УДК 533

Неустойчивость в ограниченной плазменной системе с относительным движением электронов и ионов

В. А. Туриков, И. В. Ульяницкий
Российский университет дружбы народов, Москва, Россия

Рассмотрена задача об устойчивости ограниченной плазменной системы, состоящей из движущихся в противоположных направлениях электронного и ионного пучков. Граничные условия для возмущений выбраны с учетом инжекции пучков с фиксированными значениями скорости и плотности в плоскостях проводящих электродов с постоянными потенциалами. Исследована зависимость инкремента неустойчивости от длины системы и проведено сравнение с аналогичной зависимостью для неустойчивости Пирса в случае одного электронного пучка и неподвижного ионного фона.

Известно, что электрический ток, который можно транспортировать с помощью электронного пучка в плазме между электродами с фиксированными потенциалами, является ограниченным [1, 9]. Такое ограничение связано с развитием в плазме пучковых неустойчивостей, главными из которых являются неустойчивости Пирса и Бунемана [2]. Влияние электродов обусловлено образованием положительной обратной связи через источник, возникающей за счет появления на электродах дополнительных зарядов, компенсирующих флуктуации заряда в плазме. При этом создается дополнительное электрическое поле, которое может приводить к росту возмущений.

Рассмотрение ограниченных плазменных систем является весьма актуальным в связи с исследованием двойных слоев (ДС) в лабораторной и космической плазме [3—5]. В таких структурах перепад потенциала в плазме поддерживается самосогласованным образом за счет баланса плотностей заряда ускоренных и отраженных частиц. Анализ устойчивости ДС сопряжен со значительными математическими трудностями в связи с тем, что невозмущенное распределение является неоднородным и должно обеспечивать заданный профиль стационарного электрического поля. В работе [6] было показано, что ДС с бесконечно большим скачком потенциала и с бесконечно малой шириной является неустойчивым. Однако такой предельный случай не реализуется на практике, так как ширина слоя возрастает с ростом амплитуды потенциала [5]. В работе [7] исследовалась устойчивость электронных колебаний в слабом ДС, когда мало относительное изменение энергии частиц в области слоя. При этом использовалась сшивка решений для возмущений в однородных областях ДС. Для учета ионных колебаний в таком приближении необходимо добавить соответствующие граничные условия и условия сшивки для ускоренных и отраженных ионов. Такая задача становится слишком громоздкой даже для численной реализации. Поэтому для выяснения главных физических эффектов, связанных с влиянием ионов, мы рассмотрим более простую задачу, относящуюся к случаю слабого ДС без учета отраженных частиц.

Будем считать, что в плоскости $x = 0$ в межэлектродное пространство инжектируется пучок электронов с плотностью n_0 и скоростью v_0, а в плоскости $x = l$ в противоположном направлении — пучок ионов с той же плотностью и скоростью u_0. В неограниченной плазме в такой ситуации всегда можно перейти к системе отсчета, в которой ионы неподвижны, что существенно упрощает рассмотрение [2]. Однако при наличии проводящих границ с фиксированными потенциалами этого сделать нельзя из-за наведения на них зарядов, определяющих эволюцию возмущений во времени. Задача с пучком электронов и неподвижными ионами в ограниченной системе рассматривалась отдельно [6, 8], но она не имеет отношения к свойствам ДС, так как на ионные возмущения не накладывалось никаких граничных условий.

Уравнения для возмущений в такой системе можно представить в следующем виде:

$$\frac{d}{dX}(\dot{V}_e + N_e) - i\,\Omega N_e = 0; \tag{1}$$

$$\frac{dV_e}{dX} - i\,\Omega V_e - \frac{d\Psi_1}{dX} = 0; \tag{2}$$

$$\frac{d}{dX}(V_i - \gamma N_i) - i\,\Omega N_i = 0; \tag{3}$$

$$\gamma\frac{dV_i}{dX} + i\,\Omega V_i - \mu\frac{d\Psi_1}{dX} = 0; \tag{4}$$

$$\frac{d^2\Psi_1}{dX^2} - N_e - N_i = 0. \tag{5}$$

Здесь $N_{e,i}$ — возмущение плотности частиц в единицах невозмущенной плотности n_0;

$V_{e,i}$ — возмущение их скорости в единицах v_0;

Ω — частота возмущения в единицах $\omega_0 = (4\pi e^2 n_0/m_e)^{1/2}$;

Ψ_1 — возмущение потенциала в единицах $m_e v_0^2/2e$, $\gamma = u_0/v_0$, $\mu = m_e/m_i$.

Для пучков в области ДС параметры γ и μ связаны условием Ленгмюра $\gamma = \sqrt{\mu}$ [5].

Граничные условия зададим в виде

$$N_e(0) = V_e(0) = N_i(L) = V_i(L) = \Psi_1(0) = \Psi_1(L) = 0, \tag{6}$$

что соответствует инжекции пучков с фиксированными значениями скорости и плотности при постоянных потенциалах на электродах. Общее решение для возмущения электронной плотности можно представить как

$$N_e = \sum_{j=1}^{4} A_j \exp(iK_j X), \tag{7}$$

где K_j — корни дисперсионного уравнения для соответствующей неограниченной пучковой системы

$$1 - \frac{1}{(\Omega - K)^2} - \frac{\mu}{(\Omega + \gamma K)^2} = 0. \tag{8}$$

Тогда из (1) — (5) следуют выражения общих решений для N_i, Ψ_1, V_e, V_i:

$$N_i = \sum_{j=1}^{4} A_j a_j \exp(iK_j X); \tag{9}$$

$$\Psi_1 = \sum_{j=1}^{4} A_j b_j \exp(iK_j X) + CX + D; \tag{10}$$

$$V_e = \sum_{j=1}^{4} A_j c_j \exp(iK_j X) + \frac{1}{\Omega} C; \tag{11}$$

$$V_i = \sum_{j=1}^{4} A_j d_j \exp(iK_j X) - \frac{i\mu}{\Omega} C, \tag{12}$$

где введены обозначения:

$$a_j = 1 - (K_j - \Omega)^2, \quad b_j = (a_j - 1)/K_j^2, \quad c_j = 1 - (1 + b_j)K_j/\Omega,$$

$$d_j = -\gamma\, a_j + \mu(\, b_j - a_j)K_j/\Omega.$$

Подставляя (7), (9)–(12) в граничные условия (6), приходим к системе уравнений для нахождения коэффициентов A_j, C, D, определяющих решение рассматриваемой краевой задачи:

$$\sum_{j=1}^{4} A_j = 0;$$

$$\sum_{j=1}^{4} a_j p_j A_j = 0;$$

$$\sum_{j=1}^{4} c_j A_j + \frac{1}{\Omega} C = 0;$$

$$\sum_{j=1}^{4} d_j p_j A_j - \frac{1}{\Omega}\mu C = 0;$$

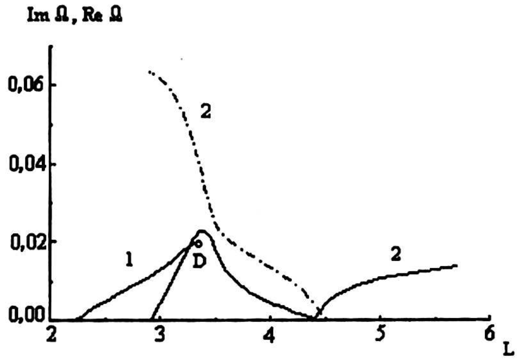
$$\sum_{j=1}^{4} b_j A_j + D = 0;$$

$$\sum_{j=1}^{4} b_j p_j A_j + CL + D = 0,$$

где $p_j = \exp(jK_j L)$.

Равенство нулю определителя этой системы дает дисперсионное уравнение, описывающее колебания в ограниченной плазме со встречными пучками. Нахождение его решений затрудняется тем, что значения K_j приходится получать путем численного решения уравнения (8). При этом для некоторых значений Ω происходит вырождение четырех корней в два, что соответствует нефизичной ситуации с произвольными возмущениями ионного пучка для заданных электронных возмущений. На рисунке представлены результаты численного решения дисперсионного уравнения с использованием минимизации по методу сопряженных градиентов. Ветвь колебаний "1" описывает апериодическую неустойчивость, возникающую при длинах системы, превышающих значение $L_{\min} \cong 2{,}2$. Это меньше соответствующего значения для чисто электронных колебаний в системе Пирса $L_{\min} = \pi$ [2]. В области длин

$2{,}7 \le L \le 4{,}4$ возникает колебательная неустойчивость с $\mathrm{Re}\Omega \ne 0$ (см. рисунок, ветвь "2").



Зависимость ImΩ (сплошная линия) и ReΩ (штрих-пунктир) от L в ограниченной плазменной системе с относительным движением электронов и ионов:
$\mu = 0{,}0004$, $\gamma = 0{,}02$. В точке D ветвь колебаний "1" переходит в нефизичное решение с вырождением корней K_j уравнения (8)

Таким образом, из приведенных численных результатов следует, что учет ионных колебаний в токовой системе между электродами с фиксированными потенциалами понижает пороговое значение длины, начиная с которой система становится неустойчивой до значения $L_{\min} \cong 2{,}2$. Это справедливо также и для слабого ДС в ограниченной плазме, так как в нем можно пренебречь вкладом отраженных частиц.

Анализ устойчивости был проведен нами в рамках линейного приближения. Известно [8], что линейная теория гарантирует лишь установление неустойчивости. Учет следующих приближений по амплитудам возмущений может изменить результат для линейно устойчивой системы, т. е. привести к еще большему понижению $L_{\min}$.

Литература

1. *Незлин М. В.* Динамика пучков в плазме. – М.: Энергоатомиздат, 1982. – 218 с.
2. *Михайловский А. Б.* Теория плазменных неустойчивостей. – М.: Атомиздат, 1975. Т. 1. – 272 с.
3. *Hershkowitz N.*// Space Sci. Rev. 1985. V. 41. P. 351.
4. *Липеровский В. А., Пудовкин М. И.* Аномальное сопротивление и двойные слои в магнитосферной плазме. – М.: Наука. 1983. – 179 с.
5. *Волокитин А. С., Красносельских В. В.*// Итоги науки и техники. Сер. Исследование космического пространства. – М.: ВИНИТИ. 1988. Т. 28. С. 129.
6. *Гедалин М. Э., Красносельских В. В., Ломинадзе Д. Г.*// Физика плазмы. 1985. Т. 11. № 7. С. 870.
7. *Туриков В. А., Ульяницкий И. В.*// Там же. 1999. Т. 25. № 11. С. 1.
8. *Буринская Т. М., Волокитин А. С.*// Там же. 1984. Т. 10. № 5. С. 989.
9. *Петвиашвили В. И., Яньков В. В.*// Вопросы теории плазмы. 1985. Вып. 14. С. 3.

Instability in a bounded plasma system with relative electron and ion motion

V. A. Turikov, I. V. Ulianitski
Russian Peoples' Friendship University, Moscow, Russia

The problem of the stability of a bounded plasma system, consisting of the electron and ion beams moving in opposite directions, is studied. The boundary conditions for the perturbations are chosen with allowance for the injection of the fixed velocities and densities beams in the planes of the conducting electrodes held at fixed potentials. The instability increment is studied as a function of the system length and the comparison is made with the similar dependence for the Pierce instability in a case of one electron beam and a stationary ion background.