

УДК 533

Проекционный метод восстановления функции распределения электронов по скоростям

А. Н. Чебуркин

Институт общей физики РАН, Москва, Россия

С. А. Харченко

Вычислительный центр РАН, Москва, Россия

Для источника электронов предложен метод экспериментального определения функции распределения электронов по начальным энергиям с угловым разрешением. Рассмотрен случай, когда начальное угловое распределение электронов обладает осевой симметрией. В компьютерном эксперименте предложенным методом восстановлены две модельные функции распределения.

Во многих областях современной физики представляет интерес знание функции распределения электронов, эмитированных некоторым источником, по начальным энергиям и углам вылета.

Функция распределения электронов играет важную роль при изучении характеристик фотокатодов и явления фотоэффекта под действием коротких лазерных импульсов, в исследованиях по ионизации и надпороговой ионизации газов, в электронной спектроскопии и электронной дифракции [1—5].

Описание свойств источника электронов в рамках классического подхода предполагает известным количество электронов, с определенной энергией вылетевших в данный момент времени из данной точки источника в заданном направлении.

В дальнейшем мы ограничимся рассмотрением мгновенного точечного источника. Под функцией распределения мгновенного точечного источника будем понимать плотность вероятности нахождения электронов в точках пространства скоростей. Если задавать положение точки в пространстве скоростей в сферических координатах, то вылетевшие из источника электроны следует характеризовать начальной энергией и двумя углами, определяющими направление вылета.

Число электронов d^3N в элементарном объеме пространства скоростей dV , выраженном в сферических координатах, в окрестности точки с координатами $(\epsilon, \theta, \varphi)$ имеет вид:

$$d^3N = \rho(\epsilon, \theta, \varphi) dV,$$

где $\rho(\epsilon, \theta, \varphi)$ — функция распределения в сферических координатах. Здесь ϵ — начальная энергия электронов; φ и θ — полярный и азимутальный углы в пространстве скоростей.

Ниже представлен метод экспериментального определения функции распределения электронов по начальным энергиям с угловым разрешением. Рассматривается случай, когда начальное угловое распределение электронов обладает осевой симметрией, т. е. функция распределения фактически является двумерной. В отличие от существующих способов измерения функций распределения предлагаемый метод имеет следующие преимущества:

распределение определяется для всех направлений вылета электронов из точечного источника;

восстановление распределения возможно по однократному испусканию электронов источником;
 регистрируются все электроны, вылетевшие из источника;
 метод является невозмущающим в смысле отсутствия между источником электронов и детектором сеток, щелей, диафрагм.

Проекционный метод восстановления функции распределения

Сущность метода

Пусть изучается некоторая функция распределения электронов по начальным энергиям и направлениям вылета для точечного мгновенного источника электронов (в дальнейшем — функция распределения). Поместим на некотором расстоянии от источника плоский приемный элемент (экран), на котором может регистрироваться пространственное распределение попавших на него электронов. Между источником и приемным элементом может прикладываться электромагнитное поле различных конфигураций.

Основная проблема восстановления функции распределения в такой схеме эксперимента заключается в следующем. В общем случае имеются три независимые переменные, от которых зависит функция распределения. Таковыми можно выбрать, например, декартовы координаты в пространстве начальных скоростей. На экране мы имеем информацию о распределении интенсивности электронного изображения, зависящую только от двух независимых пространственных переменных. При этом каждая точка изображения на экране соответствует кривой в пространстве начальных скоростей, т. е. все электроны, соответствующие точкам в пространстве скоростей на этой кривой, попадают в заданную точку экрана. Двум различным точкам экрана будут соответствовать две непересекающиеся кривые в пространстве скоростей. Будем называть кривую в пространстве скоростей, соответствующую определенной точке регистрирующего экрана, изолинией.

По интенсивности электронного изображения в точке экрана нельзя однозначно восстановить распределение плотности вероятности на соответствующей этой точке изолинии. Поэтому по одному изображению на регистрирующем экране в общем случае невозможно однозначно восстановить трехмерную функцию распределения. Для однозначного решения обратной задачи нахождения функции распределения необходим третий независимый варьируемый параметр, характеризующий каждое полученное распределение интенсивности электронов на плоском экране. В качестве таких независимых варьируемых параметров могут выступать величины, характеризующие электромагнитное поле в пространстве между источником электронов и экраном, расстояние между источником и экраном, угол между нормалью к экрану и вектором, характеризующим испускательную диаграмму направленности источника, время регистрации изображения на экране.

Задача восстановления упрощается, если функция распределения обладает свойствами симметрии. Например, часто из физических соображений или из симметрии эксперимента функция распределения обладает осевой симметрией и при соответствующем выборе системы координат может рассматриваться как двумерная. Тогда при определенном относительном положении источника и экрана достаточно будет только одного изображения на экране для восстановления такой двумерной функции распределения.

Схема эксперимента

Пусть имеется точечный мгновенный источник электронов O , обладающий симметричной относительно оси OZ функцией распределения (рис. 1).

Поместим источник в однородное ускоряющее электроны электрическое поле E , перпендикулярное оси OZ . На расстоянии b от источника и перпендикулярно электрическому полю E поместим плоский регистрирующий экран P . Ось Ox направим от источника к экрану, параллельно направлению электрического поля. Ось Oy параллельна плоскости экрана и образует ортогональную систему координат $OXYZ$ с началом в точке нахождения источника O .

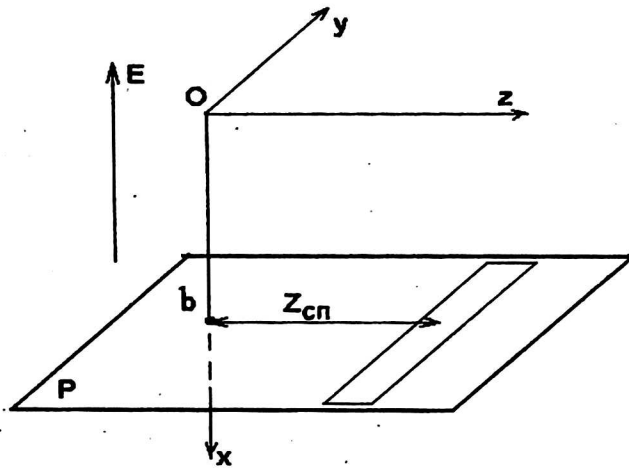


Рис. 1. Схема эксперимента по восстановлению функции распределения

Будем представлять функцию распределения в виде ограниченного тела с переменной плотностью в пространстве скоростей. Плотность тела соответствует плотности вероятности функции распределения. Введем в пространстве скоростей прямоугольную систему координат. Направление осей выберем так, чтобы проекции скоростей электронов V_x, V_y, V_z были проекциями на оси OV_x, OV_y, OV_z (рис. 2).

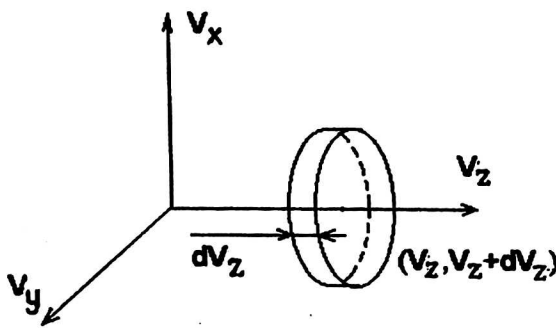


Рис. 2. Восстанавливаемый двухмерный слой функции распределения в пространстве скоростей

Рассмотрим плоское сечение функции распределения, перпендикулярное оси OV_z . Предположим, что максимальная начальная энергия электронов много меньше энергии, приобретаемой электронами в ускоряющем поле. Тогда можно показать, что с достаточной точностью такое сечение в пространстве скоростей отображается в параллельный оси OY отрезок на экране P .

Слой функции распределения $(V_z^{сл} \div V_z^{сл} + dV_z)$, лежащий между двумя близкими плоскими сечениями, перпендикулярными оси OV_z , отобразится в щель на экране. Эта щель ограничена двумя параллельными оси OY отрезка-

ми, соответствующими сечениям $V = V_z^{\text{сл}}$ и $V = V_z^{\text{сл}} + dV_z$. Центр щели лежит на расстоянии $z^{\text{сл}}$ от начала координат вдоль оси OZ :

$$z^{\text{сл}} = V_z^{\text{сл}} \sqrt{\frac{2mb}{eE}},$$

где m и e — масса и заряд электрона. В дальнейшем эту щель будем называть регистрирующей щелью.

Разделим всю функцию распределения в пространстве скоростей на совокупность плоских слоев, перпендикулярных оси OV_z . Если восстановить функцию распределения в пределах каждого слоя, то это будет означать восстановление всей функции распределения в целом. Каждому слою функции распределения соответствует определенная регистрирующая щель на экране P . Таким образом, при указанном допущении задача восстановления осесимметричной функции распределения может быть разбита на совокупность одномерных задач восстановления функции распределения в тонких слоях, перпендикулярных оси OV_z по одномерным изображениям в соответствующих регистрирующих щелях.

Уравнение изолинии

Рассмотрим задачу восстановления распределения электронов в тонком слое, перпендикулярном оси OV_z . Введем в плоскости OV_xV_y полярные координаты (V, φ) . Здесь V — радиус-вектор точки; φ — угол, отсчитываемый относительно положительного направления оси OV_x . Уравнения движения электрона с параметрами (V, φ) в однородном электрическом поле E , направленном вдоль оси OX , имеют вид:

$$y = V \sin \varphi \tau; \quad (1)$$

$$b = V \cos \varphi \tau + a\tau^2 / 2, \quad (2)$$

где τ — время пролета электрона от источника до экрана; $a = eE/m$ — ускорение электрона в однородном электрическом поле.

Введем безразмерный параметр

$$r = \frac{V}{V_0}, \quad (3)$$

где V_0 — максимальная скорость в выбранном сечении. Из определения (3) следует, что функция распределения электронов в пространстве скоростей может быть отлична от 0 только в пределах круга $r = 1$.

Исключим время из уравнений (1) и (2). После элементарных преобразований получаем

$$r = \frac{y}{V_0 \sin \varphi} \sqrt{\frac{a}{2(b - y \text{ctg} \varphi)}}. \quad (4)$$

Если точки пространства скоростей, характеризующие векторы скоростей эмитированных электронов, лежат в плоскости рассматриваемого сечения на кривой (4), то соответствующие электроны попадают в одну и ту же точку регистрирующего экрана с координатой y (рис. 3). При этом данная точка лежит в пределах щели, параллельной оси OY и соответствующей рассматриваемому сечению. Таким образом, определено уравнение изолинии, соответствующее точке регистрирующей щели с координатой y .

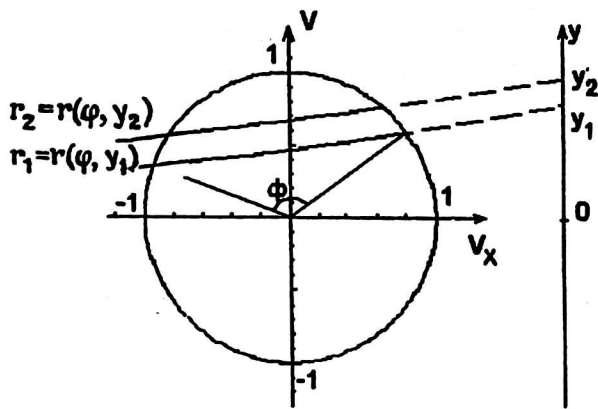


Рис. 3. Изолинии в восстанавливаемом слое

В рассмотренном случае однородного электрического поля удалось получить явный вид уравнения изолинии. В случае более сложных электромагнитных полей исключение времени из уравнений движения электрона может оказаться затруднительным. Однако получение явного вида уравнения изолинии не является обязательным. Для реализации метода существенна возможность решения прямой задачи отображения на экран электронов с заданными начальными параметрами. Соответствующие численные методы разработаны и успешно применяются на практике [6].

Математическая формулировка задачи

Понятие изолинии помогает наглядно описать предлагаемый метод восстановления. Выберем на регистрирующей щели две точки с координатами y_1 и y_2 (см. рис. 3). Этим точкам будут соответствовать две изолинии $r_1 = r(\varphi, y_1)$ и $r_2 = r(\varphi, y_2)$, лежащие в рассматриваемом сечении в пространстве скоростей. В отрезок регистрирующей щели, ограниченный точками y_1 и y_2 , попадут те и только те электроны, которые лежат между изолиниями $r_1 = r(\varphi, y_1)$ и $r_2 = r(\varphi, y_2)$. Число этих электронов равно

$$\Delta N = \iint_s \rho(r, \varphi) ds, \tag{5}$$

где $\rho(r, \varphi)$ — искомая функция распределения; $ds = r dr d\varphi$ — элемент площади в полярных координатах, а область интегрирования s обозначает область в рассматриваемом сечении функции распределения между изолиниями r_1 и r_2 .

Величина ΔN количества электронов, попавших на экран в ячейку с границами y_1 и y_2 , может быть измерена экспериментально. Для этого в качестве регистрирующей щели следует выбрать регистрирующую электроны систему с пространственным разрешением. Такими системами являются, например, электроночувствительные ПЗС-матрицы или стандартные системы регистрации электронных изображений в электронно-оптических камерах.

Соотношения (5) могут быть записаны для всех пространственных ячеек, которые имеются на регистрирующей щели. В результате получится система интегральных уравнений с искомой подынтегральной функцией.

В рассматриваемом случае, когда известно уравнение изолинии (4), удобно перейти от понятия числа электронов в ячейке экрана к величине интенсивности числа электронов в точке экрана. Будем сближать точки y_1 и y_2 экрана. В результате перейдем к пределу числа электронов ΔN в малой окрестности Δy точки экрана y . Предел отношения $\Delta N/\Delta y$ в физически малой окрестности

точки экрана можно трактовать как интенсивность количества электронов, попавших в эту точку. Такая кривая интенсивности вдоль направления регистрирующей щели может быть получена путем обработки экспериментальных данных чисел электронов в ячейках этой щели. Поделив левую и правую части уравнения (5) на длину ячейки dy и перейдя к пределу $y_2 \rightarrow y_1$, получим:

$$I(y) = \frac{dN}{dy} = \int \int_{\Phi} \rho(r, \varphi) r \frac{dr}{dy} d\varphi, \quad (6)$$

где $r = r(\varphi, y)$ — уравнение изолинии в явном виде;
 dr/dy — производная, получаемая из уравнения изолинии (4);
 Φ — интервал между углами, соответствующими точкам пересечения изолинии и границы восстанавливаемого сечения.

Таким образом, проблема восстановления функции распределения в плоском сечении пространства скоростей сводится к задаче восстановления функции $\rho(r, \varphi)$ по известным значениям интеграла (6) для различных изолиний.

В компьютерном эксперименте “экспериментальными данными” $I(y)$ являются результаты аналитического или численного расчета интенсивности распределения электронов на экране по заданной модельной функции распределения $\rho(r, \varphi)$.

Уравнение (6) является интегральным уравнением Фредгольма I-го рода. Известно [7], что его решение относительно подынтегральной функции может не обладать свойством устойчивости к малым изменениям исходных данных $I(y)$. Поэтому задача восстановления плотности функции распределения является некорректно поставленной и требует использования соответствующих методов решения.

Постановка задачи восстановления функции распределения электронов в пространстве начальных скоростей и ее последующее сведение к системе интегральных уравнений очень похожи на постановку задачи реконструктивной вычислительной томографии и ее последующее математическое описание [8, 9].

Алгоритм реконструкции

Для восстановления функции распределения $\rho(r, \varphi)$ использовался алгебраический алгоритм реконструкции [8, 9]. Этот подход предполагает дискретизацию восстанавливаемого изображения до начала процесса восстановления. Таким образом, задача с самого начала решается в дискретной форме.

Из-за осевой симметрии восстанавливаемое сечение является кругом с радиусом $r = 1$. Разделим этот круг на N концентрических колец с центром на оси OV_z (рис. 4). В дальнейшем будем также называть кольца элементами разбиения.

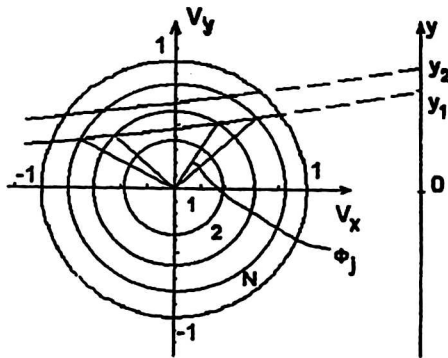


Рис. 4. Элементы разбиения сечения функции распределения

Искомая функция распределения считается непрерывной функцией. Будем восстанавливать ее в виде кусочно-постоянной функции, т. е. считая функцию распределения постоянной в пределах каждого кольца. Выбор колец в качестве элементов разбиения с постоянной плотностью естественным образом вытекает из предполагаемой осевой симметрии задачи. При этом чем мельче разбиение, тем лучше полученная в результате восстановления кусочно-постоянная функция может приближать реальную функцию распределения.

Вклад элемента разбиения в общую интенсивность в точке регистрирующей щели пропорционален величине интеграла (6), вычисленного вдоль соответствующей изолинии в пределах рассматриваемого элемента разбиения.

Суммарная интенсивность в точке y регистрирующей щели описывается интегралом (6). При использовании дискретной модели этот интеграл трансформируется в конечную сумму. Интенсивность в точке y регистрирующей щели равна сумме вкладов отдельных элементов разбиения функции распределения, через которые проходит соответствующая изолиния.

Выделим на регистрирующей щели M точек, в которых измеряется интенсивность изображения. Для каждой из этих точек можно записать уравнение (6) в виде конечной суммы. Таким образом, рассматриваемая модель приводит к неоднородной системе линейных алгебраических уравнений:

$$\sum_{j=1}^N A_{ij} \rho_j = I(y_i), \quad i = 1, 2, \dots, M. \quad (7)$$

Здесь $I(y_i)$ — интенсивность в точке y_i регистрирующей щели, полученная экспериментально (в физическом или компьютерном эксперименте);

ρ_j — искомые неизвестные величины, совокупность которых $\rho = \{\rho_j\}$, $j = 1, 2, \dots, N$ характеризует восстанавливаемую в сечении функцию распределения;

$A_{ij} \rho_j$ — вклад j -го элемента разбиения в суммарную интенсивность в i -й точке экрана.

Выражение для A_{ij} получается из (6) вынесением постоянного в пределах j -го кольца значения плотности $\rho(r, \varphi) = \rho_j$ из-под знака интеграла

$$A_{ij} = \sum \iint_{\Phi_j} r \frac{dr}{dy} d\varphi. \quad (8)$$

Знак суммы в (8) обозначает суммирование по двум отрезкам пересечения изолинии и кольца, если таких отрезков два (см. рис. 4). Φ_j — интервал между угловыми координатами φ граничных точек отрезка пересечения изолинии и j -го кольца.

Все коэффициенты матрицы $A = \{A_{ij}\}$ неотрицательны, так как представляют собой вклад в интенсивность количества электронов на экране.

Решение системы (7) должно быть набором неотрицательных чисел в силу физического смысла плотности вероятности распределения электронов. На решение системы могут накладываться и некоторые другие требования, вытекающие из физической задачи.

Система уравнений (7) имеет прямоугольную матрицу A . Эта система может не иметь решения в классическом смысле, т. е. может не существовать вектора ρ такого, что $A\rho = I(y)$. Решение такой системы необходимо искать в виде вектора ρ , наилучшим образом удовлетворяющего системе (7) в смысле тех или иных критериев оптимальности.

Для решения системы (7) использовался алгоритм реконструкции, основанный на квадратичной оптимизации. При решении системы находилось сингулярное разложение матрицы A и решалась задача наименьших квадратов путем минимизации разности левой и правой частей системы в смысле 2-й нормы. Анализ получавшихся сингулярных чисел и сингулярных векторов матрицы A позволял судить о независимости и полноте информации, полученной в результате моделирования.

Сравнение восстановленного решения с первоначально заданным осуществлялось следующим образом. Проводилась дискретизация заданного модельного решения на выбранной сетке разбиения. Для этого вычислялась средняя плотность в каждом кольце разбиения по формуле

$$\rho_{\text{ср}} = \frac{1}{S} \iint_{\sigma} \rho_{\text{ист}} ds, \quad j = 1, 2, \dots, N, \quad (9)$$

где $\rho_{\text{ист}}$ — заданная модельная функция плотности, а интегрирование ведется по всей площади σ рассматриваемого j -го кольца;

$S = \iint_{\sigma} ds$ — площадь j -го кольца.

После этого проводилось сравнение вектора дискретизированного истинного решения и вектора восстановленного решения. Анализировалась относительная погрешность компонент восстановленного решения по отношению к соответствующим компонентам истинного решения.

Компьютерное моделирование и обсуждение результатов

Основные этапы компьютерного моделирования

Компьютерное моделирование эксперимента и последующее восстановление функции распределения проводились для двух распределений: $\rho = 1$ в пределах круга $r = 1$ и $\rho = 1 - r^2$ также в пределах круга $r = 1$. Вне единичного круга в обоих случаях функция распределения полагалась равной нулю. Предполагалось, что область ненулевых значений функции распределения точно известна.

Для обоих распределений моделирование включало следующие этапы.

Этап 1. Задание физических параметров эксперимента и разбиение функции распределения на кольца.

К физическим параметрам эксперимента относятся:

число точек экрана, для которых определяется интенсивность;

длина регистрирующей щели;

расстояние от источника до плоскости экрана;

разность потенциалов между экраном и точкой, где находится источник;

максимальная начальная энергия электронов в сечении восстановления.

Также задавалось число колец, на которые разбивалась область определения восстанавливаемой функции распределения. Ширина всех колец была одинаковой. Искомые значения плотности в пределах каждого кольца предполагались постоянными.

Этап 2. Вычисление по формуле (6) интенсивности на экране для заданной функции распределения.

Формирование "результатов эксперимента" проводилось путем аналитического вычисления интегралов (6) для интенсивности в точках регистрирующей щели. Координаты этих точек определялись из заданных размеров щели и числа точек на экране. Расстояние между точками выбиралось одинаковым.

Из-за предполагаемой осевой симметрии уравнения для точек регистрирующей щели с координатами y и $-y$ идентичны. Поэтому уравнения составлялись только для точек экрана с $y > 0$. В результате формирования столбцов чисел — правая часть системы уравнений (7).

Этап 3. Вычисление коэффициентов (8) — вкладов каждого элемента разбиения в интенсивность.

Коэффициенты матрицы системы получались аналитическим вычислением интеграла (8) и выражались через параметры эксперимента и угловые координаты точек пересечения изолинии и границы кольца.

Этап 4. Решение получившейся системы линейных алгебраических уравнений.

Вычислялось сингулярное разложение матрицы коэффициентов A . Вектор решения вычислялся по соответствующим формулам через найденное сингулярное разложение матрицы A .

Элементы найденного вектора решения являлись искомыми восстановленными плотностями функции распределения в каждом кольце разбиения.

Этап 5. Нахождение истинного дискретизированного решения.

Заданное аналитическое распределение ρ представлялось в виде вектора с компонентами, вычисленными по формуле (9).

Этап 6. Сравнение вектора восстановленного решения с вектором истинного дискретизированного решения.

Для определения качества восстановления вычислялась относительная погрешность соответствующих компонент указанных векторов. Другими словами, определялась относительная ошибка двух плотностей в каждом кольце разбиения.

Максимальная длина щели в экспериментах была равна 10 мм, т. е. не превышала реальные линейные размеры стандартных ПЗС-матриц. Расстояние между точками щели, в которых определялась интенсивность электронного распределения, не должно быть меньше размера отдельного разрешающего элемента щели. Так, например, величина пиксела электроночувствительной ПЗС-матрицы примерно равна 12 мкм. В этом случае при одинаковом расстоянии между точками регистрации на щели число таких точек не должно превышать $10 \text{ мм}/12 \text{ мкм} \approx 800$ точек.

Расстояние между источником и экраном и разность потенциалов между точкой нахождения источника электронов и экраном должны быть согласованы между собой. Оптимальным в смысле полноты получаемой информации является случай, при котором все распределение электронов укладывается на длине регистрирующей щели.

Расстояние между источником и экраном должно быть реальным с точки зрения создания экспериментального электровакуумного прибора. В проведенных компьютерных экспериментах оно составляло величину от единиц до нескольких десятков сантиметров.

Величина электрического поля ограничена снизу. Как отмечалось выше, чем больше величина электрического поля, тем лучше плоское сечение в пространстве скоростей отображается в отрезок на регистрирующем экране, а тонкий слой между двумя плоскими сечениями — в прямоугольную регистрирующую щель. Для достижения точности приближения в несколько процентов величина напряжения между источником и экраном должна превышать несколько сотен вольт.

При осуществлении компьютерных экспериментов точность определения значений интенсивности на экране ограничивается только вычислительной погрешностью. Величины вкладов отдельных колец в эту интенсивность

ограничиваются вычислительной погрешностью и погрешностью дискретизации. Поэтому погрешность задания матрицы и вектора правой части получающейся системы линейных алгебраических уравнений также определяется вычислительной погрешностью и погрешностью дискретизации. При достаточно мелкой дискретизации погрешность определения матрицы и вектора правой части в компьютерных экспериментах значительно меньше, чем в реальных физических.

Решение модельных задач восстановления для распределений

В ходе компьютерных экспериментов по восстановлению в плоском сечении распределений $\rho = 1$ и $\rho = 1 - r^2$ параметры эксперимента изменялись в следующих пределах:

число точек экрана для регистрации интенсивности — 50—800;
длина регистрирующей щели — 5—10 мм;
расстояние от источника до плоскости экрана — 1—15 см;
разность потенциалов между экраном и точкой, где находится источник — 200—3000 В;

максимальная начальная энергия электронов в сечении восстановления — 1,0—3,0 эВ.

Число точек экрана (число уравнений системы) всегда превышало число колец разбиения (число неизвестных).

Решение задачи ищется в виде кусочно-постоянной функции. Если заданная модельная функция также является кусочно-постоянной, то погрешность аппроксимации отсутствует. В этом случае левая и правая части каждого уравнения системы равны на решении с точностью до вычислительной погрешности. Поэтому решение такой модельной задачи восстанавливается практически точно. При этом точность восстановления не зависит от мелкости разбиения круговой области распределения на кольца.

Существенным, однако, является условие прохождения используемых изолиний через каждое кольцо разбиения. В случае если через какое-либо кольцо не проходит ни одной из рассматриваемых изолиний, то неизвестная плотность в таком кольце не представлена в системе уравнения и, естественно, не может быть восстановлена.

Для распределения $\rho = 1$ в экспериментах, когда все вылетевшие в рассматриваемом сечении электроны попадали в пределы длины регистрирующей щели, восстановление функции распределения происходило с точностью вычислительной погрешности. Относительная точность восстановления функции $\rho = 1$ была не хуже 10^{-7} .

Распределение $\rho = 1 - r^2$ не является кусочно-постоянным. Вектор правой части системы уравнений получался путем точного вычисления интенсивности на экране от функции $\rho = 1 - r^2$. В то же время аппроксимация этой интенсивности проводится с использованием кусочно-постоянной функции. Поэтому неизбежны погрешность аппроксимации и рассогласование левой и правой частей получающейся системы уравнений. Величина рассогласования в уравнении зависит от градиента заданной функции в кольцах, где проходит соответствующая этому уравнению изолиния. Рассогласование уменьшается при уменьшении толщины колец, на которые разбивается область определения восстанавливаемой функции. Следует заметить, что процесс уменьшения размеров элементарных ячеек разбиения с физической точки зрения ограничен пространственным разрешением регистрирующей щели.

Во всех экспериментах, где рассматриваемое сечение полностью укладывалось на длине регистрирующей щели, были получены хорошие результаты восстановления. Относительная ошибка восстановления по сравнению с вектором истинного решения не превышала 3—5 % в зависимости от мелкости разбиения функции распределения. Исключением могли являться несколько крайних внешних колец со значительным градиентом истинной плотности. Относительная погрешность восстановления для таких колец не превышала 10 %. Типичный результат восстановления показан на рис. 5. Гладкая кривая — заданное распределение $\rho = 1 - r^2$. Кусочно-постоянная кривая — восстановленная функция распределения. Этот результат получен для следующих параметров эксперимента:

число точек экрана, в котором определялась интенсивность, — 100;
длина регистрирующей щели — 10 мм;
расстояние от источника до плоскости экрана — 10 см;
разность потенциалов между экраном и точкой, где находится источник, — 830 В;
максимальная начальная энергия электронов в сечении восстановления — 2 эВ.

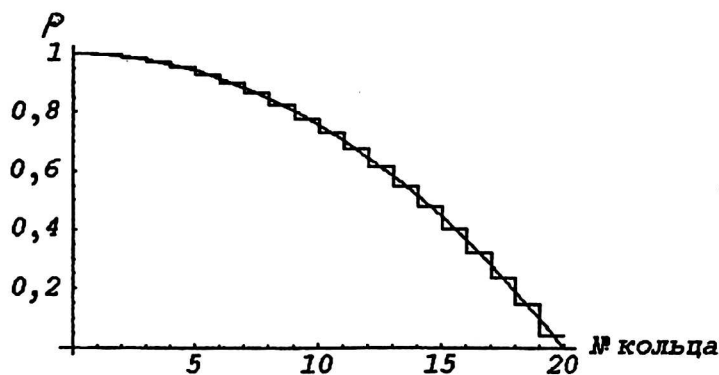


Рис. 5. Заданная функция распределения $\rho = 1 - r^2$ и восстановленная кривая

Заключение

Предложен метод восстановления функции распределения электронов, вылетевших из точечного мгновенного источника, по начальным энергиям с угловым разрешением. В основе метода лежит регистрация пространственного распределения интенсивности электронов на регистрирующем экране. Восстановление проводится на основе соответствия между точками экрана и соответствующими им кривыми в пространстве начальных скоростей вылетевших электронов. Получающаяся обратная задача решается с помощью алгебраического алгоритма реконструкции. Проведено успешное восстановление двух модельных функций распределения электронов.

Литература

1. Соболева Н. А., Меламид А. Е. Фотоэлектронные приборы. — М.: Высш. шк., 1974. — 376 с.
2. Farkas G., Fotakis C. et al. High current, small divergence electron beams produced by laser-induced surface photoelectric effect//J. Appl. Phys. 1 April 1989. Vol. 65(7).
3. Гомоюнова М. В. Электронная спектроскопия поверхности твердого тела//УФН. 1982. Т. 136. С. 105.
4. Helm H., Dyer M. J. et al. Images of Photoelectrons Formed in Intense Laser Fields//Phys. Rev. Lett. Vol. 70. № 21, 24 May 1993. P. 3221—3224.

5. *McNaught S. J., Knauer J. P., Meyerhofer D. D.* Photoelectron Drift Momentum in the Long-Pulse Tunneling Limit for an Elliptically Polarized Laser//*Laser Physics*. 1997. Vol. 7. № 3. P. 712—718.
6. *Monastirski M. A., Andreev S. V., Tarasov V. A.* ELIM\DYNAMICS — a new programm tool for streak image tube design. 22 International Congress on High Speed Photography and Photonics. Santa Fe, 1996. Proc. SPIE2869. P. 92—101.
7. *Тихонов А. Н., Арсенин В. Я.* Методы решения некорректных задач. — М.: Наука, 1986. — 288 с.
8. *Хермен Г.* Восстановление изображений по проекциям. Основы реконструктивной томографии/Пер. с англ. — М.: Мир, 1983. — 352 с.
9. ТИИЭР. Труды института инженеров по электротехнике и радиоэлектронике/Тематический выпуск “Реконструктивная вычислительная томография”. — М.: Мир, 1983. Т. 73. № 3. — 189 с.

Projection method of electron energy distribution reconstruction

A. N. Cheburkin

General Physics Institute of RAS, Moscow, Russia

S. A. Kharchenko

Computer Center of RAS, Moscow, Russia

The reconstruction method of electron initial energy distribution with angle resolution is suggested. In computer experiments two model distributions were reconstructed.