

УДК 621.385.69

## Формирование винтовых электронных пучков гирорезонансных приборов в сильно неоднородном магнитном поле

С. П. Белов, А. Н. Куфтин, В. Н. Мануилов, Ш. Е. Цимринг  
Институт прикладной физики РАН, Нижний Новгород, Россия

*Развита аналитическая теория формирования интенсивных винтовых электронных пучков гирорезонансных приборов в продольно-неоднородном магнитном поле. Сформулированы критерии для требуемой степени неадиабатичности магнитного поля, достаточной для получения большой осцилляторной энергии электронов в резонаторе. Приведены оценки основных параметров пучка (осцилляторные скорости, положение ведущего центра, скоростной разброс) для ступенчатой и колоколообразной аппроксимаций магнитного поля. Рассмотрены факторы, влияющие на скоростной разброс.*

В традиционных электронно-оптических системах (ЭОС) гирорезонансных приборов (гиротроны, гироклистроны и др.) формирование винтовых электронных пучков (ВЭП) производится в магнетронно-инжекторных пушках (МИП) [1], для которых характерно использование слабонеоднородных (адиабатических) электрических и магнитных полей во всей области формирования с параметром неадиабатичности

$$\varepsilon = \max_i L \frac{|\nabla F_i|}{F_i} \ll 1. \quad (1)$$

Здесь  $L$  — характерный масштаб винтовой траектории (ларморовский радиус или шаг);

$F_i$  — произвольная компонента электрического или магнитного поля.

Электрическое поле на катоде МИП во избежание ухудшения качества пучка не должно существенно возмущаться полем объемного заряда [1]. Традиционно в промышленных гирорезонансных приборах используются МИП, работающие в режиме температурного ограничения тока эмиссии —  $T$ -режиме [2]. Исключением является разработанная недавно синтезированная МИП в режиме ограничения тока пространственным зарядом —  $p$ -режиме [3], в которой процесс приобретения электронами осцилляторной энергии осуществляется в неадиабатическом электрическом поле в прикатодной области.

В данной работе рассмотрены вопросы формирования ВЭП в сильно-неоднородных (неадиабатических) магнитных полях. Теоретически исследуется электронно-оптическая система гирорезонансного прибора, в которой формирование винтового электронного пучка осуществляется при прохождении прямолинейно движущихся частиц через область сильнонеоднородного магнитного поля. Последнее реализуется в соленоидах, снабженных ферромагнитными экранами [4], и в системах формирования на постоянных магнитах [5]. Важным свойством такой ЭОС является возможность работы в режиме ограничения тока пространственным зарядом, что способствует повышению устойчивости ВЭП (уменьшается вероятность неуправляемого

нарастания эмиссионного тока) и улучшает эксплуатационные характеристики гирорезонансных мазеров. Поэтому данная тематика является перспективной при создании для целого ряда физических и технических приложений мощных гирорезонансных генераторов и усилителей, устойчиво работающих в непрерывном или квазинепрерывном режиме.

### Скачок магнитного поля как формирующая система

Оценим возможные параметры ВЭП, формируемого за счет придания прямолинейно движущимся частицам осцилляторного движения в сильно-неоднородном магнитном поле, локализованном в некоторой области. Предельным случаем ( $\varepsilon \rightarrow \infty$ ) неадиабатического магнитного поля является конечный скачок в плоскости  $z = 0$  (рис. 1).

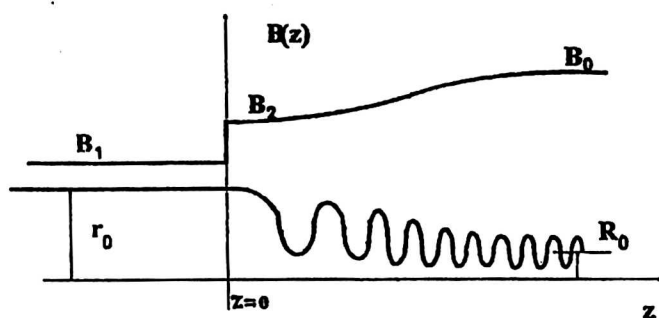


Рис. 1. Распределение магнитного поля в предельном случае неадиабатичности ( $\varepsilon \rightarrow \infty$ )

Полагая, что по обе стороны от указанной плоскости магнитное поле однородно и равно  $B_1$  при  $z < 0$  и  $B_2$  при  $z > 0$ , задачу удастся решить аналитически. В силу аксиальной симметрии задачи  $\left(\frac{\partial}{\partial \varphi} = 0\right)$   $B_\varphi = 0$  и магнитное поле со скачком в плоскости  $z = 0$  имеет две компоненты  $B_z$  и  $B_r$ , отличные от нуля. Будем полагать при  $z < 0$  движение электрона прямолинейным ( $V_\varphi = 0, V_r = 0$ ).

Движение электрона в нерелятивистском приближении в цилиндрической системе координат  $(r, z, \varphi)$  описывается следующими уравнениями:

$$\frac{dV_r}{dt} = \frac{V_\varphi^2}{r} - \eta V_\varphi B_z; \tag{2}$$

$$\frac{d}{dt}(rV_\varphi) = -\eta r(V_z B_r - V_r B_z); \tag{3}$$

$$\frac{dV_z}{dt} = \eta V_\varphi B_r, \tag{4}$$

где  $\eta$  — удельный заряд электрона.

В правой части (2) стоят функции с ограниченной вариацией, хотя и разрывные при  $z = 0$ . Поэтому приращение  $V_r$  в этой плоскости равно нулю, но тогда и изменение радиуса электрона в этой плоскости равно нулю ( $V_r = \text{const} = 0, r = \text{const} = r_0$ ).

В плоскости  $z = 0$  величины  $V_\varphi$  и  $V_z$  меняются скачком, так как в правых частях (3) и (4) компонента магнитного поля  $B_r$  обращается в бесконечность. Азимутальная скорость  $V_\varphi$  будет

$$V_\varphi = r \dot{\varphi}. \quad (5)$$

Согласно теореме Буша  $\left( \dot{\varphi}_1 = 0 \right)$ ,

$$\dot{\varphi}_2 = \frac{\eta}{2\pi r_0^2} (\Psi_2 - \Psi_1) = \frac{\eta}{2} (B_2 - B_1). \quad (6)$$

Используя (5) и (6), найдем осцилляторную скорость электрона после скачка магнитного поля

$$V_{\perp 2} = V_{\varphi 2} = \frac{\eta r_0 B_2}{2} \left( 1 - \frac{B_1}{B_2} \right) = \frac{\omega_{c2} r_0}{2} \left( 1 - \frac{B_1}{B_2} \right) = V_{\perp \text{ск}}, \quad (7)$$

$$\text{где } \omega_{c2} = \eta B_2. \quad (8)$$

При  $z > 0$  электрон вращается в магнитном поле  $B_2$  со скоростью  $V_{12}$  с ларморовским радиусом

$$r_{\perp} = \frac{V_{\perp 2}}{\omega_{c2}} = \frac{r_0}{2} \left( 1 - \frac{B_1}{B_2} \right). \quad (9)$$

Радиус ведущего центра равен:

$$R = r_0 - r_{\perp} = \frac{r_0}{2} \left( 1 + \frac{B_1}{B_2} \right) = r_{\perp} k, \quad (10)$$

$$\text{где } k = \frac{1 + B_1 / B_2}{1 - B_1 / B_2}. \quad (11)$$

Когда поля  $B_1$  и  $B_2$  совпадают по знаку, ведущий радиус располагается над осью  $Z$  и пучок по форме близок к ВЭП, формируемому адиабатической МИП.

Вращательная энергия электронов в пространстве взаимодействия, как и в случае МИП, может быть доведена до необходимого уровня, если между плоскостью  $z = 0$  и началом рабочего пространства (область перемагничивания) сделать магнитное поле медленно возрастающим. После скачка магнитного поля движение происходит в адиабатически нарастающем магнитном поле (см. рис. 1) с сохранением поперечного адиабатического инварианта

$$J_{\perp} = \frac{V_{\perp}^2}{B} = \text{const}. \quad (12)$$

Используя (7) — (12), легко получить выражение для относительной осцилляторной энергии электронов в пространстве взаимодействия:

$$t_{\perp} = \frac{V_{\perp 0}^2}{V_0^2} = \frac{V_{\perp 2}^2 \alpha}{V_0^2} = \frac{\omega_{c0}^2 r_{\perp}^2}{\alpha V_0^2} = \frac{\omega_{c0}^2 R_0^2}{k^2 V_0^2}, \quad (13)$$

где  $\alpha = B_0 / B_2$  — коэффициент перемагничивания;

$\omega_{c0} = \eta B_0$  и  $V_0 = \sqrt{2\eta U_0}$  — соответственно, циклотронная частота и полная скорость электронов в рабочем пространстве;

$R_0 = R / \sqrt{\alpha}$  — радиус их ведущих центров в рабочем пространстве.

Из выражения (13) видно, что относительная осцилляторная энергия электронов в пространстве взаимодействия  $t_{\perp}$  не зависит явно от перемагничивания  $\alpha$ , если задано конечное положение ведущего центра  $R_0$  и  $B_0$ . Оценим характерные значения перепада магнитного поля на скачке. Для оценки примем  $t_{\perp} = 0,81$ ;  $R_0 = 10$  мм;  $B_0 = 0,67$  Т, ускоряющее напряжение  $U_0 = 25$  кВ. Согласно (11) и (13), требуется относительно небольшой скачок магнитного поля  $B_1/B_2 = 0,86$  для закрутки электронов с большой долей вращательной энергии.

### Скоростной разброс

Рассмотрим некоторые факторы, приводящие к возникновению разброса осцилляторных скоростей при формировании винтовых электронных пучков гирорезонансных приборов в сильнонеоднородном магнитном поле.

**Начальные скорости.** Предыдущие результаты относятся к случаю выстрела в область скачка магнитного поля параллельно оси  $Z$ . При наличии поперечной составляющей  $\vec{V}_{\perp 1}$  на входе в область скачка результирующая осцилляторная скорость в пространстве взаимодействия:

$$\left| \vec{V}_{\perp 10} \right| = \left| \vec{V}_{\perp 11} + \vec{V}_{\perp 12} \right| \sqrt{\alpha}, \quad (14)$$

где  $\vec{V}_{\perp 12}$  — регулярная осцилляторная скорость, формируемая на скачке.

Если электроны движутся от пушки до скачка с разбросом фаз осцилляторного движения, то, согласно (14), возникает скоростной разброс, максимальную величину которого можно оценить по формуле

$$\delta V_{\perp} = \frac{\Delta V_{\perp 10}}{V_{\perp 10}} = \frac{2V_{\perp 11}}{V_{\perp 12}}.$$

Указанный эффект аналогичен механизму влияния начальных тепловых скоростей электронов на скоростной разброс в МИП.

Если электрическое и магнитное поля на катоде наклонены друг к другу под некоторым углом  $\psi$ , то в скрещенных полях электроны приобретают осцилляторную скорость

$$V_{\perp 11} = \frac{E_k}{B_k} \sin \psi,$$

где  $E_k$  и  $B_k$  — соответственно, величины электрического и магнитного полей на катоде.

В процессе дрейфа ведущих центров до начала области сильнонеоднородного магнитного поля формируется некоторый набег фазы осцилляторного движения. Если последний имеет разное значение для различных электронов пучка, то возникает скоростной разброс.

Таким образом, конструкция пушки с неадиабатическим магнитным полем должна удовлетворять следующим требованиям:

- малая величина начальной скорости при выходе электронов из катода;
- параллельность электрических и магнитных силовых линий на катоде (“магнитное сопровождение” пучка);
- малая длина дрейфа от катода до области неоднородного магнитного поля.

**Шероховатости эмитирующей поверхности** оказывают такое же действие на скоростной разброс, как и в МИП, т. е. скорости, приобретаемые электронами в локальных полях неоднородностей, эквивалентны начальным скоростям на поверхности гладкого эмиттера. Отметим, однако, что в данной системе (в этом общее преимущество неадиабатических систем) легко можно реализовать режим ограничения тока эмиссии пространственным зарядом ( $\rho$ -режим). В этом случае поле на катоде близко к нулю и соответствующая компонента скоростного разброса мала.

**Нарушения аксиальной симметрии** в системах с неадиабатическим магнитным полем играют меньшую роль, так как электрическое поле параллельно магнитному (см. выше). Поэтому маловероятно возникновение дополнительных компонент осцилляторного движения.

**Позиционный скоростной разброс**, по-видимому, сильнее в неадиабатической системе за счет большей степени неоднородности магнитного поля. Согласно (7), позиционный скоростной разброс в ВЭП, формируемом указанным способом, можно оценить по формуле:

$$\delta V_{\perp} \approx \frac{\Delta R_k}{R_k}.$$

Он тем меньше, чем меньше ширина эмитирующего пояса  $\Delta R_k$  по сравнению с его средним радиусом  $R_k$ . Уточнение этой компоненты разброса, как и в МИП, производится при траекторном анализе.

**Влияние поля пространственного заряда** носит по сравнению с МИП иной характер. В прикатодной области плотность пространственного заряда велика. Но вследствие отсутствия регулярного пересечения электронных траекторий устраняется резонансный механизм [2], ответственный за наиболее сильную компоненту скоростного разброса в интенсивных ВЭП. Электроны образуют после выхода из катода ламинарный пучок. В области сильнонеоднородного магнитного поля и за ней плотность пространственного заряда мала, вероятность образования регулярно пересекающихся траекторий мала. Поэтому влияние на скоростной разброс поля пространственного заряда существенно ослаблено по сравнению с МИП.

Таким образом, для ЭОС с неадиабатическим магнитным полем не критичны режимы, близкие к режиму ограничения тока пространственным зарядом. Использование их создает известные эксплуатационные преимущества. Окончательные данные о скоростном разбросе могут быть получены из численного анализа.

### **Формирование ВЭП в колоколообразном магнитном поле**

Рассмотренная выше модель является, конечно, идеализацией. Однако возникает вопрос о степени неоднородности магнитного поля, достаточной для эффективного формирования ВЭП с приемлемыми параметрами для мазеров на циклотронном резонансе. Ответы при конкретных конфигурациях ЭОС могут быть получены из численного анализа. Но здесь трудно сформулировать качественные критерии, которыми бы следовало руководствоваться при определении самих конфигураций. Полезная качественная информация получается из анализа движения электронов в колоколообразном магнитном поле (рис. 2) в параксиальном приближении. Такая модель применяется в теории магнитных линз [6, 7].

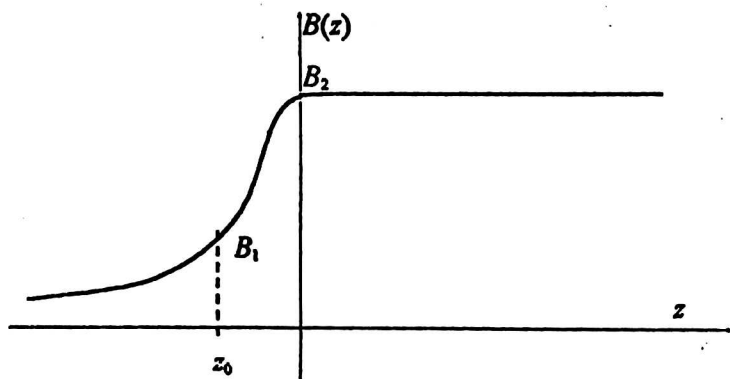


Рис. 2. Колоколообразное распределение магнитного поля

Как и ранее, рассмотрим аксиально-симметричную систему. Осевое распределение магнитного поля имеет вид:

$$B_z(z) = \begin{cases} \frac{B_2}{1 + (z/d)^2}, & z \leq 0, \\ B_2, & z > 0 \end{cases}, \quad (15)$$

где  $d$  — полуширина распределения магнитного поля. Изменение  $d$  позволяет корректировать степень неоднородности магнитного поля.

Решение дифференциальных уравнений приосевых электронных траекторий будем искать в декартовой системе координат  $(x, y, z)$ , которая вращается с ларморовской частотой

$$\omega_L = \dot{\theta}_L = \frac{\eta B_z(z)}{2} = \frac{\omega_c(z)}{2}.$$

Лабораторные координаты  $X, Y, Z$  связаны с  $x, y, z$  соотношениями:

$$\begin{aligned} x &= X \cos\theta_L + Y \sin\theta_L, \\ y &= -X \sin\theta_L + Y \cos\theta_L. \end{aligned} \quad (16)$$

Уравнения движения электронов в области  $z \leq 0$  имеют вид [6, 7]:

$$\begin{aligned} \frac{d^2x}{d\tau^2} + \frac{p^2x}{(1 + \tau^2)^2} &= 0, \\ \frac{d^2y}{d\tau^2} + \frac{p^2y}{(1 + \tau^2)^2} &= 0, \end{aligned} \quad (17)$$

где  $\tau = -z/d$ ,  $p^2 = \frac{eB_2^2d^2}{8mU_0} = \frac{\omega_{c2}^2d^2}{4V_0^2} \approx \pi^2 \left(\frac{d}{h}\right)^2$  ( $\omega_{c2} = \frac{2\pi}{T_2} = \eta B_2$  и  $h$  — соот-

ветственно, циклотронная частота и шаг винтовой траектории в однородном поле  $B_2$ ;  $V_0 = \sqrt{2\eta U_0}$  — полная скорость электронов).

Для сильнонеоднородных полей ( $p \ll 1$ ) полуширина магнитного поля  $d$  намного меньше шага  $h$  винтовой траектории. Для плавно изменяющихся магнитных полей  $p \gg 1$ .

Решение уравнений (21) может быть представлено в виде [6, 7]:

$$\begin{aligned} x &= C_1 \frac{\sin \sigma(\xi + C_2)}{\sin \xi}, \\ y &= D_1 \frac{\sin \sigma(\xi + D_2)}{\sin \xi}, \end{aligned} \quad (18)$$

где  $\sigma^2 = 1 + p^2$ ;  $C_1, C_2, D_1, D_2$  — постоянные интегрирования.

Новая переменная  $\xi$  (вспомогательный угол [6]) связана с  $z$  ( $z \leq 0$ ) соотношением  $\operatorname{tg} \xi = \tau = -d/z$ .

Электронные траектории проходят через предметную точку  $P_0(x_0, y_0)$ ;  $x(z_0) = x_0$ ,  $y(z_0) = y_0$  [6]. Координату  $z_0$  (см. рис. 2) определяем из условия  $B(z_0) = B_1$ ,

$$B_1 = \frac{B_2}{1 + (z_0 / d)^2}.$$

Угол  $\xi_0 = \xi(z_0)$ , который соответствует предметной точке, определяется выражением:

$$\sin \xi_0 = \frac{1}{\sqrt{1 + (z_0 / d)^2}} = \sqrt{B_1 / B_2}$$

или

$$\cos \xi_0 = \frac{z_0}{d \sqrt{1 + (z_0 / d)^2}}.$$

Учитывая, что  $z_0 \leq 0$  ( $\pi / 2 \leq \xi \leq \pi$ ), находим:

$$\xi_0 = \pi - \arcsin(\sqrt{B_1 / B_2}).$$

Рассмотрим прямолинейный пучок электронов (параллельный луч [6]), входящий слева. Значения постоянных интегрирования  $C_1, D_1, D_2$  определяются

условиями в предметной точке  $x_0 = r_0, y_0 = 0, y_0 = -r_0 \eta B_1 / 2, C_2 = 0$  [6].

Радиус ведущего центра в лабораторной системе координат согласно (20) равен

$$R = \sqrt{X^2 + Y^2} = \sqrt{x^2 + y^2}.$$

Таким образом, с учетом (18) находим:

$$R = \frac{r_0 \sin \xi_0}{\sin \xi} \sqrt{1 + \frac{\operatorname{ctg} \xi_0}{\sigma} \sin 2\beta - \frac{1 - \operatorname{ctg}^2 \xi_0}{\sigma^2} \sin^2 \beta}, \quad (19)$$

где  $\beta = \sigma(\xi - \xi_0)$ .

Радиальная компонента скорости  $V_r$  на выходе из области изменения магнитного поля ( $z = 0$ ;  $\xi = \pi / 2$ ;  $\beta(z = 0) = \beta_0 = \sigma(\pi / 2 - \xi_0)$ ;  $R(z = 0) = R_0$ ) равна:

$$V_r = \dot{R} \Big|_{\xi = \pi / 2} = \frac{\chi \sqrt{V_0^2 - V_\phi^2}}{\sqrt{1 + \chi^2}}, \quad (20)$$

$$\text{где } \chi = \frac{r_0^2}{R_0 d \sin^2 \xi_0} (\operatorname{ctg} \xi_0 \cos 2\beta_0 - \frac{1 - \operatorname{ctg}^2 \xi_0}{2\sigma} \sin 2\beta_0).$$

Выходная азимутальная скорость находится из теоремы Буша с учетом (19):

$$V_{\phi} = \frac{r_0^2 \omega c^2}{2R_0} \left( \frac{R_0^2}{r_0^2} - \frac{B_1}{B_2} \right). \quad (21)$$

Параметр неадиабатичности (1) в случае колоколообразного изменения магнитного поля (15) равен:

$$\varepsilon = h/d.$$

Рассмотрим предельный случай сильной неадиабатичности магнитного поля  $p \ll 1$  ( $\pi d/h \ll 1$ ). Отметим, что условия неадиабатичности и параксиальности магнитного поля могут выполняться одновременно и не являются в общем противоречивыми.

Согласно выражениям (19) – (21), имеем:  $R_0 = r_0$ ;  $V_r = 0$ ;

$$V_{\phi} = \frac{r_0 \omega c^2}{2} \left( 1 - \frac{B_1}{B_2} \right) = V_{\text{лск}} - \text{электрон пересекает область неоднородного}$$

магнитного поля без изменения своего азимутального и радиального положений, радиальная скорость равна нулю. Азимутальная скорость при этом совпадает с величиной  $V_{\perp 2}$  из (7) для случая скачкообразного изменения магнитного поля, рассмотренного выше.

Рассмотрим другой предельный случай:  $p \gg 1$  ( $\pi d/h \gg 1$ ). Согласно выражениям (26) – (28),  $R_0 = r_0 \sqrt{B_1 / B_2}$ ;  $V_r = V_{\phi} = 0$  – электрон движется по силовой линии магнитного поля, его полная поперечная скорость остается равной нулю – случай адиабатического изменения магнитного поля.

На рис. 3 представлены зависимости  $V_{\perp} / V_{\text{лск}}$  – полной поперечной скорости электронов  $V_{\perp} = \sqrt{V_r^2 + V_{\phi}^2}$  на выходе из области колоколообразного изменения магнитного поля, нормированной на величину  $V_{\text{лск}}$  (7), от отношения начального и конечного магнитных полей  $B_1 / B_2$  при разных значениях параметра неадиабатичности  $\varepsilon = h/d$ .  $V_r$  и  $V_{\phi}$  находятся из уравнений (20) и (21).

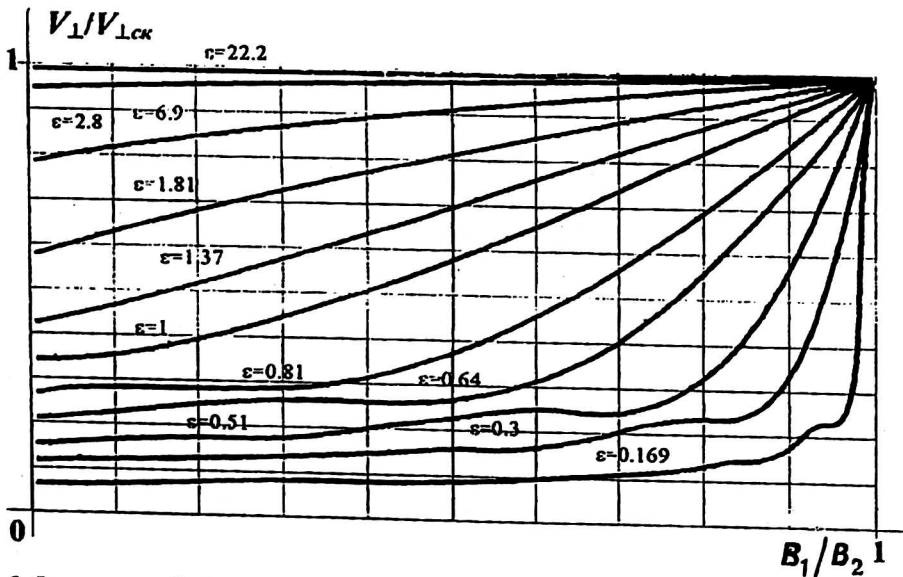


Рис. 3. Зависимость  $V_{\perp} / V_{\text{лск}}$  от  $B_1 / B_2$  при разных значениях параметра неадиабатичности  $\varepsilon = h/d$

Из графиков на рис. 3 видно, что при параметре неадиабатичности  $\epsilon > 4$  система с колоколообразным магнитным полем уже практически не отличается от системы со скачкообразным изменением магнитного поля. Следовательно, шаг винтовой траектории должен примерно в четыре раза превышать масштаб продольной неоднородности магнитного поля.

Таким образом, рассмотрены вопросы формирования ВЭП в сильно-неоднородных (неадиабатических) магнитных полях. Теоретически показана возможность создания ЭОС гирорезонансных приборов с приемлемыми параметрами (осцилляторные скорости, положение ведущего центра, скоростной разброс). Важным свойством такой ЭОС является возможность работы в режиме ограничения тока пространственным зарядом, что способствует повышению устойчивости ВЭП и улучшает эксплуатационные характеристики гирорезонансных мазеров.

Приведенный расчет требуемой степени неадиабатичности магнитного поля является оценочным. Он позволяет сформулировать критерии построения конкретных конфигураций ЭОС. Окончательные величины осцилляторной энергии и скоростного разброса находятся из траекторного анализа с учетом реальных характеристик магнитных систем.

### Л и т е р а т у р а

1. Гольденберг А. Л., Петелин М. И. Формирование винтовых электронных пучков в адиабатической пушке // Изв. вузов. Сер. Радиофизика. 1973. Т. 16. № 1. С. 141—149.
2. Запелов В. Е., Лыгин В. К., Мануилов В. Н., Цимринг Ш. Е. Электронно-оптические системы мощных МЦР // В сб.: Гиротроны. — Горький: ИПФ АН СССР, 1980. С. 5—32.
3. Мануилов В. Н., Райский Б. В., Солуянова Е. А., Цимринг Ш. Е. Исследование гиротронов с синтезированными магнетронно-инжекторными пушками в режиме ограничения тока пространственным зарядом // Прикладная физика. 1998. № 3—4. С. 95—110.
4. Куфтин А. Н. Неадиабатическая электронно-оптическая система гирорезонансных приборов: Тез. докл. 11-й конф. "Методы расчета ЭОС". — Алма-Ата, 1992. С. 93.
5. Куфтин А. Н., Мануилов В. Н., Райский Б. В., Флягин В. А., Цимринг Ш. Е. Гиротроны с постоянными магнитами // Изв. вузов. Сер. Радиофизика. 1992. Т. 35. № 6—7. С. 614—618.
6. Глазер В. Основы электронной оптики. — М.: ГИТТЛ, 1957.
7. Кельман В. М., Явор С. Я. Электронная оптика. — М.—Л.: АН СССР, 1963.

*Работа выполнена при поддержке РФФИ, грант № 99-02-17779.*

## Formation of helical electron beams of gyroresonance devices in a strong nonuniform magnetic field

*S. P. Belov, A. N. Kuftin, V. N. Manuilov, Sh. E. Tsimring*  
Institute of Applied Physics RAS, N. Novgorod, Russia

*The analytical theory of formation of helical electron beams in a longitudinal nonuniform magnetic field is advanced. Criteria for a required degree of nonadiabaticity of a magnetic field, sufficient for providing large enough oscillating energy of electrons in the cavity are formulated. The estimations of the basic parameters of a beam (oscillatory velocities, electron beam guiding center radius, velocity spread), using stage and bell-shaped approximations of a magnetic field are given. The factors responsible for velocity spread are considered.*