

УДК 537.533.3, 537.534.3

## **Изотраекторная динамика как новая область корпускулярной оптики**

*А. А. Матьшев*

Санкт-Петербургский государственный технический университет, С.-Петербург, Россия

*Дано описание существа нового научного направления в рамках корпускулярной оптики – изотраекторной корпускулярной оптики, в которой возможно снятие многих фундаментальных ограничений, присущих оптике статических систем. Отсутствие ограничений позволяет создать поколение принципиально новых корпускулярно-оптических элементов для импульсных потоков частиц, причем характеристики новых элементов могут быть либо лучше существующих, либо вообще не иметь аналогов в статической оптике.*

Применение корпускулярно-оптических систем на основе статических электромагнитных полей ограничено некоторыми фундаментальными факторами [1], что заставляет искать иные теоретические модели, в которых бы ограничения снимались. Одной из таких моделей является корпускулярная оптика переменных электромагнитных полей [2].

Исследования переменных полей предполагают осмысленный выбор изменения поля во времени. Принцип, названный изотраекторным, был использован для такого выбора.

В соответствии с изотраекторным принципом пространственная траектория материальной точки в переменном силовом поле не должна зависеть от ее начальной скорости (или кинетической энергии).

В нерелятивистском приближении для заряженных частиц изотраекторное движение может быть реализовано, если выполнены следующие три условия [3]:

1. Источник частиц должен быть импульсным, т. е. все частицы должны стартовать одновременно в определенный момент времени, например,  $t = 0$ .

2. Источник частиц должен быть расположен в свободном от поля (дрейфовом) пространстве.

3. Квазистатическое электромагнитное поле должно создавать в произвольной пространственной области силу Лоренца вида

$$F = q \left[ \left( \frac{t_{\min}}{t} \right)^2 E(\mathbf{r}) + \left( \frac{t_{\min}}{t} \mathbf{v} \times B(\mathbf{r}) \right) \right], \quad (1)$$

где время  $t \geq t_{\min} > 0$ ;  $q$  — заряд;  $E(\mathbf{r})$  и  $B(\mathbf{r})$  — пространственные распределения произвольных статических электрического и магнитного полей;  $t_{\min}$  — момент, когда самая быстрая частица, стартовавшая из источника, достигнет границы поля.

Таким образом, если в произвольной электромагнитной системе электрическое поле будет изменяться как  $t^{-2}$ , а магнитное — как  $t^{-1}$ , то такая система будет изотраекторной, при которой частицы с разными начальными скоростями (энергиями) будут двигаться в поле по неизменной пространственной траектории одна за другой.

Было установлено [4, 5], что изотраекторное движение обладает целым рядом свойств, в принципе отсутствующих при движении частиц в статических полях.

Прежде всего укажем, какие ограничения статической корпускулярной оптики устраняются в изотраекторной оптике.

### Хроматическая абберация

Как известно, в статических осесимметричных полях хроматическая абберация неустранима. Изотраекторная же динамика есть динамика импульсных потоков с тождественно равной нулю хроматической абберацией, поскольку траектория частицы вообще от энергии частицы не зависит, что дает возможность регистрировать на детекторе весь энергетический спектр сразу.

Более того, так как частицы идут на детектор по одной и той же пространственной кривой последовательно одна за другой (при одинаковых углах вылета), то по времени прилета частицы можно однозначно определять ее начальную скорость (энергию).

### Сферическая абберация

Для одиночных и иммерсионных статических осесимметричных линз сферическая абберация неустранима. Последнее обстоятельство приводит к существенному ухудшению свойств электронных линз по сравнению со световыми линзами, к которым давно научились справляться со сферической абберацией. Как следствие, до сих пор не удается достичь теоретического предела разрешения корпускулярных микроскопов, обусловленного конечностью длины волны электрона и протона. В настоящее время это разрешение определяется сферической абберацией (и дифракцией) соответствующих линз.

В чем причина столь большой разницы между световыми линзами и статическими корпускулярными линзами?

Объяснение этой разницы часто заключается в том, что в световой оптике возможно создание резких границ раздела между областями с разными показателями преломления, в то время как в корпускулярной оптике резкие границы электро- или магнитостатического поля в вакууме создать принципиально невозможно. Кроме того, в световой оптике показатель преломления не подчинен никаким математическим условиям (хотя при этом и изменяется относительно слабо), в то время как в электронной оптике скалярный потенциал статических полей должен быть гармоническим [6].

Более конкретное объяснение неустраиваемости сферической аберрации осесимметричных линз иногда заключается в ссылке на то, что при удалении от оси симметрии гармонические поля чрезмерно возрастают, так что более удаленные от оси частицы испытывают большее силовое воздействие со стороны поля и пересекают ось раньше “параксиальных” частиц [6–8].

Безусловно, чрезмерное возрастание поля с удалением от оси может играть негативную роль, но дело в том, что даже линза с идеальной линейно-возрастающей силой обладает сферической аберрацией.

Действительно, если рассмотреть собирающую плоскость квадруполь (или, что то же, рассмотреть движение материальной точки в консервативном осесимметричном поле с линейной возрастающей силой), расположить предмет внутри линзы, чтобы можно было пренебречь искажающим действием краевого поля и считать возвращающую силу строго линейной, то уравнения движения частиц и начальные данные можно записать в виде:

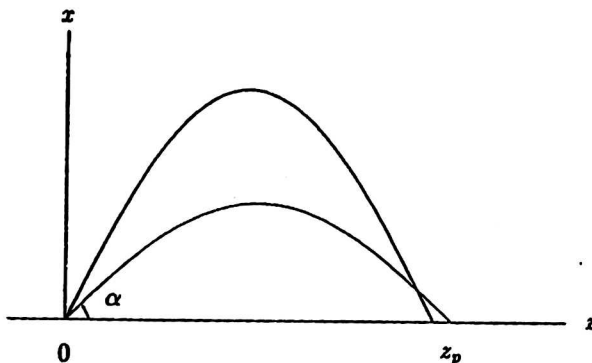
$$\begin{cases} \ddot{x} = -\omega^2 x; \\ \ddot{z} = 0, \end{cases} \quad (2)$$

$$t = t_0: \begin{cases} x_0 = 0, \\ \dot{x}_0 = v \sin \alpha, \end{cases} \quad \begin{cases} z_0 = 0, \\ \dot{z}_0 = v \cos \alpha, \end{cases} \quad (4)$$

где  $\omega$  — вещественная постоянная;

$v$  — начальная скорость частицы;

$\alpha$  — угол наклона начальной скорости к продольной оси  $Oz$  (рисунок).



*К возникновению сферической аберрации для поля с идеальной-линейной возвращающей силой*

Система уравнений (2)–(3) с начальными данными (4) имеет следующее решение:

$$\begin{cases} x = \frac{v \sin \alpha}{\omega} \sin \omega(t - t_0); \\ z = (t - t_0)v \cos \alpha. \end{cases} \quad (5)$$

$$(6)$$

Из уравнения (5) следует, что через один и тот же момент времени  $\Delta t = T - t_0 = \pi/\omega$  частица, независимо от величины начальной скорости  $v$  и начального угла вылета  $\alpha$ , вернется на ось  $Oz$ . При этом точку пересечения оси  $z_p$  определяет продольная скорость частицы:

$$z_p = \frac{\pi}{\omega} v \cos \alpha. \quad (7)$$

Тогда для монокинетического потока плоскостью гауссова изображения будет плоскость  $z_f = \pi v/\omega$ , причем возникает продольная сферическая aberrация

$$\Delta z = \frac{\pi v}{2\omega} \alpha^2 \quad (8)$$

и, соответственно, сферическая aberrация

$$\Delta x = \frac{\pi v}{2\omega} \alpha^3, \quad (9)$$

хотя возвращающее поле было строго линейным.

Таким образом, из рассмотренного случая идеально-линейной возвращающей силы с неустранимой сферической aberrацией следует сделать вывод, что причиной возникновения последней служит не чрезмерное нарастание силы с удалением от оси (для линз возрастающая сила должна именно быть линейной, иначе не возникнет правильного изображения), а перераспределение скоростей с ростом начального угла вылета  $\alpha$ . При этом чем больше  $\alpha$ , тем меньше продольная скорость и тем ближе к источнику частица вернется на ось. Поскольку одновременно частица все больше удаляется от оси, постольку это и считалось причиной возникновения сферической aberrации.

Посмотрим на проблему с иной точки зрения. Существуют известные еще классические оптики условия Аббе и Гершеля [1], при удовлетворении которых должны исчезать кома и сферическая aberrация, соответственно. И в световой оптике выполнение этих условий для осесимметричных систем возможно. Известна также попытка П. Стэррока получения соотношений взаимности для корпускулярной оптики [1, 9], которая закончилась как бы ничем. С одной стороны, по Стэрроку, в случае создания изображения как раз и должны были бы выполняться условия Аббе и Гершеля, однако на самом деле действует интервал Гельмгольца–Лагранжа, совместимый только с условием Аббе и только в парааксиальной области. Каких-либо объяснений по этому поводу ни Стэррок, ни авторы фундаментальной монографии [1], воспроизведшие выкладки Стэррока, не дают. Дело в том, что они не осуществили анализа условия одновременности. При выводе соотношений взаимности предполагается, что частицы через сопряженные точки в корпускулярной оптике должны проходить одновременно. Однако в корпускулярной оптике осесимметричных статических систем именно это принципиально неосуществимо.

Действительно, продольное движение частицы в параксиальной области осесимметричного электростатического поля определяется интегралом энергии

$$\frac{\dot{z}^2}{2} + u(z) = \frac{v^2 \cos^2 \alpha}{2}, \quad (10)$$

где  $u(z)$  — распределение потенциала вдоль оси симметрии.

Уравнение (10) элементарно интегрируется и дает зависимость времени прохождения заданной координаты  $z$  как функции начального угла вылета  $\alpha$ :

$$t(z, \alpha) = t_0 + \int_0^z \frac{dz}{\sqrt{v^2 \cos^2 \alpha - u(z)}}. \quad (11)$$

Легко видеть, что при произвольном фиксированном значении  $z > 0$  и при отсутствии отражения назад частицы  $t(z, \alpha)$  является монотонно возрастающей функцией аргумента  $\alpha$ . Это следует из положительности соответствующей производной:

$$\frac{\partial t(z, \alpha)}{\partial \alpha} = \frac{v^2}{2} \sin 2\alpha \int_0^z \frac{dz}{\left[ v^2 \cos^2 \alpha - u(z) \right]^{3/2}} > 0. \quad (12)$$

Монотонность же функции  $t(z, \alpha)$  и означает, что частице монокинетического потока при возрастании угла  $\alpha$  нужно большее время, чтобы достичь любой заданной плоскости  $z = \text{const}$ . Следовательно, в случае одновременного старта частицы монокинетического потока с разными  $\alpha$  в принципе не могут одновременно достичь сопряженной точки. Последнее обстоятельство влечет за собой несовершенство корпускулярных изображений в статических полях. В свою очередь, это является следствием отличия принципов Ферма и Мопертюи, действие которых определяет аналогию между движением корпускул в консервативных полях и распространением света в прозрачных средах. Обычно обращают внимание на сходство принципов, не обращая внимания на их различие. А оно заключается в том, что в принципе Ферма фазовая скорость света стоит в знаменателе подынтегрального выражения, а в принципе Мопертюи скорость частицы — в числителе. В итоге, именно в световой оптике возможно одновременное прохождение через сопряженные точки, а в корпускулярной оптике это не всегда возможно.

Если же рассматривать изотраекторные осесимметричные поля, то в них, по очевидным физическим соображениям (давно известным в электронной оптике), сферическая аберрация устранима. Действительно, если уже рассмотренная возвращающая сила будет убывать со временем, то частицы, стартующие под некоторым углом  $\alpha$  к оси, попадут в поле позже параксиальных, поле к этому моменту станет слабее, поэтому частицы будут дольше возвращаться на ось. В итоге один эффект может скомпенсировать другой, и сферическая аберрация будет устранена. Расчеты автора [5] подтверждают последнее утверждение.

### Кома

После сферической аберрации в электростатических линзах кома часто является следующей по важности аберрацией. Несмотря на то, что в принципе она устранима, для этого, с математической точки зрения, необходим один параметр. В изотраекторных системах с прямолинейной осью кома тождественно равна нулю в силу существования специфического поперечного

дифференциального инварианта, аналогичного инварианту Гельмгольца – Лагранжа статической корпускулярной оптики [10].

Таким образом, в изотраекторной динамике возможно создание изотраекторной осесимметричной линзы без aberrаций сферической, хроматической и комы.

### **О дисперсии изотраекторных систем и возможностях диагностики корпускулярных потоков**

Как известно, статические электрические поля обладают дисперсией по энергии, но не обладают дисперсией по массе. Поскольку применение магнитных полей не всегда желательно, безмагнитные масс-анализаторы должны использовать времяпролетные методики. Но в последнем случае поток частиц должен быть практически монокинетическим, для чего частицы, как правило, сильно ускоряют, теряя при этом информацию об их энергии.

Таким образом, в статических полях, когда используются непрерывные потоки частиц, как правило, невозможна полная диагностика потока (то есть определение его масс-спектрального состава и энергетического распределения каждой масс-компоненты), либо она осуществляется с большим трудом. Связано это, в частности, с потерей информации о моменте старта частиц, а также с практической невозможностью одновременного определения энергии и массы частицы в электростатических полях.

Изотраекторная динамика дает существенно большие возможности для диагностики импульсных потоков. Это связано с тем, что даже в чисто электрических изотраекторных полях осуществляется развертка частиц в соответствии с отношением заряд/масса, в то время как по времени прилета в определенную точку детектора можно определить энергию частицы.

Таким образом, изотраекторные методы диагностики обладают принципиальной новизной. К сожалению, все нюансы новых методов невозможно раскрыть в небольшой статье. Упомянем лишь о том, что изотраекторные методы позволяют одновременно за один импульс анализировать в чисто электрических полях частицы противоположного знака заряда, возможно также одновременное определение распределений потока по углам вылета, энергии, массе и зарядовому спектру. Более подробная информация будет опубликована в [5].

Таким образом, изотраекторная динамика дает принципиальную возможность создания нового поколения корпускулярно-оптических элементов для импульсных потоков частиц, по своему действию аналогичных уже существующим статическим корпускулярно-оптическим системам, но обладающих существенно лучшими характеристиками.

### **Л и т е р а т у р а**

1. Хокс П., Каснер Э. Принципы электронной оптики: В 2 т./Пер. с англ. – М.: Мир, 1993.
2. Scherzer O. //Optik. 1947. № 2. Н. 2. S. 114.
3. Матышев А. А. //ЖТФ. 1997. V. 67. № 5. С. 99.
4. Матышев А. А. Корпускулярная оптика изотраекторных систем: Дис...докт. физ.-мат. наук. – СПб., 1997. С. 321.
5. Матышев А. А. Изотраекторная корпускулярная оптика. – СПб.: Наука, 2000 (в печати).
6. Баранова Л. А., Явор С. Я. Электростатические электронные линзы. – М.: Наука, 1986. С. 192.
7. Жигарев А. А. Электронная оптика и электронно-лучевые приборы. – М.: Высш. шк., 1972. С. 540.
8. Зинченко Н. С. Курс лекций по электронной оптике. – Харьков, Изд-во ХГУ, 1958. С. 276.
9. Стэррок П. Статическая и динамическая электронная оптика. Теория фокусировки в линзах, отклоняющих устройствах и ускорителях/Пер. с англ. – М.: Иностранная литература, 1958. С. 288.
10. Матышев А. А. Об изотраекторном поперечном дифференциальном инварианте//В сб.: Тез. докл. 4-го Всероссийского семинара «Проблемы теоретической и прикладной электронной оптики». – М., 1999.

## **Isotrajectory dynamics as a new branch of corpuscular optics**

*A. A. Matyshev*

Saint-Petersburg State Technical University, S.-Petersburg, Russia

*The essence a new scientific direction in the field of corpuscular optics — isotrajectory dynamics is described. In isotrajectory dynamics it is possible to eliminate some fundamental limitations intrinsic to optics of static systems. The absence of limitations allows to create the generation in essence new corpuscular-optical units for pulsed streams of particles, and the characteristics of new units can be better then existing ones, or to not have at all clones in static optics.*