_1 = 5$. В этом случае ($V_2 = 2V_1$) формулы (1), (2) значительно упрощаются:

$$f_b(v) = \frac{\alpha(1 - V_1/v)}{V_1(1 - V_1 \ln 2)},$$

$$\gamma_L = \alpha \frac{\pi/2}{1 - \ln 2}.$$

Для численного решения уравнений Власова-Пуассона для ССЕ/5000 использовался объектно-ориентированный код SUR GST [9] на языке C++. Расчет проводился на PC Pentium-60. Основные вычислительные параметры ССЕ 5000: $\alpha = 1/5000$; $V_1 = 5$; длина расчетной области $L = 10\ 000$; шаг по пространству $\Delta x = 0,61$; шаг по времени $\Delta t = 0,2$; полное число узлов на фазовой плоскости $(x, v) N = N_x \times N_v = 16384 \times 256 = 2^{22} \approx 4 \cdot 10^6$.

Результаты и обсуждение

Для выявления структуры пакетов скоррелированных мод применялась специально разработанная "пакетонная" диагностика — функция корреляции между самосогласованным полем и "пакетоном" — гармоническим сигналом с волновым числом V_{Te} / v , огибающая которого является гауссоидой с полушириной $2\pi b \lambda_D$:

$$P(x, v, b) = \exp \left\{ - \left(\frac{x / \lambda_D}{2\pi b v / V_{Te}} \right)^2 + i \frac{x / \lambda_D}{v / V_{Te}} \right\}.$$

Теперь можно ввести абсолютную C_E^p и нормированную $C_E^{p,N}$ "пакетонные" корреляционные функции (PCF):

$$C_E^p(x, v, b) = \left| \int_{-\infty}^{\infty} d\xi E(x + \xi) P(\xi, v, b) \right|;$$

$$C_E^{p,N}(x, v, b) = C_E^p(x, v, b) / \sqrt{\int_{-\infty}^{\infty} d\xi P P^* \int_{-\infty}^{\infty} d\xi E^2(x + \xi)}.$$

Меняя свободный параметр $0 < b < \infty$ (рис. 2), можно от локализации пакетов в физическом пространстве (а) перейти к их локализации в импульсном пространстве (в). Промежуточный случай (б) показывает расположение пакетов на фазовой плоскости.

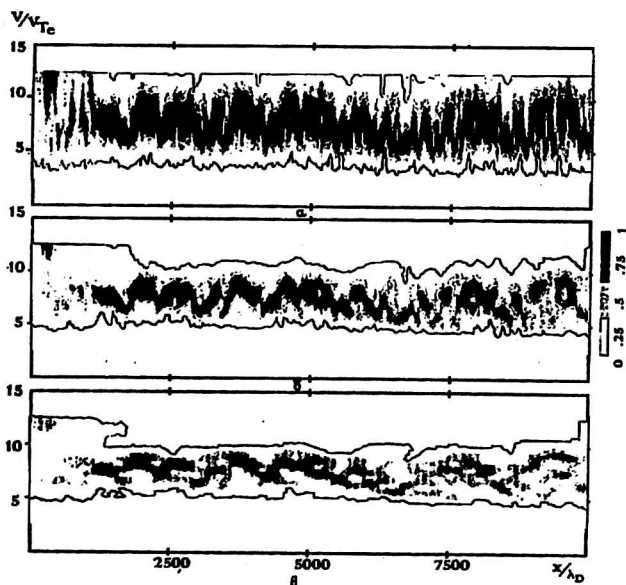


Рис. 2. Функция $C_E^{p,N}(x, v)$ в момент времени $t = 10\ 000 \omega_p^{-1}$ для различных значений свободного параметра b : 1 (а), 2 (б), 4 (в)

Основные результаты численного моделирования представлены на рис. 3—7. На рис. 3 показаны временные зависимости максимальной энергии поля $\frac{E_{\max}^2}{8\pi l T_e}$ (а) и (б), среднего по пространству импульса (в) и энергии (г) пучка.

Из сравнения (а) и (г) видно, что величина энергии поля примерно на порядок превосходит максимальную энергию, которую может накопить квазилинейный пакет $(w_b)|_{t=0} - w_b|_{t \rightarrow \infty} \langle V_{ph} \rangle / \langle V_{gr} \rangle \approx 0,005$.

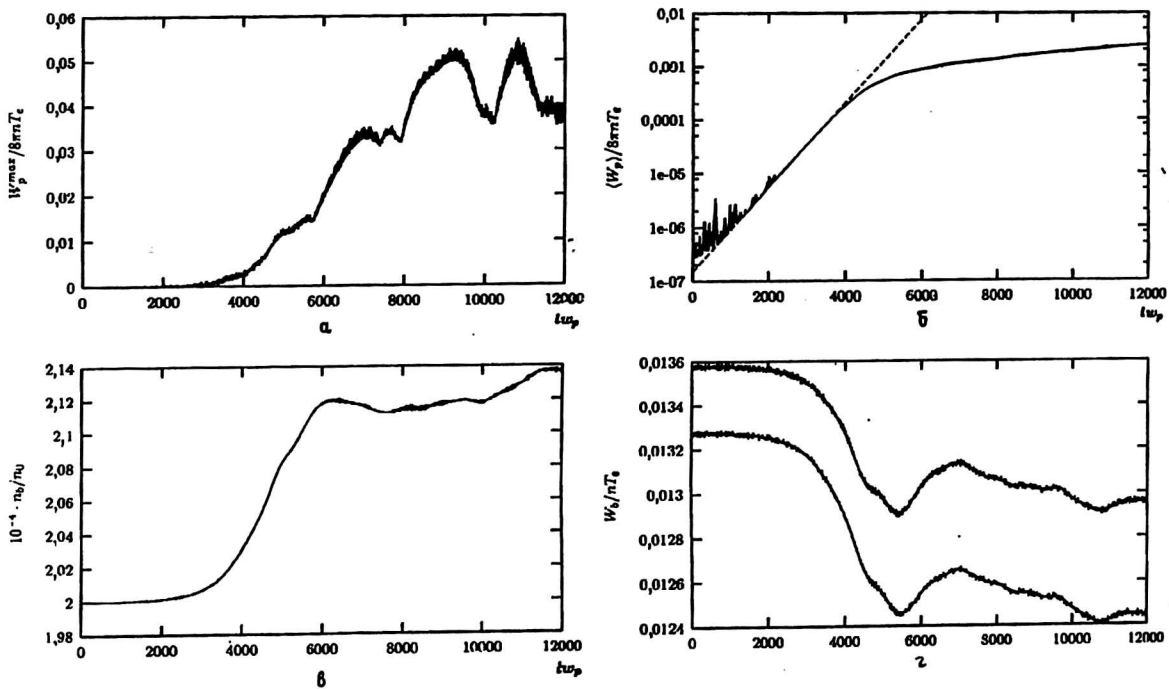


Рис. 3. Зависимость макрохарактеристик от времени: максимальная (а) и средняя (б) по области плотность энергии поля, средние плотности заряда (в) и энергии (г) пучка

На рис. 4—6 показаны профили полей, функции распределения пучка и нормированные РСФ для трех моментов времени ($t_p^0 = 4000; 6000; 8000$). Можно отметить следующие моменты:

в области экспоненциального роста пакеты образуют на фазовой плоскости квазипериодические структуры (суперпакеты) длиной до $1500 \lambda_D$. Характерные волновые числа ($k = 1/v$) составляющих его подпакетов монотонно меняются, начиная от $k_{\max} = 1/V_{\min} = 1/5$ до $k_{\min} = 1/V_{\max} = 1/10$. Затем следует резкий скачок к следующему суперпакету. Размеры суперпакетов и расстояние между ними определяются соотношением инкремента неустойчивости и групповой скорости;

в области максимального поля (см. рис. 7, а) низколежащие пакеты “дотягиваются” до электронов фоновой плазмы, ускоряют их и передают эстафетным образом высоколежащим пакетам, обеспечивая ускорение вплоть до V_{\max} ;

в дальней баллистической области (см. рис. 7, б) амплитуда пакетов существенно падает, а сами пакеты группируются в длинноволновые квазипериодические структуры.

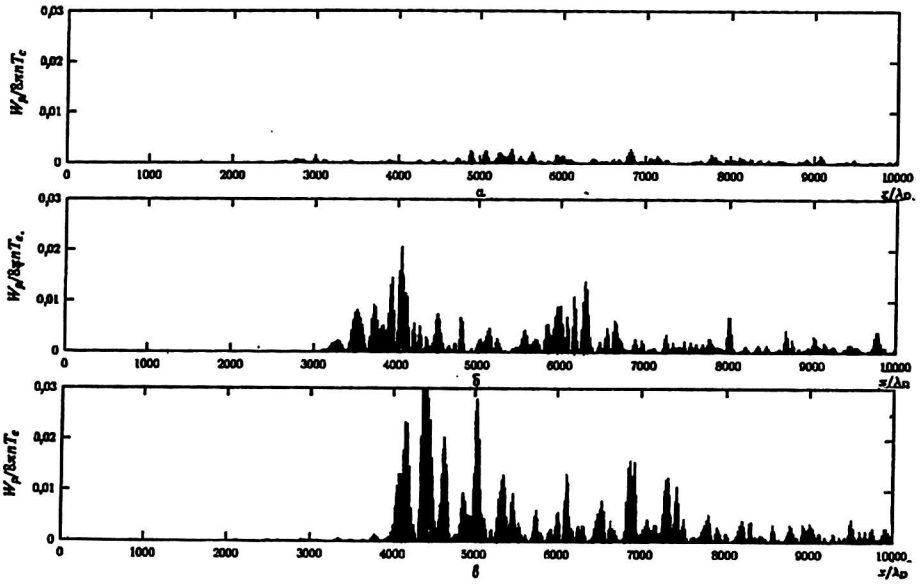


Рис. 4. Мгновенные профили плотности энергии поля в моменты времени: $t = 4000 \omega_p^{-1}$ (а), $t = 6000 \omega_p^{-1}$ (б), $t = 8000 \omega_p^{-1}$ (в)

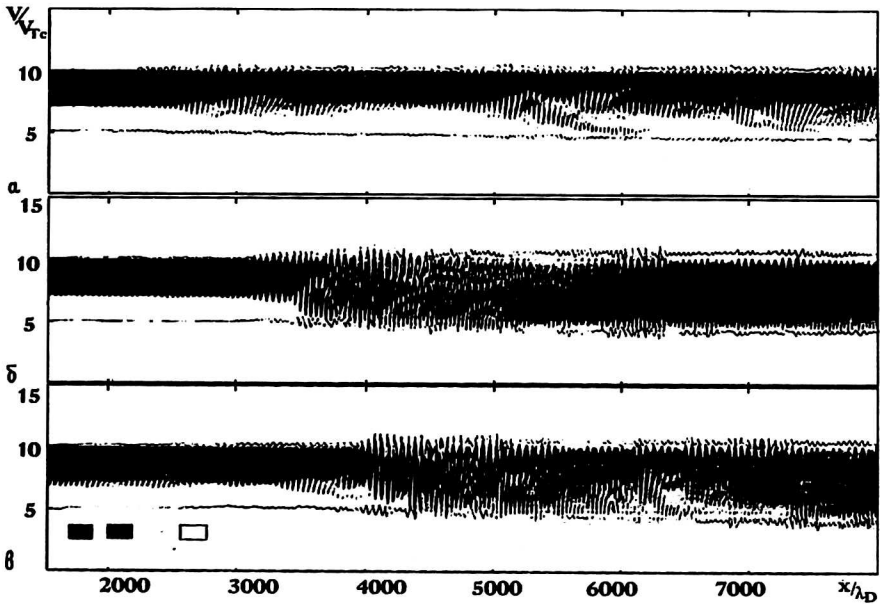


Рис. 5. Функция распределения электронов пучка $f_b(x, v)$ (см. моменты времени на рис. 4).

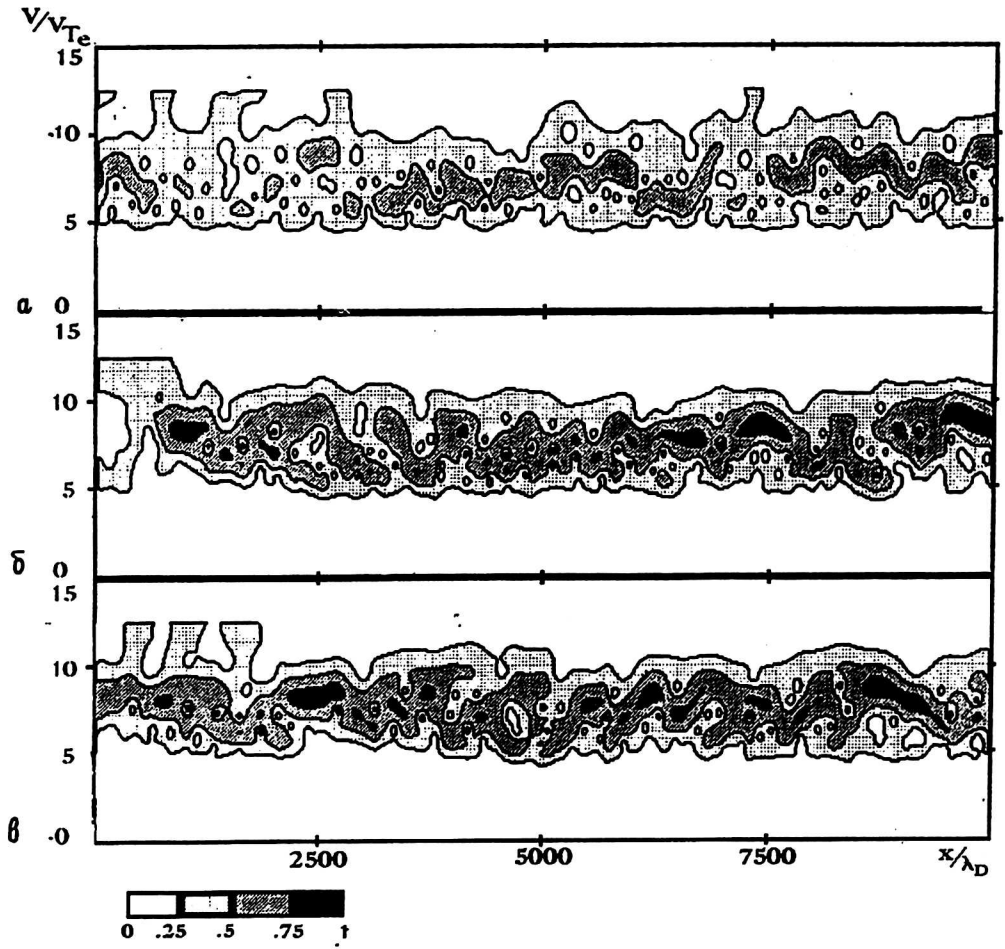


Рис. 6. Функция $C_p^{p,N}(x, v)$ (см. моменты времени на рис. 4)

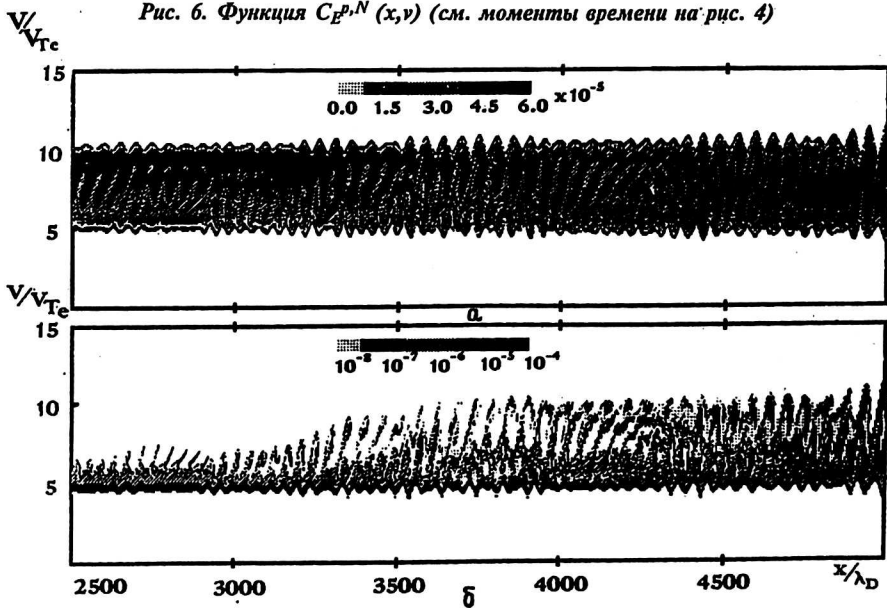


Рис. 7. Область активного взаимодействия пучка с плазмой. Функция распределения электронов пучка $f_b(x, v)$ (а) и фоновой плазмы $f_e(x, v)$ (б) в момент времени $t = 10\,000 \omega_p^{-1}$

Л и т е р а т у р а

1. Sigov Yu. S., Levchenko V. D. Dynamics of transport in plasmas and charged beams — Procs of an europ sci foundation study centre. G. Maino, M. Ottaviani, editors, Singapore-London: World Scientific Publishing Co. 1996. ISBN: 9810221541.
2. Sigov Yu. S., Levchenko V. D.//Plasma Physics and Controlled Fusion. 1996. V. 38. P. A49—A65.
3. Сигов Ю. С., Левченко В. Д.//Физика плазмы. 1997. Т. 23. С. 325—342.
4. Vedenov A. A., Velikhov E. P., Sagdeev R. Z.//Nucl. Fusion Suppl. 1962. V. 2. P. 465.
5. Drummond W., Pines D.//Ibid. V. 3. P. 1049.
6. Батищев О. В., Карась В. П., Левченко В. Д., Сигов Ю. С.//Физика плазмы. 1994. Т. 20. С. 654—662.
7. Бакай А. С.//Доклады Академии наук СССР, 1977. Т. 237. С. 1069.
8. Бакай А. С., Сигов Ю. С. Там же, с. 1326.
9. Levchenko V. D., Sigov Yu. S. Dynamics of Transport in Plasmas and Charged Beams — Procs of an europ sci foundation study centre. G. Maino, M. Ottaviani, editors, Singapore-London: World Scientific Publishing Co. 1996. ISBN: 9810221541.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 97-02-17626.

Noncollisional relaxation of warm electron beam with subcritical density being injected to plasma

V. D. Levchenko, Yu. S. Sigov

Keldysh Institute of Applied Mathematics Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia

The paper describes results of the precise kinetic modeling of SIEB (Steadily Injected Electron Beam) problem for very weak beam diffused in velocity space. It is shown that such a run with record low (in sense of uptodate computer simulations possibilities) can be viewed as Crucial Experiment for studying the nature of fine nonlinear mechanisms of beam relaxation, beam instability saturation and the space-time dissipative structures generation for open strongly non-equilibrium systems. Thus, the inconsistency of quasi-linear theory (QLT) for SIEB problem, even in case of very weak beams, is established. Correlation effects play the principal role in this case. This work is partly supported by RFBR, grant № 97-02-17626.