

УДК 533

О возможном механизме ускорения заряженных частиц на биениях микроволн

С. П. Карнилович, В. П. Милантьев

Российский университет дружбы народов, Москва, Россия

Рассмотрена возможность ускорения заряженных частиц полем биений двух обыкновенных волн, распространяющихся вдоль сильного электростатического поля, направленного поперек ведущего магнитного поля, при условии циклотронного резонанса. Показано, что указанный резонанс имеет чисто релятивистское происхождение и обусловлен влиянием электрического дрейфа. Темп ускорения при заданном ускоряющем поле волны биений определяется величиной скорости электрического дрейфа.

Среди различных типов резонансов, реализуемых в замагниченной плазме, большой интерес, как теоретический, так и практический, представляет циклотронный резонанс, связанный с задачами нагрева плазмы, генерации излучения и ускорения заряженных частиц [1–3]. В настоящее время имеется большое количество работ по циклотронно-резонансному ускорению заряженных частиц как отдельной электромагнитной волной, так и биениями волн. При этом наиболее изученными являются механизмы ускорения, свя-

занные с использованием лазерного излучения. Вместе с тем не менее перспективными являются методы ускорения в полях микроволнового диапазона [4]. Для осуществления этих методов требуется плазма более низкой плотности, что снижает роль неустойчивостей, при этом становится более дешевым сам эксперимент. Однако проведенных исследований в этой области ещё недостаточно. Как было показано в работах [5, 6], характер резонансного взаимодействия волна — частица и механизм обмена энергией между ними становятся намного разнообразнее, когда взаимодействие происходит в скрещенных электрическом и магнитном полях. В частности, в таких условиях оказывается возможным черенковский механизм поглощения поперечной электромагнитной волны, распространяющейся вдоль магнитного поля. Возникают также другие резонансы, не осуществляющиеся при отсутствии электрического дрейфа.

Цель настоящей работы — продолжение исследований о влиянии сильного электростатического поля на механизм обмена энергией между заряженными частицами и высокочастотными (ВЧ) волнами. Конкретно рассматривается циклотронно-резонансное взаимодействие заряженной частицы с полем биений двух обыкновенных электромагнитных волн, распространяющихся перпендикулярно ведущему магнитному полю в направлении электростатического поля. В каждой из таких волн в принципе не может быть циклотронного резонанса. Однако при учёте релятивизма и электрического дрейфа оказывается возможным циклотронный резонанс на биениях этих волн. Проведено сопоставление эффективности ускорения с другими методами. Показано, что за время ускорения заметного истощения волн не происходит.

Исходные уравнения

Предполагается, что электромагнитное поле \vec{E}, \vec{B} содержит статические \vec{E}_0, \vec{B}_0 и высокочастотные \vec{E}_H, \vec{B}_H части:

$$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}_H, \quad \vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}_H, \quad (1)$$

при этом $\vec{E}_0 \perp \vec{B}_0$. Выберем $\vec{B}_0 = (0, 0, B_0)$, $\vec{E}_0 = (E_0, 0, 0)$. ВЧ-части являются суперпозицией двух волн:

$$\vec{E}_H = \vec{E}_1 + \vec{E}_2.$$

В случае обыкновенных волн, бегущих перпендикулярно статическому магнитному полю в направлении электростатического поля, имеем:

$$\vec{E}_s = (0, 0, E_s \cos \theta_s), \quad (2)$$

где $s = 1, 2$, а фазы

$$\theta_s = -\omega_s t + k_s x. \quad (3)$$

Движение заряженной частицы при пренебрежении квантовыми эффектами в слаборелятивистском приближении с учетом эффективной силы трения описывается уравнениями:

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \beta \frac{e}{m} \left\{ \vec{E} + \frac{1}{c} \left[\vec{v}, \vec{B} \right] \right\} - \frac{e}{mc^2} \vec{v} (\vec{v}, \vec{E}) - \nu \vec{v}; \quad (4)$$

$$\frac{d \vec{r}}{dt} = \vec{v}$$

Здесь m — масса покоя частицы (электрона);

$$\beta = 1 - v^2 / 2c^2;$$

ν — эффективная частота столкновений электронов.

В случае сильного электростатического поля \vec{E}_0 циклотронное вращение частицы выделяется согласно формуле (5) [6]

$$\vec{v} = \frac{d \vec{r}}{dt} = e_1 v_{\parallel} + v_E + \nu (e_2 \cos \theta_0 + e_3 \sin \theta_0). \quad (5)$$

Здесь $v_E = c \left[\vec{E}_0, \vec{e} \right]$ — скорость электрического дрейфа;

v_{\parallel}, v_{\perp} — продольная и поперечная составляющие скорости частицы;

θ_0 — гиروفза;

$e_1 \equiv e_z, e_2 \equiv e_x, e_3 \equiv e_y$ — единичные векторы вдоль декартовых осей.

Уравнения движения (4) с заменой (5) и с учетом (1) — (3) представляют собой систему вида:

$$\frac{dx}{dt} = f(t, x, \theta, \varepsilon), \quad (6)$$

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{1}{\varepsilon} \omega(t, x) + A(t, x, \theta, \varepsilon),$$

где ε — малый параметр;

$x = (r, v_{\parallel}, v_{\perp})$ — вектор медленных переменных;

$\theta = (\theta_0, \theta_1, \theta_2)$ — вектор быстрых переменных, содержащий гиروفазу и фазы волн (2). Вектор частот $\omega = (\omega_0, \nu_1, \nu_2)$,

где $\omega_0 = -\frac{e B_0 \Gamma}{m e} \equiv \Omega_0 \Gamma$ — циклотронная частота;

$$\Gamma = 1 - \frac{v_{\parallel}^2 + v_{\perp}^2 + v_E^2}{2c^2}, \quad \nu_s = -\omega_s.$$

При распространении волны перпендикулярно внешнему магнитному полю целесообразно перейти от фаз θ_s к новым фазам ψ_s по формуле [7, 8]:

$$\psi_s = \theta_s - \frac{v_{\perp}}{\omega_0} k_s \sin \theta_0. \quad (7)$$

Систему уравнений (6) с учетом (7) можно усреднить по быстрым фазам по методу Боголюбова-Митропольского [9]. При усреднении следует учесть, что резонансная фаза является полубыстрой. Тем самым расширяется пространство медленных переменных (полубыстрых), и к исходным уравнениям необходимо добавить сглаженное по быстрым фазам уравнение для резонансной расфазировки. В данном случае резонансной является комбинация фаз

$$\psi_{рез} = \psi_1 - \psi_2 + \theta_0. \quad (8)$$

Она отвечает соотношению между частотами

$$|\nu_{рез}| = |\nu_1 - \omega_2 + \omega_0| \approx 0. \quad (9)$$

При усреднении системы уравнений (6) рассматриваемый резонанс является эффектом первого порядка [5].

В результате усреднения получаем следующие сглаженные уравнения:

$$\frac{d\vec{R}}{dt} = e_1 v_{\parallel} + v_E + \frac{v \left[\vec{v}_E, e_1 \right]}{\omega_0}; \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \frac{dv_{\parallel}}{dt} = & -v v_{\parallel} + \sum_n \left\{ \frac{F_1 F_2 v_{\parallel}}{c^2} \left[\frac{J_n(\rho_1)(4J_{n-1}(\rho_2) + \rho_2 J'_{n-1}(\rho_2))}{v_1 + n\omega_0} + \right. \right. \\ & + \frac{J_n(\rho_2)(2J_n(\rho_1) + \rho_1 J'_n(\rho_1))}{v_2 + (n-1)\omega_0} + \\ & \left. \left. + \frac{v_E}{2v_{\perp}} \left(\frac{(1-n)J_{n-1}(\rho_2) \frac{2n}{\rho_1} J_n(\rho_1)}{v_1 + n\omega_0} + \frac{J_n(\rho_1)(2J_n(\rho_2) + \rho_1 J'_n(\rho_1))}{v_2 + (n-1)\omega_0} \right) \right] - \right. \\ & \left. - \frac{(k_1 - k_2) v_{\parallel}}{2(n-1)\omega_0 c^2} \left[\frac{v_{\perp} F_1 (F_1 J_{n-1}(\rho_1) + F_2 J_{n-1}(\rho_2))}{v_1 + n\omega_0} + \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{v_E F_2 (F_1 J_n(\rho_1) + F_2 J_n(\rho_2))}{v_2 + (n-1)\omega_0} \right] \right\} \sin \psi_{\text{рез}}; \quad (11) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{dv_{\perp}}{dt} = & -v v + \frac{2v v_E F_0}{\omega_0} \left(\frac{3\Gamma}{2v_{\perp}} - \frac{v_{\perp}}{c^2} \right) + \sum_n \frac{\Delta v_{12} + \omega_0}{(v_1 + n\omega_0)(v_2 + (n-1)\omega_0)} \times \\ & \times \frac{v_{\perp}}{c^2} J_n(\rho_1) J_{n-1}(\rho_2) F_1 F_2 \sin \psi_{\text{рез}}; \quad (12) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{d\psi_{\text{рез}}}{dt} = & v_1 - v_2 + \omega_0 - \sum_{-\infty \leq n < \infty} \left\{ \frac{v_{\perp} (k_1 - k_2)}{2(n-1)\omega_0 c^2} \left[J_n(\rho_1) F_1 \left(\frac{F_1 (J_{n-1}(\rho_1) - J_n(\rho_1))}{v_1 + n\omega_0} + \right. \right. \right. \\ & + \frac{F_2 (J_{n-2}(\rho_2) - J_n(\rho_2))}{v_1 + n\omega_0} \left. \left. \right) - J_{n-1}(\rho_1) F_2 \left(\frac{F_2 (J_{n-1}(\rho_2) - J_{n+1}(\rho_2))}{v_2 + (n-1)\omega_0} + \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{F_1 (J_{n-1}(\rho_2) - J_{n+1}(\rho_1))}{v_2 + (n-1)\omega_0} \right) \right] \cos \psi_{\text{рез}} \left. \right\} + \\ & + \sum_n \frac{v_E F_1 F_2}{v_{\perp} c^2} \left[\frac{J'_{n-1}(\rho_1)}{v_1 + n\omega_0} \frac{J'_n(\rho_2)}{v_2 + (n-1)\omega_0} \right] \sin \psi_{\text{рез}}; \quad (13) \end{aligned}$$

Здесь $J_n(\rho_1)$, $J_n(\rho_2)$ — функции Бесселя,

$$\rho_1 = \frac{v_{\perp} k_1}{\omega_0}; \quad \rho_2 = \frac{v_{\perp} k_2}{\omega_0};$$

$$J'_n = J_{n-1} - \frac{n}{\rho} J_n; \quad \omega_0 = \Omega_0 \Gamma; \quad \Gamma = 1 - \frac{v_{\parallel}^2 + v_{\perp}^2 + v_E^2}{2c^2};$$

$$v_s = -\omega_s + k_s v_E; \quad S = 1, 2, F_{s_0}^{\rightarrow} = \frac{e}{m} E_{s_0}^{\rightarrow}.$$

Анализ усредненной системы уравнений

Как следует из системы уравнений (10–13), циклотронный резонанс на биениях двух обыкновенных волн, распространяющихся поперек сильного магнитного поля, возможен только при учете релятивизма. Согласно (10), сильное электростатическое поле и столкновения приводят к дополнитель-

$$v \left[\begin{matrix} \rightarrow \\ v_E, e_1 \end{matrix} \right]$$

ному дрейфу частиц со скоростью $\frac{v \left[\begin{matrix} \rightarrow \\ v_E, e_1 \end{matrix} \right]}{\omega_0}$ в направлении распространения волн.

Так как система (10)–(13) довольно громоздка и нелинейна, она решалась численно методом Рунге-Кутты. Параметры для численного счета выбирались исходя из условий, приближенных к эксперименту [10–13]: $\Omega_0 = 2,5 \cdot 10^{11}$ рад/с; $\omega_{1,2} = 3 \cdot 10^{11}$ рад/с; $k = 1$ см⁻¹; $E_{1,2} = 15 \div 150$ В/см; $\lambda = 6,28$ см; $v_E = 0,1 \div 0,001$ с; $v = 0,001 \Omega_0$; c – скорость света.

Для выявления эффектов сильного электростатического поля скорость электрического дрейфа выбиралась произвольно в достаточно широком диапазоне, а остальные параметры задавались в соответствии с работами [10–13]. По результатам численного счета был проведен анализ зависимости энергии, приобретаемой частицей, в различных условиях. Результаты этого анализа схематически представлены на рис. 1–3.

На рис. 1 показана зависимость энергии электрона от времени при различной частоте столкновений v . Видно, что частота столкновений мало влияет на набор энергии релятивистской частицы. За одинаковые промежутки времени ($t = 7$ нс) изменение энергии не имеет практического значения. Все величины – энергия W ($W = w/mc^2$, $w = mv^2/2$ – кинетическая энергия), время $\tau = \Omega_0 t$ и другие записаны в безразмерном виде.

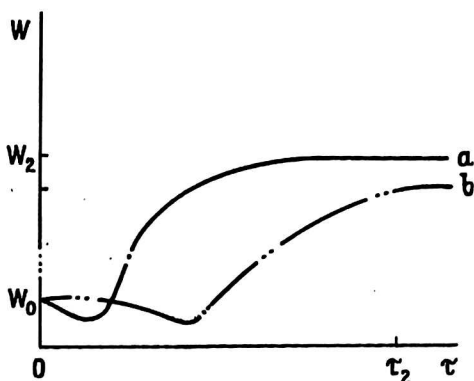


Рис. 1. Зависимость энергии электрона от времени для различных значений частоты столкновений:

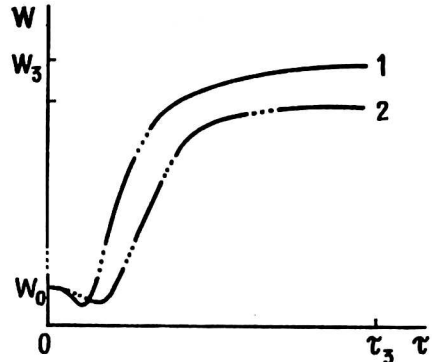
$a - \alpha = 0$; $b - \alpha = 0,001$

Как видно из рис. 1, частота столкновений оказывает существенное влияние на начальном этапе ускорения, а затем ее влияние с ростом скорости час-

тиц быстро падает. Например, при отсутствии столкновений ($\alpha = \nu/\Omega_0 = 0$) частица за 7 нс набирает энергию 6040 эВ, а с учетом столкновений ($\alpha = 0,001$) – энергию 5620 эВ.

На рис. 2 представлена зависимость энергии частицы от времени τ для двух случаев: ускорение частицы в приближении заданного поля, т. е. амплитуда волны биений $E = E_1 E_2 = \text{const}$, и в случае затухания амплитуды волны биений по экспоненциальному закону $E = E \exp\{-2\alpha t\}$.

Рис. 2. Зависимость энергии электрона от времени τ :
 1 – в приближении заданного поля;
 2 – затухание амплитуды биений по закону $\exp\{-2\alpha\tau\}$, $\alpha = 0,001$, $E = 150$ В/см

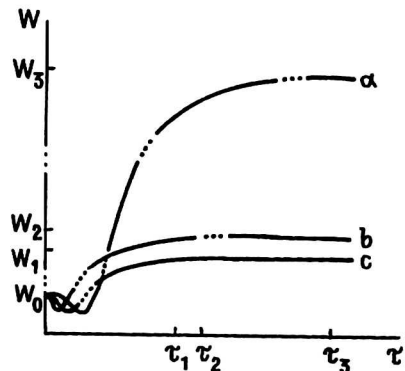


Как видно из рис. 2, амплитуда ускоряющего поля за промежуток времени, на котором частица набирает максимум своей энергии W_{max} , существенно не успевает измениться. За короткое время (7–15 нс) затухание волн слабо влияет на набор энергии частицей. Так, за 17 нс при ускоряющем поле в 150 В/см частица набирает энергию 50 КэВ ($\alpha = 0$) и 47,5 КэВ – при $\alpha = 0,001$. С ростом амплитуды ускоряющего поля эффект затухания ослабевает.

Исходя из проведенных расчетов, можно считать, что рассмотрение задач в приближении заданного поля для слаборелятивистских частиц справедливо, если частица набирает максимальную энергию за время, не превышающее несколько десятков циклотронных оборотов.

Существенное влияние на темп ускорения оказывает ускоряющее поле волны биений. Как видно из рис. 3, с ростом ускоряющего поля от 15 до 150 В/см при начальной энергии 300 эВ энергия частицы возрастает до 6 КэВ за 7 нс (W_2, τ_2) и 50 КэВ – за 17 нс (W_3, τ_3). При этом следует отметить, что набор энергии ограничен; W_1, W_2, W_3 являются предельными значениями энергии для выбранных параметров. Учет сильного электростатического поля позволяет, не изменяя амплитуду ускоряющего поля, хотя и незначительно, увеличить набор энергии частицей практически за то же самое время (случай b и c).

Рис. 3. Зависимость энергии от времени τ для различных значений ускоряющего поля (параметр $\xi = \frac{e^2 E_1 E_2 b_1 b_2}{m^2 \omega_1^2 \omega_2^2}$) и электрического дрейфа (параметр $q = v_E/c$):
 a – $\xi = 0,04$; $q = 0,01$;
 b – $\xi = 0,004$; $q = 0,01$;
 c – $\xi = 0,004$; $q = 0$



Эффективность набора энергии частицей в микроволновом диапазоне в присутствии электростатического поля особенно заметно, если, например, сравнить с ускорителем по схеме $\vec{v}_\Phi \times \vec{B}$ [13]. Так, для набора энергии 2 МэВ по этой схеме необходимо использовать ускоряющее поле, в 10^3 раз больше, чем в микроволновом диапазоне.

Заключение

Проведенный анализ показывает, что под влиянием электрического дрейфа возможно достаточно эффективный набор энергии электронами при циклотронном резонансе на биениях двух обыкновенных волн, при этом столкновения слабо влияют на темп ускорения. Вместе с тем рассматриваемый механизм ограничен лишь рамками слабoreлятивистского приближения, поэтому необходим строгий релятивистский анализ, основы которого разработаны в работе [14].

Литература

1. Файнберг Я. Б. // Физика плазмы. 1987. Т. 13. С. 607.
2. Милантьев В. П. // УФН. 1997. Т. 167. № 1. С. 3.
3. Братман В. Л., Денисов Г. Г., Офицеров М. М. // Релятивистская высокочастотная электроника / Под ред. А. В. Гапонова. — Горький: ИПФ. 1983. С. 127.
4. Formisano V., de Angelis V., Vaccaro V. G. // Europhys Lett. 1987. V. 3. № 3. P. 303.
5. Kamilovich S. P., Malek G. F., Milantiev V. P. // J. Plasma Phys. 1985. V. 34. № 2. P. 117.
6. Карнилович С. П., Милантьев В. П. // ЖЭТФ. 1989. Т. 95. № 2. С. 537.
7. Милантьев В. П. // Там же, 1983. Т. 85. № 1 (7). С. 132.
8. Милантьев В. П. // Там же, 1996. Т. 66. № 5. С. 134.
9. Боголюбов Н. Н., Митропольский Ю. А. // Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний. — М.: Наука, 1974.
10. Edvard O., Dim Ch. T. // Phys. Fluids. 1971. V. 14. № 5. P. 959.
11. Salimullah M. // Nuovo Cim. 1988. V. 10. 9. P. 1079.
12. Mori W. B. // IEEE Trans. on Plasma Science. 1987. V. PS-15. P. 88.
13. Nishida Y., Sato N., Nagasawa T. // Ibid. № 2. P. 243.
14. Милантьев В. П. // ЖТФ. 1994. Т. 64. № 6. С. 166.

Работа выполнена при поддержке гранта Минобразования России в области фундаментального естествознания.

On possible mechanism of acceleration of charged particles on beats of microwaves

S. P. Kamilovich, V. P. Milantiev

Russian Peoples' Friendship University, Moscow, Russia

The possibility of acceleration of charged particles on beats of two ordinary waves propagating along a strong electrostatic field crossed with the strong guiding magnetic field under condition of cyclotron resonance is considered. It is shown, that the discussed resonance has relativistic origin and strongly depends on the electric drift effects.