

УДК 621.372

## Условия возникновения автоколебаний в системе “электронный пучок — спиральный распределенный резонатор”

А. И. Астайкин, В. Б. Профе, К. В. Троцюк, А. П. Мартынов  
Российский Федеральный ядерный центр — ВНИИ экспериментальной физики, Саров, Россия

*В рамках эквивалентной схемы резонатора получены условия возникновения автоколебаний и определены основные параметры режима генерации в распределенном резонаторе на основе отрезка спирального волновода, пронизываемого электронным пучком. Определены параметры эквивалентного контура и зависимость стартового тока генерации подобного генератора от параметров электронного пучка и резонатора.*

Такие важные качества, как широкополосность лампы бегущей волны (ЛБВ) и высокое значение КПД у клистронов определили необходимость поиска конструктивных решений, когда бы в одном приборе сочетались достаточно высокие значения и КПД, и рабочей полосы частот. Одним из таких конструктивных решений стал переход от обычных однозорных резонаторов (ОР) к так называемым распределенным резонаторам (РР), представляющим собою отрезки замедляющих систем (ЗС) с отражающими элементами на концах [1—3]. В РР результирующее стоячее СВЧ-поле является суперпозицией двух бегущих навстречу друг другу волн с близкими по величине амплитудами, причем взаимодействие электронного пучка происходит в основном с попутной ему волной. При этом в РР, в отличие от ОР с кратковременным взаимодействием пучка с полем зазора, взаимодействие носит длительный (несколько полупериодов СВЧ-поля) накопительный характер, как и в отрезках замедляющей системы ЛБВ. В то же время РР, в отличие от согласованных отрезков ЗС, характеризуются резонансными свойствами, т. е. частотами, на которых наблюдается заметное нарастание СВЧ-полей, значениями собственной и нагруженной добротностей и рядом других параметров, которые свойственны обычным классическим резонаторам.

Усилительные клистроны с распределенным взаимодействием пока не нашли широкого применения несмотря на весьма высокие результаты, полу-

ченные в первых экспериментах [1, 4]. Это связано в первую очередь со склонностью РР к самовозбуждению.

### Постановка задачи и вывод основных уравнений

Для теоретического описания процессов взаимодействия электронного пучка с СВЧ-полем распределенных резонаторов в линейном приближении предлагается использовать модель, в которой РР описывается с помощью некоего эквивалентного параллельного резонансного контура (рис. 1, а).

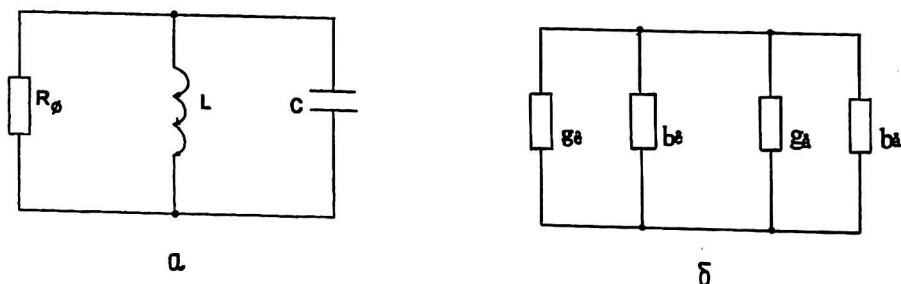


Рис. 1. Эквивалентная схема:

а — замещения распределенного резонатора;  
б — замещения распределенного резонатора, нагруженного электронным пучком

Эффективное напряжение для случая распределенных резонаторов длиной  $L$  предлагается определять из соотношения:

$$U^2 = L \int_0^L |E_z(z)|^2 dz.$$

Для синусоидального или косинусоидального распределений поля эффективное напряжение в РР будет:  $U^2 = (E_0 L)^2 / 2$ .

Выражая запасенную в РР энергию как сумму энергий прямой и обратной бегущих электромагнитных волн и выражая поток энергии этих волн через сопротивление связи  $R_{св}$  структуры, определим характеристический импеданс РР через параметры замедляющей структуры, отрезком которой является данный РР.

$$\gamma = \beta L R_{св} v_{гр} / v_{ф} = \pi m R_{св} v_{гр} / v_{ф}.$$

Такие параметры замедляющей структуры, как постоянная распространения  $\beta$ , сопротивление связи  $R_{св}$ , фазовая и групповая скорости  $v_{ф}$ ,  $v_{гр}$  могут быть рассчитаны исходя из геометрических размеров ЗС, если решено соответствующее дисперсионное уравнение (ДУ) структуры.

Собственная проводимость РР при представлении его в виде эквивалентного контура может быть определена как:  $Y_k = g_k + j b_k$ , где  $g_k$  — активная часть собственной проводимости контура, определяемая потерями (шунт-импедансом)  $g_k = 1/R_{ш} = 1/\gamma Q_{ох} = 2P_{пот}/U^2$ ;  $b_k$  — реактивная часть собственной проводимости контура, определяемая запасенной в контуре энергией

$$(\text{реактивным сопротивлением}) \quad b_k = 1/\omega L - \omega C = \frac{1}{\gamma} \left( \frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right).$$

Выражение для добротности распределенного резонатора при условии малости собственных потерь в РР и коэффициенте отражения волны от концов резонатора, близком к единице, имеет вид

$$Q_{ох} = \frac{\beta}{2\alpha} \left| \frac{v_{gr}}{v_f} \right|.$$

Коэффициент затухания  $\alpha$  может быть определен, если решено ДУ соответствующей замедляющей структуры. Расчетные формулы для коэффициента затухания волны в спиральной ЗС приведены в работе [5].

Если распределенный резонатор нагружен электронным потоком, то это можно отразить подключением параллельно исходному контуру комплексной электронной проводимости  $Y_e$  (см. рис. 1, б), которая может быть записана в виде:

$$Y_e = g_e + jb_e = 2P_e/U^2 = 2(P_{ea} + jP_{er})/U^2,$$

где  $P_e$  — комплексная электронная мощность взаимодействия;  
 $P_{ea}, P_{er}$  — активная и реактивная электронные мощности взаимодействия, соответственно;  
 $g_e, b_e$  — активная и реактивная электронные проводимости пучка, соответственно.

Активная мощность взаимодействия электронного пучка с полем резонатора приводит к изменению добротности РР, а реактивная мощность взаимодействия — к изменению резонансной частоты РР.

Условие “баланса фаз” генератора на основе РР:  $b_k = -b_e$  приводит к следующему выражению для резонансной частоты распределенного резонатора, возбуждаемого электронным пучком:  $\omega_r = \omega_0(1 - \gamma b_e/2)$ .

Условие обращения в ноль суммарной активной проводимости нагруженного электронным пучком распределенного резонатора (условие “баланса амплитуд” генератора на основе РР) определяет параметры, при которых происходит самовозбуждение РР:  $g_k = 1/\gamma Q_{ох} = -g_e$ .

Для расчета стартового тока генерации и частоты, на которой будет самовозбуждаться распределенный резонатор, нагруженный электронным пучком, необходимо в соотношениях “баланс фаз” и “баланс амплитуд” определить действительную  $g_e$  и мнимую  $b_e$  части проводимости электронного пучка, выражаемые через активную и реактивную мощности взаимодействия пучка с полем РР. Величина комплексной электронной мощности взаимодействия может быть найдена из соотношения

$$P_e = 0,5 \int_0^L I_{\approx}(z) E^*(z) dz,$$

где  $E(z)$  — распределение собственного поля в резонаторе;  
 $I_{\approx}(z)$  — величина переменной составляющей тока электронного пучка.

Считая, что поле в РР описывается по косинусоидальному закону, а изменение плотности тока пучка при воздействии на него внешнего электромагнитного поля уравнением [7]

$$\frac{dv}{dt} = \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial v}{\partial z} \frac{dz}{dt} = \frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial z} = \frac{e}{m_e} (E_{\approx} + E_{пз})$$

и проводя интегрирование, можно получить выражения для переменных составляющих тока и скорости электронного пучка с учетом начальной модуляции и соответствующие формулы для активной и реактивной проводимости электронного пучка в РР. Эти выражения приведены в приложении.

В последнем выражении использованы следующие обозначения:

$\beta_e = \omega/v_0$  — постоянная распространения пучка  $\beta_b = \omega_b/v_0$ ;  
 $\omega_b$  — редуцированная плазменная частота пучка;  
 $v_0$  — скорость пучка.

Подставляя полученные соотношения для  $g_e$  и  $b_e$  в условия “баланса фаз” и “баланса амплитуд”, получаем условия, которые определяют самовозбуждение резонатора. Для определения стартового тока генерации  $I_{\text{старт}}$  необходимо решить трансцендентное уравнение “баланса амплитуд” относительно  $\beta_b$ , подставив в него полученное выражение для активной проводимости пучка. Затем стартовый ток определяется по формуле

$$I_{\text{старт}} = \beta_b^2 v_0^3 m_e \epsilon_0 \pi r_b^2 / e.$$

Возможен также менее строгий, но более наглядный способ, позволяющий избежать решения трансцендентного уравнения и который можно использовать для предварительных оценок. Для его реализации необходимо заранее определить зависимости  $g_e$  от различных параметров пучка и РР, построить соответствующие графики, и, задавшись каким-либо конкретным значением  $g_e$ , определить стартовый ток по формуле

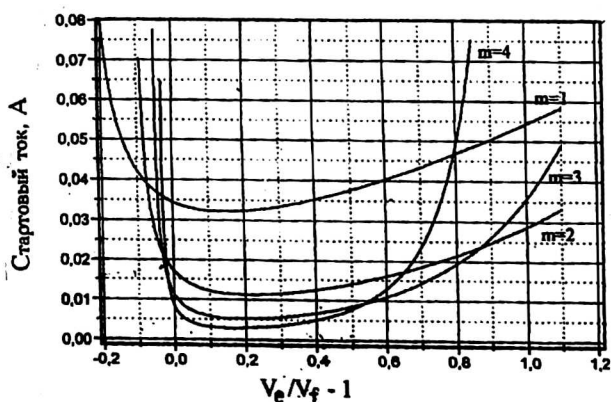
$$I_{\text{старт}} = \frac{U_0}{\left| \frac{g_e}{G_0} \right| \pi m \frac{v_f}{v_{gr}} R_{sv} Q_{ох}}$$

Видно, что уменьшить стартовый ток генерации можно, увеличивая сопротивление связи, добротность РР и добиваясь максимального значения  $|g_e|$ .

### Результаты расчета

Зависимости относительной активной проводимости пучка  $g_e U_0 / I_0$  от отношения  $v_0/v_{\phi} - 1$  при различных длинах РР и токах электронного пучка приведены на рис. 2 и 3. Отрицательные значения  $g_e U_0 / I_0$  соответствуют отрицательной мощности взаимодействия пучка с волной, т. е. в этом случае пучок передает энергию волне. Из рис. 2 и 3 видно, что при  $v_0/v_{\phi} \approx 1,2-1,5$  происходит максимально эффективное преобразование энергии пучка в энергию СВЧ-волны.

Рис. 2. Зависимость относительной активной проводимости электронного пучка в распределенном резонаторе от отношения скорости пучка к фазовой скорости при различных токах пучка  $m = 1$



Соответствующие значения  $g_e U_0 / I_0$  будут определять минимальный стартовый ток генерации. Зависимость стартового тока генерации для отрезка спиральной ЗС диаметром 30 мм и углом подъема спирали  $6,1^\circ$ , изготовленного

из медной проволоки, при различных длинах резонатора приведена на рис. 4. Видно, что увеличение длины резонатора приводит к уменьшению величины стартового тока генерации, причем существует достаточно широкий интервал соотношений  $v_0/v_{\phi}$ , при которых стартовый ток изменяется сравнительно мало.

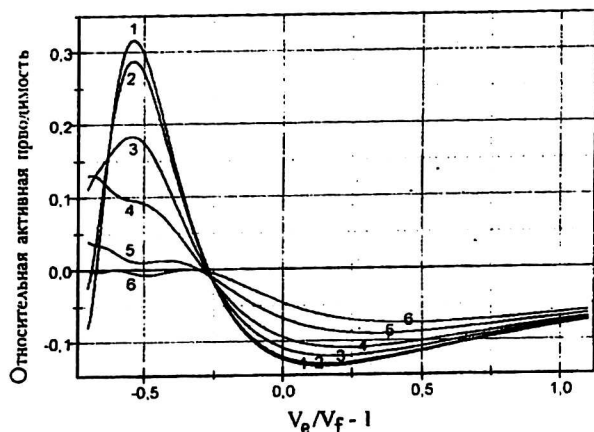


Рис. 3. Зависимость стартового тока самовозбуждения спирального резонатора от соотношения скорости пучка и фазовой скорости при различных длинах резонатора:  
 1 —  $\omega_b/\omega = 0,3$ ; 2 —  $\omega_b/\omega = 1$ ;  
 3 —  $\omega_b/\omega = 2$ ; 4 —  $\omega_b/\omega = 3$ ;  
 5 —  $\omega_b/\omega = 4$ ; 6 —  $\omega_b/\omega = 5$

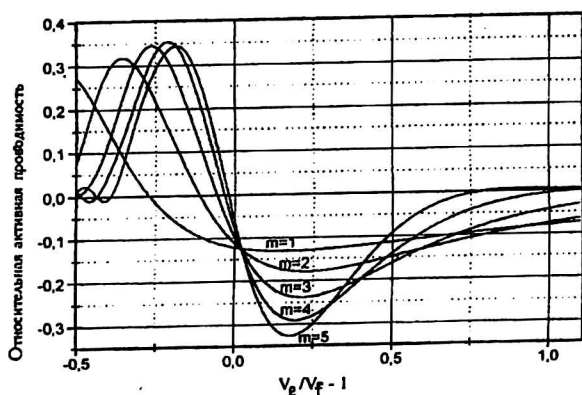


Рис. 4. Зависимость относительной активной проводимости электронного пучка в распределенном резонаторе в зависимости от отношения скорости пучка и фазовой скорости при различных длинах резонатора

Таким образом, предложенный способ определения условий генерации в РР с помощью эквивалентного контура, нагруженного электронным пучком, позволяет сравнительно просто описать процесс возникновения автоколебаний в коротких отрезках замедляющих структур с отражающими элементами на концах в линейном режиме.

### Приложение

Переменная составляющая плотности тока пучка:

$$i_{\approx} = Z_i^0(\beta_b) + Z_i^0(-\beta_b) + \frac{i_0 \beta_e E_0}{4 U_0 \beta_b} \{Z_i(\beta_b) - Z_i(-\beta_b)\}.$$

Переменная составляющая скорости пучка:

$$v_{\approx} = \left( j \frac{\beta_e i_{\approx 0}}{\beta_b \rho_0} \sin \beta_b z - v_{\approx 0} \cos \beta_b z \right) e^{-\beta_e z}$$

Активная проводимость пучка в РР:

$$g_e = \frac{S}{E_0} \left( \frac{\beta}{\pi m} \right)^2 \{ Z_{g_0}(\beta_b) + Z_{g_0}(-\beta_b) \} + \frac{I_0 \beta_e}{U_0 \beta_b} \left( \frac{\beta}{\pi m} \right)^2 \{ Z_g(\beta_b) + Z_g(-\beta_b) \}.$$

Реактивная проводимость пучка в РР:

$$b_e = \frac{S}{E_0} \left( \frac{\beta}{\pi m} \right)^2 \{ Z_{b_0}(\beta_b) + Z_{b_0}(-\beta_b) \} + \frac{I_0 \beta_e}{U_0 \beta_b} \left( \frac{\beta}{\pi m} \right)^2 \{ Z_b(\beta_b) + Z_b(-\beta_b) \},$$

где  $Z_i^0(x) = \frac{i_{\approx 0} - \rho_0 v_{\approx 0} \frac{\beta_e}{x}}{2} e^{-j(\beta_e - x)z}$ ;

$$Z_i(x) = \frac{j(\beta_e - x) [\cos \beta z - e^{-j(\beta_e - x)z}] + \beta \sin \beta z}{\beta^2 - (\beta_e - x)^2};$$

$$Z_v(x) = \frac{j(\beta_e - x) [\cos \beta z - e^{-j(\beta_e - x)z}] + \beta \sin \beta z}{\beta^2 - (\beta_e - x)^2};$$

$$Z(x) = \frac{\beta_e - x}{\beta^2 - (\beta_e - x)^2};$$

$$Z_{g_0}(x) = Z(x) \left\{ A(x) \left[ \operatorname{Im}(i_{\approx 0}) + \rho_0 \frac{\beta_e}{x} \operatorname{Im}(v_{\approx 0}) \right] + B(x) \left[ \operatorname{Re}(i_{\approx 0}) + \rho_0 \frac{\beta_e}{x} \operatorname{Re}(v_{\approx 0}) \right] \right\};$$

$$Z_g(x) = Z^2(x) A(x); \quad A(x) = \left( 1 - \cos \pi m \cos \pi m \frac{\beta_e - x}{\beta} \right);$$

$$B(x) = \cos \pi m \sin \pi m \frac{\beta_e - x}{\beta};$$

$$Z_{g_0}(x) = Z(x) \left\{ A(x) \left[ \operatorname{Re}(i_{\approx 0}) + \rho_0 \frac{\beta_e}{x} \operatorname{Re}(v_{\approx 0}) \right] + B(x) \left[ \operatorname{Im}(i_{\approx 0}) + \rho_0 \frac{\beta_e}{x} \operatorname{Im}(v_{\approx 0}) \right] \right\};$$

$m = \beta L / \pi$ ,  $m = 1, 2, 3 \dots$  — число полуволн, укладываемых на длине РР.

## Литература

1. Chodorov M., Wessel-Berg T. A high efficiencies klystron with distributed interaction//IRE Trans. San. 1961. V. ED-8. P. 44—55.
2. Хаби В. С. Взаимодействие электронов с полем распределенных резонаторов//Электронная техника. Сер. Электроника СВЧ. 1966. № 10. С. 3—18.
3. Gold H. Kinematic electron bunching by sinusoidal travelling and standing waves in short interaction regions//J. of Electr. & control. 1957. V. 11. № 6. P. 529—567.
4. Priest D. H., Leinding W. I. A two cavity extended interaction klystron yielding 65 % efficiency//IEEE Trans. 1964. V. ED-11. № 8. P. 369.
5. Силин Р. А., Сазонов В. Д. Замедляющие системы. — М.: Радио и связь, 1966.
6. Шевчик В. Н., Трубецков Д. И. Аналитические методы расчета в электронике СВЧ. — М.: Сов. радио, 1970.

## **Generation conditions RF waves in system “electron beam - helix distributed resonator”**

*A. I. Astaikin, V. B. Profe, K. V. Trotsuk, A. P. Martynov*  
Russian Federal Nuclear Center – RSRI of Experimental Physics, Sarov, Russia

*Conditions of occurrence RF-generation and main parameters of a mode of this generation in a distributed resonator on the base of a section helix waveguide, dived through by electron beam are considered. Are determined: a starting current of generation, phase conditions of self-excitation, amplitude RF waves in stationary mode in the resonator and electron efficiency a similar generators.*