

УДК 539.3:620.5:678.028

## **Моделирование межфазного слоя в анизотропных композитах**

*В. У. Новиков, О. Ю. Бурьян*

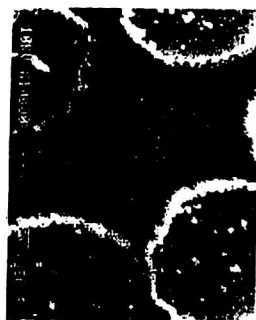
Московский государственный открытый университет, Москва, Россия

*Предложена модель межфазного слоя, включающая аналитический и численный подходы и позволяющая рассчитывать свойства анизотропных композитов и моделировать процессы на границе раздела фаз. Данный подход открывает возможность исследования межфазного слоя с использованием методов фрактальной физики.*

Поиск основ инженерного расчета и проектирования конструкций из полимерных композитов представлен многочисленными исследованиями, которые приводят к необходимости привлечения гипотезы о существовании в композите на границе раздела фаз структуры, называемой межфазным слоем (МФС), со свойствами, отличающимися от свойств компонентов, входящих в материал. Методами растровой электронной микроскопии показана неодно-

родность МФС [1, 2] (рис. 1), однако предлагаемые его модельные представления это не учитывают. Если же допустить, что структура МФС неоднородна и не только со стороны матрицы, но и со стороны наполнителя [3], и при этом неоднородность в наибольшей степени проявляется в процессе деформирования, то становится объяснимым, почему задача об исследовании напряженно-деформированного состояния всех компонентов композита и задача о теоретическом определении макроскопических свойств всего материала до сих пор полностью не решены.

Рис. 1. Микрофотография эпоксуглеродного волокнистого композита



Одной из основных трудностей является учет влияния межфазного слоя [3, 4], структуру и свойства которого трудно прогнозировать. Кроме того, технически трудно учесть влияние межфазного слоя на свойства материала при численном моделировании из-за его небольшой толщины.

Ниже представлены новая математическая модель для определения свойств межфазного слоя пары волокно—матрица и возможности компьютерного определения макроскопических свойств анизотропных композитов с неоднородными межфазными слоями. Наша модель включает в себя точное аналитическое решение задачи об определении упругих констант элемента структуры “цилиндр + слой”, что существенно упрощает учет межфазного слоя при численном моделировании элементарной ячейки композита и компьютерном расчете его свойств. Используя этот подход, имеется возможность также моделировать и свойства дисперсно-наполненных полимеров.

### Построение математической модели составного цилиндра

В качестве объекта исследования выбраны однонаправленные волокнистые композиты на основе углеродных и стеклянных волокон и эпоксиполимера, свойства которых представлены в таблице. Рассматривалась система (рис. 2), представляющая собой цилиндр, моделирующий волокно круглого сечения, и набор соосно-расположенных слоев, моделирующих неоднородный межфазный слой.

Механические свойства волокон, эпоксидной матрицы и композитов [5]

Материал	$\sigma$ , МПа	$E$ , ГПа	$\mu$	$d$ , мкм
Стекловолокно	3000	93	0,267	8—9
Углеродоволокно	2300	200	0,230	6—7
Эпоксиполимер	35	3,3	0,350	—
Стеклокомпозит	700—900	40—60	0,315	—
Углеродкомпозит	900—1500	110—130	0,275	—

Постулировалось, что каждый слой модели является изотропным и его упругие свойства и объемное содержание известны. Мы назвали этот цилиндр “составным”. Такой составной цилиндр эквивалентен однородному

цилиндру, обладающему свойствами цилиндрической ортотропии и имеющему девять независимых упругих констант [6], которые и были определены с помощью полученного аналитического решения задачи теории упругости для рассматриваемой модели.

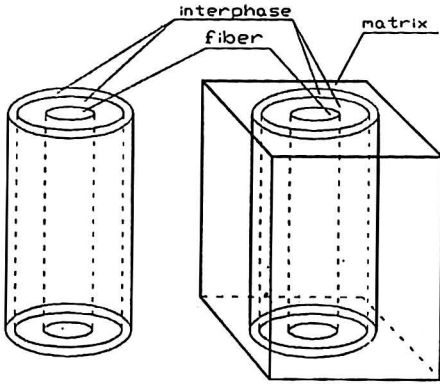


Рис. 2. Геометрическая модель элемента структуры "волокно + матричные слои" (слева) и геометрическая модель ячейки периодичности однонаправленного волокнистого композита

Решая задачу теории упругости в перемещениях [6] для составного цилиндра, необходимо определить напряжения и перемещения при различных видах нагружения (рис. 3), т. е. определить отклик системы на различные внешние нагрузки. Для однородного ортотропного цилиндра решалась обратная задача: при известном отклике системы на различные виды нагружения определялись неизвестные упругие константы цилиндрически ортотропного материала — модули упругости  $E_i$ , ( $i = r, \theta, z$ ) и коэффициенты Пуассона  $\mu_{ij}$ , ( $i, j = r, \theta, z; i \neq j$ ).

Используя уравнения равновесия в цилиндрической системе координат, закон Гука в виде  $\{\sigma\} = [A]\{\varepsilon\}$  и соотношения Коши [5], была получена следующая система уравнений:

$$A_{rr} \frac{\partial^2 u_r}{\partial r^2} + A_{r\theta} \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{\partial u_\theta}{r\partial\theta} + \frac{u_r}{r} \right) + A_{rz} \frac{\partial^2 u_z}{\partial z\partial r} + \frac{E_{\theta r}}{r} \frac{\partial}{\partial\theta} \left( \frac{\partial u_r}{r\partial\theta} + \frac{\partial u_\theta}{\partial r} - \frac{u_\theta}{r} \right) + E_{rz} \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\partial u_r}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial r} \right) + \frac{1}{r} \left[ (A_{rr} - A_{\theta r}) \frac{\partial u_r}{\partial r} + (A_{r\theta} - A_{\theta\theta}) \left( \frac{\partial u_\theta}{r\partial\theta} + \frac{u_r}{r} \right) + (A_{rz} - A_{\theta z}) \frac{\partial u_z}{\partial z} \right] = 0;$$

$$\frac{1}{r} \left[ A_{\theta r} \frac{\partial^2 u_r}{\partial r\partial\theta} + A_{\theta\theta} \frac{\partial}{\partial\theta} \left( \frac{\partial u_\theta}{r\partial\theta} + \frac{u_r}{r} \right) + A_{\theta z} \frac{\partial^2 u_z}{\partial z\partial\theta} \right] + E_{z\theta} \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\partial u_\theta}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{r\partial\theta} \right) + E_{r\theta} \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{\partial u_r}{r\partial\theta} + \frac{\partial u_\theta}{\partial r} - \frac{u_\theta}{r} \right) + \frac{2}{r} E_{r\theta} \left( \frac{\partial u_r}{r\partial\theta} + \frac{\partial u_\theta}{\partial r} - \frac{u_\theta}{r} \right) = 0;$$

$$A_{rz} \frac{\partial^2 u_r}{\partial r\partial z} + A_{z\theta} \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\partial u_\theta}{r\partial\theta} + \frac{u_r}{r} \right) + A_{zz} \frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2} + \frac{E_{\theta z}}{r} \frac{\partial}{\partial\theta} \left( \frac{\partial u_\theta}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{r\partial\theta} \right) + E_{rz} \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{\partial u_z}{\partial r} \right) + \frac{1}{r} E_{rz} \left( \frac{\partial u_r}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial r} \right) = 0,$$

где  $u_i$  — перемещения по соответствующим направлениям;  $A_{ij}$  — коэффициенты матрицы жесткости;  $E_{ij}$  — модули сдвига ( $i, j = r, \theta, z$ ).

Анализ системы (1) проводили при следующих предположениях:

$$\text{задача осесимметрична } \left( \frac{\partial u_r}{\partial \theta} = 0; \frac{\partial u_z}{\partial \theta} = 0 \right);$$

$$\text{рассматриваемый цилиндр бесконечен } \left( \frac{\partial u_r}{\partial z} = 0; \frac{\partial u_\theta}{\partial z} = 0 \right);$$

$$\text{после деформирования сечения остаются плоскими } \left( \frac{\partial u_z}{\partial r} = 0 \right);$$

$$\text{после деформирования лучи остаются прямыми } \left( \frac{\partial \left( \frac{u_\theta}{r} \right)}{\partial r} = 0 \right).$$

С учетом принятых допущений система уравнений (1) упрощается:

$$\begin{aligned} & A_{rr} \frac{\partial^2 u_r}{\partial r^2} + A_{r\theta} \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{\partial u_\theta}{r \partial \theta} + \frac{u_r}{r} \right) + \\ & + \frac{1}{r} \left[ (A_{rr} - A_{\theta r}) \frac{\partial u_r}{\partial r} + (A_{r\theta} - A_{\theta\theta}) \left( \frac{\partial u_\theta}{r \partial \theta} + \frac{u_r}{r} \right) + (A_{rz} - A_{\theta z}) \frac{\partial u_z}{\partial z} \right] = 0, \\ & \frac{\partial^2 u_\theta}{\partial \theta^2} = 0, \\ & \frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2} = 0. \end{aligned} \quad (2)$$

Решая упрощенную систему уравнений (2), мы получили следующие общие решения:

для изотропного материала

$$\begin{aligned} u_r &= Br + \frac{C}{r} + r \ln r \left( \frac{A_{rr} - A_{r\theta}}{2A_{rr}} \right) \gamma; \\ u_\theta &= \gamma r \theta + \alpha r; \\ u_z &= \varepsilon z + D, \end{aligned}$$

где  $B, C, \gamma, \alpha, \varepsilon, D$  — произвольные постоянные.

$$\begin{aligned} A_{ij} &= \frac{E(1-\mu)}{(1-2\mu)(1+\mu)}, & i = j; \\ A_{ij} &= \frac{E\mu}{(1-2\mu)(1+\mu)}, & i \neq j, \end{aligned}$$

где  $E$  — модуль Юнга;  $\mu$  — коэффициент Пуассона;

в случае ортотропного материала

$$\begin{aligned} u_r &= Br \sqrt{\frac{A_{\theta\theta}}{A_{rr}}} + \frac{C}{r \sqrt{\frac{A_{\theta\theta}}{A_{rr}}}} + \frac{r(A_{rz} - A_{\theta z})\varepsilon}{A_{\theta\theta} - A_{rr}} + \frac{r(A_{r\theta} - A_{\theta\theta})\gamma}{A_{\theta\theta} - A_{rr}}; \\ u_\theta &= \gamma r \theta + \alpha r; \\ u_z &= \varepsilon z + D, \end{aligned}$$

где  $B, C, \gamma, \alpha, \varepsilon, D$  — произвольные постоянные.

Далее рассматривались отдельные виды нагружения (см. рис. 3) для определения матрицы жесткости.

Конкретный вид полей перемещений для различных видов нагружения отвечал соответствующим граничным условиям.

Рассмотрим подробно одну из нагрузок.

**R-сжатие**

К боковой поверхности цилиндра прикладываем напряжение  $\sigma_r(R) \equiv \sigma_1$ . "Запрещаю" деформацию в направлении  $z$  ( $\epsilon_z = 0$ ), находим перемещение  $u_r(R) \equiv u_1$  и напряжение  $\sigma_z \equiv \sigma_2$ .

*Случай составного цилиндра с изотропными слоями*

Необходимый набор граничных условий получен из требования непрерывности полей перемещений и напряжений на всех цилиндрических поверхностях. С учетом этого имеем:

для двух слоев 3 уравнения:

$$u_r^{(1)}(R_1) = u_r^{(2)}(R_1); \quad \sigma_r^{(1)}(R_1) = \sigma_r^{(2)}(R_1); \quad \sigma_r^{(2)}(R_2) = \sigma_1,$$

для  $N$  слоев  $(2N - 1)$  уравнений:

$$u_r^{(i)}(R_i) = u_r^{(i+1)}(R_i); \quad \sigma_r^{(i)}(R_i) = \sigma_r^{(i+1)}(R_i); \quad \sigma_r^{(n)}(R_n) = \sigma_1, \quad (3)$$

где  $N$  — число слоев в цилиндре.

При рассматриваемом действии нагрузки по  $z$  и  $\theta$  перемещений нет, следовательно,  $\epsilon = 0$  и  $\gamma = 0$ . Тогда поля перемещений принимают вид [6]:

для двух слоев:

$$u_r^{(1)} = B^{(1)}r; \quad u_r^{(2)} = B^{(2)}r + \frac{C^{(2)}}{r}; \quad u_\theta = 0; \quad u_z = 0,$$

для  $N$  слоев:

$$u_r^{(i)} = B^{(i)}r; \quad u_r^{(i)} = B^{(i)}r + \frac{C^{(i)}}{r}; \quad u_\theta = 0; \quad u_z = 0. \quad (4)$$

Число неизвестных констант  $1 + 2(N - 1) = 2N - 1$ , где  $N$  — число слоев.

Подставляя поля перемещений (4) в граничные условия (3), получаем систему линейных уравнений, из которой определяем неизвестные произвольные постоянные  $B^{(i)}$  и  $C^{(i)}$  и далее находим  $u_1$  и  $\sigma_2$ .

*Случай однородного ортотропного цилиндра*

Рассмотрим действие нагрузки в случае однородного ортотропного цилиндра. Поля перемещений примут вид:

$$u_r = Br^s; \quad u_\theta = 0; \quad u_z = 0,$$

где  $s = \sqrt{\frac{A_{\theta\theta}}{A_{rr}}}$  здесь и в дальнейшем.

Запишем выражение для напряжения  $\sigma_r$  на боковой поверхности цилиндра:

$$\begin{aligned} \sigma_r(R) &= A_{rr}BsR^{s-1} + A_{r\theta}BR^{s-1} = BR^{s-1}(A_{rr}s + A_{r\theta}) = \\ &= \frac{u_1}{R}(A_{rr}s + A_{r\theta}) = \sigma_1, \end{aligned}$$

откуда

$$A_{rr}s + A_{r\theta} = \frac{\sigma_1 R}{u_1} \quad (5)$$

и для  $\sigma_z$  на торцевой поверхности

$$\begin{aligned} \pi R^2 \sigma_z \int_0^R 2\pi r dr (A_{zr} B r^{s-1} + A_{z\theta} B r^{s-1}) &= 2\pi \frac{u_1}{R^s} (sA_{zr} + A_{z\theta}) \int_0^R r^s dr = \\ &= 2\pi \frac{u_1}{R^s} (sA_{zr} + A_{z\theta}) \frac{R^{s+1}}{s+1} = \pi R^2 \sigma_2, \end{aligned}$$

что дает

$$\frac{sA_{rz} + A_{z\theta}}{s+1} = \frac{\sigma_2 R}{2u_1}. \quad (6)$$

Таким образом, из рассмотренного вида нагружения ортотропного цилиндра получены два соотношения с неизвестными величинами  $A_{rr}$ ,  $A_{r\theta}$ ,  $A_{\theta\theta}$ ,  $A_{rz}$  и  $A_{z\theta}$ . Напряжение  $\sigma_1$  задается, а напряжение  $\sigma_2$  и перемещение  $u_1$  определяются при решении задачи для составного цилиндра с изотропными слоями.

Ввиду линейности основных уравнений теории упругости, произвол в выборе  $\sigma_1$  не влияет на правые части двух уравнений для ортотропного цилиндра, так как определяемые величины  $\sigma_2$  и  $u_1$ , очевидно, прямо пропорциональны  $\sigma_1$ .

Для остальных видов нагружения, как для составного, так и для ортотропного цилиндра (см. рис. 3), приведем кратко основные результаты.

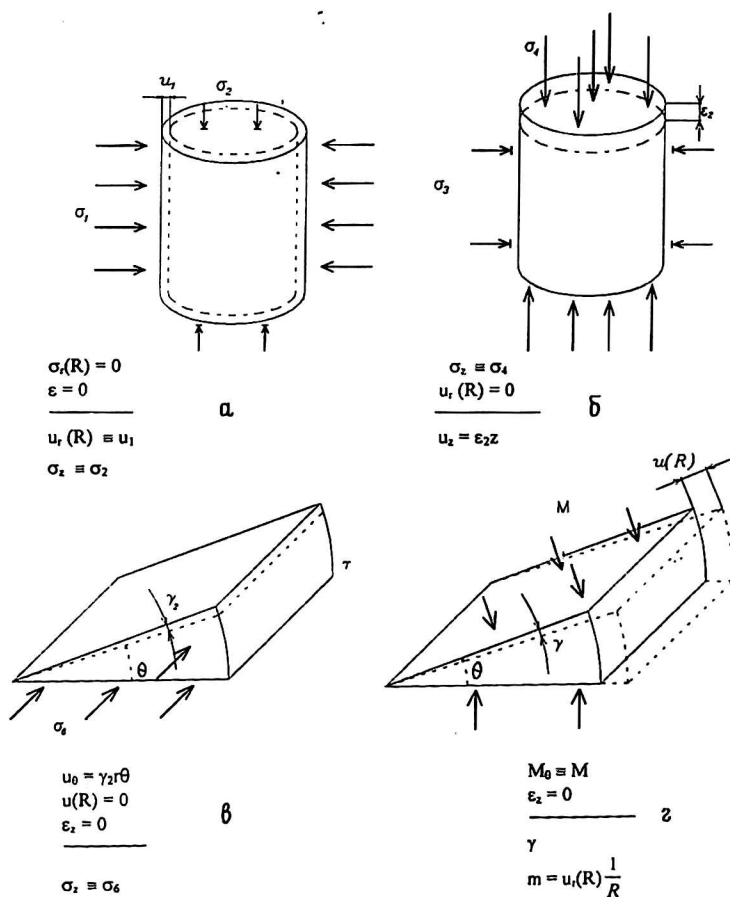


Рис. 3. Схемы нагружений, используемых при построении аналитического решения: а — R-сжатие; б — Z-сжатие; в —  $\theta$ -сжатие; г — M-нагрузка

Прикладываем напряжение к торцу цилиндра в направлении  $z$  ( $\sigma_z \equiv \sigma_4$ ). "Запрещаем" цилиндру деформироваться в направлении  $r$  ( $u_r(R) = 0$ ). Рассчитаем деформацию в направлении  $z$ :  $u_z = \varepsilon_2 z$ .

Для этой и остальной нагрузок задача решалась аналогично задаче для случая "R-сжатие". Граничные условия записывались в соответствии с видом нагрузки.

Таким образом, для ортотропного цилиндра получаем следующее соотношение:

$$A_{zz} - \frac{(A_{zr} - A_{z\theta})^2}{A_{rr}(s+1)^2} = \frac{\sigma_4}{\varepsilon_2}. \quad (7)$$

**$\theta$ -сжатие**

Рассмотрим сектор цилиндра. Будем подвергать его сжатию в направлении  $\theta$  на выбранную нами относительную величину сжатия  $\gamma_2$ :  $u_\theta = \gamma_2 r \theta$ . "Запрещаем" расширение в направлениях  $r$  и  $z$ , т. е.  $u_r(R) = 0$ ,  $\varepsilon_z = 0$ .

Решая задачу для составного цилиндра, рассчитываем напряжение в направлении  $z$ :  $\sigma_z \equiv \sigma_6$ . Для ортотропного случая получено соотношение:

$$A_{z\theta} + \frac{(A_{r\theta} - A_{\theta\theta})(A_{z\theta} - A_{zr})}{A_{rr}(s+1)^2} = \frac{\sigma_6}{\gamma_2}. \quad (8)$$

**M-нагрузка**

Рассмотрим выделенный сектор цилиндра. Прикладывая к нему заданный момент на единицу длины  $M_\theta \equiv M$  и, не давая сектору расширяться в направлении  $z$  ( $\varepsilon_z = 0$ ), рассчитываем  $\gamma$  (относительную величину сжатия в направлении  $\theta$ ) и  $m = u_r(R) \frac{1}{R}$ .

Из решения задачи для ортотропного цилиндра получены следующие соотношения:

$$m \frac{R^2}{s+1} (sA_{r\theta} + A_{\theta\theta}) + \frac{\gamma R^2}{2} \left[ A_{\theta\theta} - \frac{(A_{r\theta} - A_{\theta\theta})^2}{A_{rr}(s+1)^2} \right] = M, \quad (9)$$

(напряжение, уравновешивающее приложенный момент)

$$m(sA_{rr} + A_{r\theta}) + \gamma \left[ A_{r\theta} - \frac{A_{r\theta} - A_{\theta\theta}}{s+1} \right] = 0, \quad (10)$$

(граничное условие  $\sigma_r(R) = 0$ ).

Анализ приведенных выше видов нагружения позволил получить систему шести независимых уравнений (5) — (10) с шестью неизвестными константами — коэффициентами симметричной матрицы жесткости  $A_{ij}$  ( $i, j = r, \theta, z$ ).

Система допускает аналитическое решение, которое и было нами получено:

$$A_{rr} = \frac{R^4 (m + \gamma)^2 \sigma_1^2}{2\gamma u_1^2 \left( M + \frac{mR^3 \sigma_1 (m + \gamma)}{\gamma u_1} \right)};$$

$$A_{\theta\theta} = \frac{m^2}{(m + \gamma)^2} A_{rr};$$

$$A_{\theta\theta} = \frac{\sigma_1 R}{u_1} + \frac{m}{m + \gamma} A_{rr};$$

$$A_{zz} = \frac{\sigma_4}{\varepsilon_2} + \left( \frac{\frac{\sigma_2 R}{2u_1} - \frac{\sigma_6}{\gamma_2}}{\frac{\sigma_1 R}{u_1}} \right)^2 \frac{\gamma^2}{(m + \gamma)^2} A_{rr};$$

$$A_{rz} = \left( \frac{\frac{\sigma_2 R}{2u_1} - \frac{\sigma_6}{\gamma_2}}{\frac{\sigma_1 R}{u_1} \frac{m + \gamma}{\gamma}} \right) A_{rr} + \frac{\sigma_2 R}{2u_1};$$

$$A_{\theta z} = \frac{\gamma m}{(m + \gamma)^2} \left( \frac{\frac{\sigma_2 R}{2u_1} - \frac{\sigma_6}{\gamma_2}}{\frac{\sigma_1 R}{u_1}} \right) A_{rr} + \frac{\sigma_2 R}{2u_1}.$$

Таким образом, получены выражения для определения коэффициентов матрицы жесткости  $A$ . Определив коэффициенты обратной ей матрицы податливости, находим модули упругости и коэффициенты Пуассона для однородного цилиндрически симметричного тела.

Для расчета свойств составного цилиндра разработана компьютерная программа. С ее помощью исследовались модули упругости и коэффициенты Пуассона модельного элемента "цилиндр + слой". Полученные результаты не противоречат экспериментальным представлениям о поведении межфазного слоя.

### Анализ результатов исследования модели

Предложенная модель и полученное аналитическое решение задачи об определении упругих констант неоднородного цилиндрически симметричного тела были использованы для исследования упругих свойств межфазного слоя и определения характеристик промышленных композиционных материалов. Для этого разработана компьютерная программа для численного моделирования прямоугольной ячейки периодичности анизотропного композита, где в качестве включения рассматривался ортотропный цилиндр, моделирующий волокно с межфазными слоями, упругие свойства которого были получены из аналитической части задачи. Отметим, что при таком подходе нет необходимости строить в области межфазного слоя мелкую сетку для получения конечно-разностных уравнений [7], что всегда связано с дополнительными сложностями и ведет к понижению точности в связи с малой толщиной межфазного слоя.

При численном моделировании структуры композита ячейку периодичности покрывали однородной прямоугольной сеткой и использовали метод конечных разностей. Разработанная модель не требует построения сетки, повторяющей контуры структуры, поскольку межфазный слой уже учтен в аналитическом решении первой части задачи. Это значительно упрощает алгоритм, позволяет не загружать лишними значениями память компьютера и увеличивает быстродействие программы.

Для реализации задачи на ЭВМ при разработке программы использовался пакет Y12M [8], предназначенный для решения систем с разреженными матрицами. С его помощью и с использованием программы для расчета свойств

составного цилиндра была разработана компьютерная программа, позволяющая определять макроскопические свойства анизотропных композитов с неоднородными межфазными слоями при известных характеристиках компонентов композита. На рис. 4 представлена блок-схема построения компьютерной программы, а на рис. 5 — алгоритм. В качестве входных данных используются упругие характеристики и соотношения между компонентами композиционного материала. Определяются девять упругих постоянных ортотропного материала для составного цилиндра, моделирующего волокно с межфазными слоями. Далее решается задача теории упругости для прямоугольной ячейки периодичности для продольной, поперечной и сдвиговой нагрузок методом конечных разностей, в результате чего получаем макроскопические характеристики материала. Следующим этапом производится сравнение полученных характеристик с экспериментальными, и на основе этого анализа уточняются характеристики межфазного слоя, которые изначально задаются приближительными. Проводится следующий просчет с уточненными характеристиками и т. д. до тех пор, пока выходные данные — макроскопические характеристики материала не совпадут с экспериментальными данными для анализируемого материала.

Таким образом, получаем механические характеристики межфазного слоя, которые дают наилучшее соответствие характеристик модельной ячейки с реальными характеристиками промышленных композитов. Кроме этого, можно получить поля напряжений и перемещений в прямоугольной ячейке для каждого вида нагружения. Отметим, что конечно-разностная сетка в нашей программе состояла из 1600—2500 узлов.



Рис. 4. Блок-схема разработанной компьютерной программы

Модельные расчеты были проведены для монослоя однонаправленных композитов на основе стеклянного и углеродного волокон и эпоксиполимера

(см. таблицу, где представлены данные для композитов с объемным содержанием волокон 0,5; значения прочности и модуля упругости даны для продольного направления).

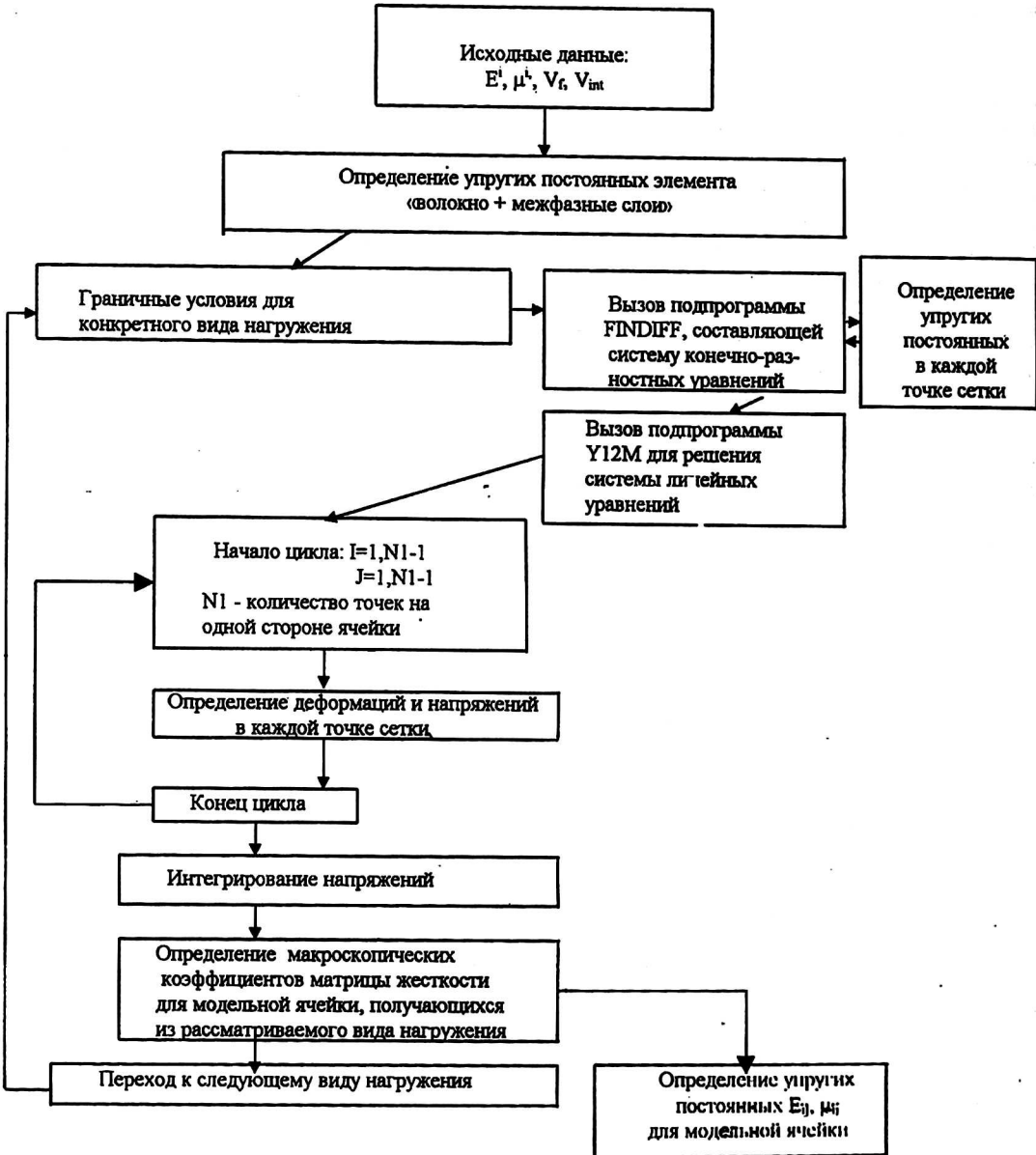


Рис. 5. Укрупненный алгоритм программы для определения упругих констант прямоугольной ячейки композита

На рис. 6 представлены результаты расчета модуля упругости композита поперек волокна  $E_{xx}$  в зависимости от толщины межфазного слоя и модуля упругости вдоль волокна  $E_{zz}$  в зависимости от модуля упругости межфазного слоя, которые демонстрируют принципиальную возможность не только расчета упругих характеристик, но и прогнозирования как структуры, так и

свойств анизотропных композитов. Примером тому служат данные расчета влияния величины коэффициента Пуассона межфазного слоя на упругие модули стеклокомпозита (рис. 7), из которых видно, что при  $\mu_{МФС} > 0,4$  резко падает упругость. Подобное наблюдалось при упругопластическом деформировании композитов [7].

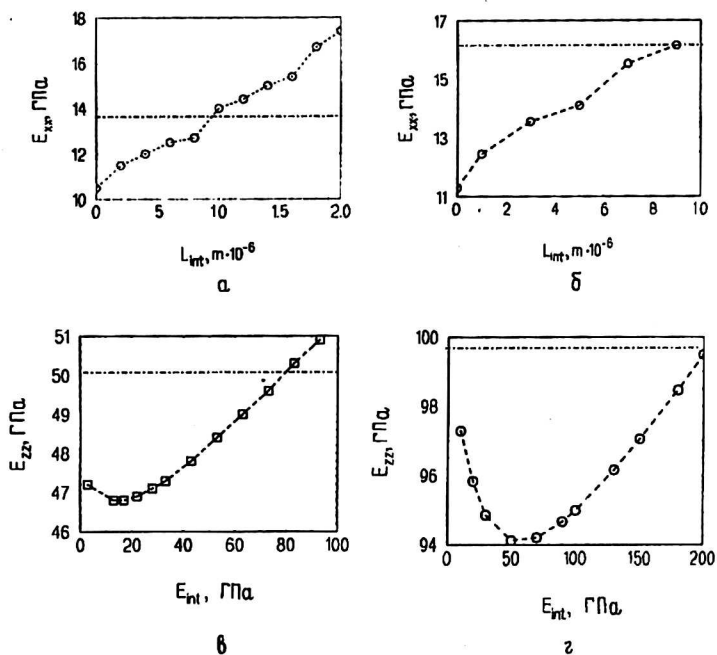


Рис. 6. Изменение модулей упругости поперечного  $E_{xx}$  в зависимости от толщины МФС (а, б) и продольного  $E_{zz}$  в зависимости от упругости МФС (в, г) для моделей структуры стеклокомпозита (а, в) и углекомпозита (б, г) ( $E_{МФС} = 10$  ГПа;  $\mu_{МФС} = 0,3$ ;  $\varphi_B = 0,5$ ;  $L_{МФС}^{CT} = 1$  мкм;  $L_{МФС}^{УГ} = 0,5$  мкм)

(Штрих-пунктирной линией показаны экспериментальные значения соответствующих модулей композитов)

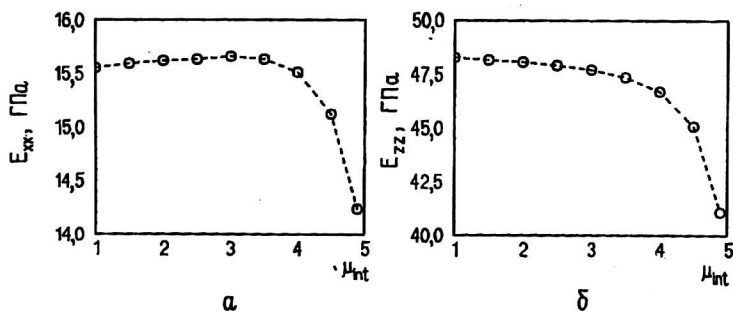


Рис. 7. Зависимость поперечного  $E_{xx}$  (а) и продольного  $E_{zz}$  (б) модулей упругости стекло-эпоксикомпозита от коэффициента Пуассона  $\mu$  межфазного слоя

Важно отметить, что предлагаемая модель позволяет проводить анализ межфазного слоя как фрактального объекта. При этом в качестве исходных данных для расчета фрактальной (мультифрактальной) размерности [9] меж-

фазного слоя используются модуль упругости и коэффициент Пуассона, полученные путем модельных расчетов.

Таким образом, математическая модель и компьютерная программа для определения характеристик межфазных слоев могут быть использованы при проектировании структуры и прогнозировании свойств анизотропных композитов.

### Л и т е р а т у р а

1. Williams J. G., Donnellan M. E., James M. R., Morris W. H. Properties of the Interphase in Organic Matrix Composites.//Mater. Sci. Eng, 1990. V. A 126. № 2. P. 305—312.
2. Деев И. С., Кобец Л. П. Структурообразование в наполненных терморезактивных полимерах//Коллоидный журнал, 1999. Т. 61. № 5. С. 650—660.
3. Новиков В. У., Ткаленко Р. А. Моделирование композитов с оптимизацией параметров на графах//Механика композитов. 1985. Т. 32. № 4. С. 467—479.
4. Липатов Ю. С. Межфазные явления в композитах. — Киев: Наук. думка, 1980.
5. Гуляев Г. М. Структура и свойства полимерных волокнистых композитов. — М.: Химия. 1981. — 230 с.
6. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теория упругости — М.: Наука, 1987.
7. Новиков В. У., Власов А. В., Бурьян О. Ю. Разработка методики исследования межфазного слоя в гибридных полимерных композитах//Материаловедение, 1999. (в печати).
8. Zlatev Z. On Some Pivotal Strategies in Gaussian Elimination by Sparse Technique//SIAM J. Numer. Anal. 17, 1980. P. 18—30.
9. Новиков В. У., Козицкий Д. В., Иванова В. С.//Зав. лаб., 1998. Т. 64. С. 49.

Авторы благодарят И. С. Деева за предоставленные микрофотографии эпоксиглекомпозита.

## Modeling of interface in anisotropy composites

V. U. Novikov, O. Yu. Buryan  
Moscow State Open University, Moscow, Russia

*The model of an interphase stratum including the analytical and numerical approaches and permitting to calculate properties of anisotropic composites and to simulate processes on a demarcation of phases is offered. The sectional approach uncloses an opportunity of examination of an interphase stratum with usage of methods of fractal physics.*