

УДК 537.527

## Нагрев пластинчатого электрода равномерно распределенным источником тепла в дуговой сварке неподвижным плавящимся электродом

В. О. Бушма

Московский энергетический институт (Технический университет), Москва, Россия

*Показано, что при нагреве электрода сварочным током существуют две зоны нагрева: зона максимального нагрева, расположенная от стока тока на расстоянии, не превышающем высоту электрода, и зона нагрева электрода током, равномерно распределенным по сечению электрода. Решена задача нагрева электрода током, равномерно распределенным по сечению электрода, с учетом нелинейных теплофизических свойств материала электрода. Предложена методика определения конструкции пластинчатого электрода при сварке протяженных швов из различных материалов.*

Физические процессы, протекающие в пластинчатом электроде, при дуговой сварке неподвижным плавящимся электродом (ДС НПЭ) оказывают существенное влияние как на электрическую дугу, движущуюся в узком дуговом канале, так и на процессы массопереноса, плавления и кристаллизации, происходящие в сварочной ванне [1–5].

Рассмотрим фронт плавления пластинчатого электрода при горизонтальной схеме сварки (рис. 1). Форма фронта плавления определяется условиями теплообмена, внешней характеристикой источника питания, режимом сварки и условиями горения дуги, теплофизическими параметрами электрода, изделия и покрытия. Скоростная киносъемка процесса сварки показывает, что движение дуги по фронту плавления носит практически непрерывный периодический характер и отличается значительной неравномерностью. Дуга движется вдоль фронта плавления электрода со скоростью  $V_d$  и осуществляет массоперенос расплавленного металла электрода в сварочную ванну.

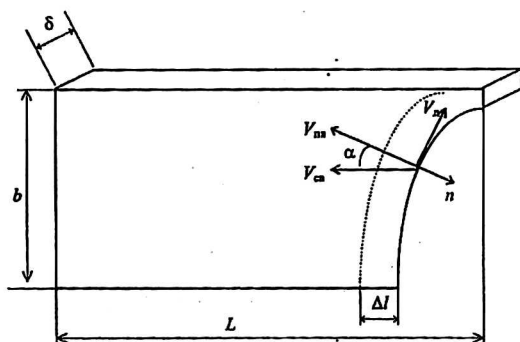


Рис. 1. Форма фронта плавления пластинчатого электрода

Кроме процесса перемещения дуги и оплавления пластинчатого электрода, на практике большое значение для ДС НПЭ имеет явление протекания тока сварки по электроду.

При математическом моделировании физических процессов пластинчатого электрода следует выделить три основные задачи:

нагрев пластинчатого электрода равномерно распределенным источником тепла — протекающим сварочным током;

нагрев пластинчатого электрода неравномерно распределенным источником тепла — сварочный ток вблизи стока тока;

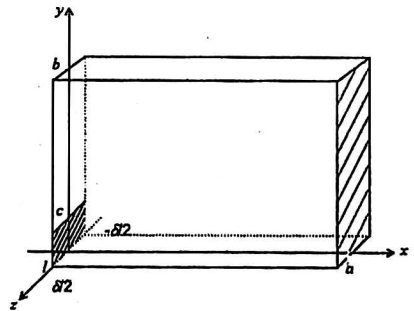
плавление электрода за счет внутреннего источника тепла и мощного быстро движущегося источника тепла — электрической дуги, периодически перемещающейся по торцу электрода.

Данная статья посвящена математическому моделированию задачи нагрева пластинчатого электрода сварочным током с учетом его равномерного распределения по этому электроду. Решение данной задачи позволяет определить конструкцию пластинчатого электрода при сварке протяженных швов изделий из различных материалов.

Рассмотрим двумерную линейную задачу распределения потенциала на пластине в следующей постановке (рис. 2). В тонкую пластину ( $\delta \ll b$ ,  $\delta \ll a$ ) втекает равномерно по всей торцевой поверхности ток  $I$  (заштрихованная область). Сток тока происходит с другой стороны пластины и занимает площадь меньшую, чем площадь торца пластины (заштрихованная область). На незаштригованных торцевых поверхностях пластины имеют место нулевые условия Неймана. Если  $\varphi$ -потенциал пластины, то уравнение для потенциала пластины имеет вид

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} = 0.$$

Рис. 2. К определению потенциала пластинчатого электрода



При граничных условиях имеем:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial y_{y=0}} = \frac{\partial \varphi}{\partial y_{y=b}} = 0; \quad \frac{\partial \varphi}{\partial x_{x=a}} = \frac{I\rho}{\delta b};$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x_{x=0}} = \begin{cases} \frac{I\rho_M}{\delta(c-l)}, & l \leq y \leq c \\ 0, & 0 \leq y < l, \quad c < y \leq b. \end{cases}$$

Данная задача решалась раньше, и для потенциала пластины было получено [1]

$$\varphi = \frac{I\rho_M}{b\delta} x - \frac{2I\rho_M b}{(c-l)\delta} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(\sin \frac{\pi kc}{b} - \sin \frac{\pi kl}{b}) \operatorname{ch}[\frac{\pi k}{b}(x-a)] \cos \frac{\pi ky}{b}}{(\pi k)^2 \operatorname{sh} \frac{\pi ka}{b}},$$

где  $\varphi$  — потенциал пластины;

$a, b, \delta$  — геометрические размеры пластинчатого электрода, причем  $a, b \gg \delta$ ;

$c, l$  — координаты стока тока;

$\rho_M$  — удельное сопротивление материала электрода;

$I$  — электрический ток пластины.

На рис. 3 показано объемное распределение потенциала электрода, выполненное с использованием пакета MatLAB. Потенциал пластины практически везде распределен равномерно и лишь вблизи стока распределение отличается от равномерного.

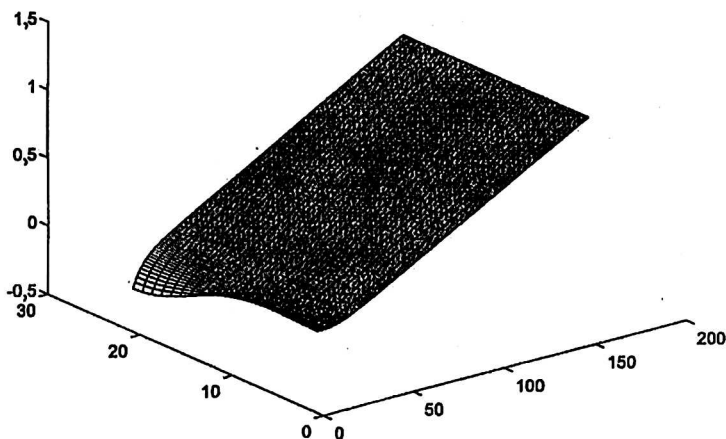


Рис. 3. Объемное распределение потенциала пластины при наличии узкого стока

Плотность тока пластинчатого электрода  $J_M$  найдем из соотношения

$$J_M = -\sigma_M \text{grad}\varphi = -\sigma_M \left[ i \frac{\partial\varphi}{\partial x} + j \frac{\partial\varphi}{\partial y} \right] = iJ_x + jJ_y,$$

где  $\sigma_M$  — удельная проводимость материала пластины;

$i, j$  — единичные орты по осям  $x, y$ ;

$J_x$  и  $J_y$  — проекции плотности тока на координатные оси.

Для проекций плотности тока, соответственно, можно получить:

$$J_x = J_{x0} + \frac{2I}{(c-l)\delta} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(\sin \frac{\pi kc}{b} - \sin \frac{\pi kl}{b})}{k\pi} \cos \frac{\pi ky}{b} \frac{\text{sh} \frac{\pi k(x-a)}{b}}{\text{sh} \frac{\pi ka}{b}}; \quad (1)$$

$$J_y = -\frac{2I}{(c-l)\delta} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(\sin \frac{\pi kc}{b} - \sin \frac{\pi kl}{b})}{k\pi} \sin \frac{\pi ky}{b} \frac{\text{ch} \frac{\pi k(x-a)}{b}}{\text{sh} \frac{\pi ka}{b}}, \quad (2)$$

где  $J_{x0} = -\frac{I}{b\delta}$  — нулевой член разложения для плотности тока.

Следует отметить, что свободный член, полученный в формуле (1) для проекции  $J_x$ , описывает равномерное распределение плотности тока электрода, а выражения в виде рядов в формулах (1), (2) описывают распределение

плотности тока вблизи стока тока. На расстоянии, незначительно превышающем высоту электрода  $b$ , можно считать распределение плотности тока пластины равномерным. Это расстояние и будем принимать за зону максимального нагрева электрода.

Рассмотрим нагрев пластинчатого электрода протекающим током. Так как плотность тока  $J_x$  (1) содержит свободный член, который соответствует равномерному распределению тока по сечению электрода, определим нагрев электрода такой плотностью тока. Для этого рассмотрим следующую задачу: в пластинчатый электрод втекает и вытекает сварочный ток с равномерным распределением плотности. Электрод является тонкой пластиной ( $\delta \ll a$ ,  $\delta \ll b$ ), поэтому распределение температурного поля вдоль оси  $z$  равномерное (см. рис. 2).

На длине электрода  $dx$  из-за протекания тока такой плотности в единицу времени выделится энергия  $dW$  [5]

$$dW = \frac{I^2 \rho_M}{S^2} dx = \frac{I^2 \rho_M}{b^2 \sigma^2} dx,$$

где  $S$  — площадь поперечного сечения электрода.

Уравнение теплопроводности при наличии теплообмена через боковую поверхность электрода и при условии, что теплофизические коэффициенты не зависят от температуры  $T$ , примет вид

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\lambda}{c\rho} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - a_{\text{пл}}(T - T_0) + \frac{I^2 \rho_M}{S^2 c\rho}, \quad (3)$$

где  $c\rho$  — удельная объемная теплоемкость;

$\lambda$  — коэффициент теплопроводности;

$a_{\text{пл}}$  — коэффициент теплоотдачи пластинчатого электрода;

$T_0$  — начальная температура электрода.

Из-за равномерного распределения плотности мощности внутренних источников тепла по сечению электрода считаем, что температура электрода не зависит от координаты  $y$ , а отдачу тепла через поверхности  $y = 0$  и  $y = b$  учтем в коэффициенте теплоотдачи. Если принять, что в местах токоподвода тока и его стока обеспечен хороший омический контакт не массивными медными теплоизолированными проводниками и нет прогрета за счет места контакта, то граничные условия и начальное условие определяется как:

$$\frac{\partial T}{\partial x_{x=a}} = 0; \quad \frac{\partial T}{\partial x_{x=0}} = 0, \quad (4)$$

$$T(x, 0) = T_0. \quad (5)$$

Следует отметить, что на электроде имеется диэлектрическое покрытие. Как известно, особенности нагрева электрода с покрытиями связаны с накоплением тепла в слое покрытия, и перепад температур в последнем обычно не превышает  $100^\circ\text{C}$ . Так как диэлектрическое покрытие для электрода при ДС НПЭ тонкое ( $\Delta < 0,5$  мм), то примем, что перепад температуры в слое покрытия практически отсутствует, и температура покрытия равняется температуре поверхности электрода. Наличие покрытия в расчетах будет учитываться коэффициентом теплоотдачи.

Определим коэффициент теплоотдачи при выполнении на боковой поверхности электрода теплообмена по закону Ньютона. Рассмотрим охлаждение равномерно нагретой пластины. За время  $dt$  с полной боковой поверх-

ности электрода  $2(b+\delta)a$  в окружающую среду будет отдано количество теплоты  $dQ$ , определяемое отношением

$$dQ = a(T - T_0)2(b + \delta)adt,$$

где  $a$  — коэффициент полной поверхностной теплоотдачи.

Температура пластины объемом  $b\delta a$  с удельной теплоемкостью  $c_p$  за время  $dt$  понизится на величину  $dT$

$$dT = -\frac{a(T - T_0)2(b + \delta)dt}{c_p b \delta}.$$

Разделяя переменные, получим

$$\frac{dT}{T - T_0} = -\frac{2(b + \delta)}{c_p b \delta} dt = -a_{\text{пл}} dt.$$

Откуда коэффициент теплоотдачи пластинчатого электрода определяется соотношением

$$a_{\text{пл}} = \frac{2a(b + \delta)}{c_p b \delta}.$$

Коэффициент теплоотдачи пластинчатого электрода с покрытием определяется формулой

$$a = \frac{1}{R} = \frac{1}{\frac{1}{a_1} + \frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{1}{a_2}},$$

где  $R$  — полное термическое сопротивление;

$a_1$  — коэффициент теплоотдачи от электрода к покрытию;

$a_2$  — коэффициент теплоотдачи от покрытия к основному металлу изделия;

$\lambda_1$  — коэффициент теплопроводности покрытия;

$\delta_1$  — толщина покрытия.

Для решения уравнения (3) воспользуемся подстановкой

$$T(x, t) - T_0 = U(x, t)e^{-a_{\text{пл}} t} + \frac{I^2 \rho_M}{a_{\text{пл}} S^2 c_p}.$$

Тогда уравнение теплопроводности примет вид

$$\frac{\partial U}{\partial t} = \frac{\lambda}{c_p} \frac{\partial^2 U}{\partial x^2},$$

а граничными и начальными условиями будут

$$\frac{\partial U}{\partial x_{x=a}} = 0, \quad \frac{\partial U}{\partial x_{x=0}} = 0,$$

$$U(x, 0) = -\frac{I^2 \rho_M}{\alpha_{\text{пл}} S^2 c_p}.$$

Применяя метод разделения переменных для  $U(x,t)$ , получим

$$U(x,t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n e^{-\frac{\pi^2 \lambda^2 n^2 a^2}{a^2 (c\rho)^2} t} \cos \frac{n\pi x}{a} \quad \text{при } 0 < x < a, \quad 0 < t < \infty,$$

где коэффициенты  $a_n$  определяются соотношением

$$a_n = \frac{2}{a} \int_0^a U(\xi, 0) \cos \left( \frac{n\pi \xi}{a} \right) d\xi, \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots$$

Все коэффициенты последнего равенства равны нулю, кроме  $a_0$ . Для  $a_0$  имеем

$$a_0 = \frac{2}{a} \int_0^a U(\xi, 0) d\xi = -\frac{2I^2 \rho_M}{a_{\text{пл}} S^2 c\rho},$$

тогда

$$U(x,t) = -\frac{I^2 \rho_M}{a_{\text{пл}} S^2 c\rho}.$$

Для  $T(x,t)$  получим

$$T(x,t) = T_0 + \frac{I^2 \rho_M}{a_{\text{пл}} S^2 c\rho} [1 - e^{-a_{\text{пл}} t}]. \quad (6)$$

Необходимо отметить, что полученное решение практически не изменилось, если бы дополнительно использовались граничные условия по оси  $y$  с другим коэффициентом теплоотдачи пластинчатого электрода  $a_{\text{пл}}$ .

Температура пластинчатого электрода при равномерном распределении плотности тока по его сечению экспоненциально повышается и стремится к установившемуся значению, при котором нагрев внутренним источником и охлаждение через боковую поверхность становятся равными. Из решения следует, что при существующих теплофизических параметрах окружающей среды и электрода стационарная температура может наступить лишь для температур, больших температуры плавления электрода, а при этих температурах использование полученного решения неправомерно.

Температура электрода не зависит от координаты  $x$  и коэффициента теплопроводности  $\lambda$ . Из-за равномерного распределения плотности мощности внутренних источников тепла по сечению электрода и отсутствия тепловых потоков на границах в электроде не происходит передачи тепла теплопроводностью вдоль оси  $x$ . Передача тепла теплопроводностью к боковой поверхности электрода происходит, но мы условились, что пластина тонкая и выравнивание теплового поля по сечению электрода происходит очень быстро, поэтому распределение тепла вдоль оси  $z$  считаем равномерным (см. рис. 2).

Рассмотрим нелинейную задачу теплопроводности. Удельное электрическое сопротивление электрода можно считать линейной функцией температуры [5]

$$\rho_M = \rho_0 (1 + \gamma T),$$

где  $\gamma$  — температурный коэффициент изменения сопротивления;

$\rho_0$  — удельное сопротивление материала электрода при температуре, равной нулю.

Для коэффициента теплопроводности введем линейную зависимость изменения с температурой [5]

$$\lambda = \lambda_0(1 + \beta T),$$

где  $\beta$  — температурный коэффициент теплопроводности;

$\lambda_0$  — коэффициент теплопроводности материала электрода при нулевой температуре.

Уравнение теплопроводности примет вид

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\lambda_0}{c_p} \frac{\partial}{\partial x} \left[ (1 + \beta T) \frac{\partial T}{\partial x} \right] - T \left( a_{пл} - \frac{I^2 \rho_0 \gamma}{S^2 c_p} \right) + a_{пл} T_0 + \frac{I^2 \rho_0}{S^2 c_p}$$

при граничных условиях (4) и начальном условии (5). Полученное уравнение нелинейно относительно температуры. Существует его аналитическое решение для широкого класса функций, аппроксимирующих теплопроводность и внутренние источники нагрева, но лишь для стационарного случая. В рассматриваемом случае при отсутствии передачи тепла теплопроводностью вдоль оси  $x$  (см. рис. 2) уравнение упрощается

$$\frac{dT}{dt} = -T \left( a_{пл} - \frac{I^2 \rho_0}{S^2 c_p} \gamma \right) + a_{пл} T_0 + \frac{I^2 \rho_0}{S^2 c_p}.$$

Решая обыкновенное дифференциальное уравнение методом разделения переменных, получим

$$T(t) = \frac{1}{a_{пл} - \frac{I^2 \rho_0 \gamma}{S^2 c_p}} \left[ a_{пл} T_0 + \frac{I^2 \rho_0}{S^2 c_p} - C e^{-t \left[ a_{пл} - \frac{I^2 \rho_0}{S^2 c_p} \right]} \right],$$

где  $C$  — постоянная интегрирования, определяемая из начального условия (6).

$$C = \frac{I^2 \rho_0 (1 + \gamma T_0)}{S^2 c_p}.$$

Окончательно имеем

$$T(t) = \frac{1}{a_{пл} - \frac{I^2 \rho_0 \gamma}{S^2 c_p}} \left[ a_{пл} T_0 + \frac{I^2 \rho_0}{S^2 c_p} - \frac{I^2 \rho_0}{S^2 c_p} (1 + \gamma T_0) \exp(-a_{пл} t + \frac{I^2 \rho_0 \gamma}{S^2 c_p} t) \right]. \quad (7)$$

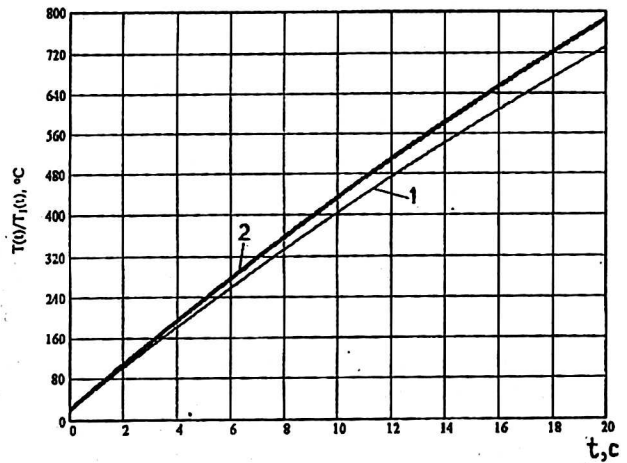
Полученное решение позволяет оценить влияние температурной зависимости удельного сопротивления электрода на его нагрев.

На рис. 4 показано изменение температуры электрода во времени для рассмотренных линейной и нелинейной задач. Для низких температур ( $T < 100$  °С) графики практически совпадают. С повышением температуры разница температур нагрева становится заметна, но даже при нагреве электрода до 500–600 С° не превышает 50 С°.

Таким же образом можно оценить влияние зависимости объемной теплоемкости от температуры на температуру нагрева электрода. Уравнение теплопроводности имеет вид

$$\frac{\partial}{\partial t} (c_p T) = \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - a_{пл} (T - T_0) + \frac{I^2 \rho_M}{S^2}.$$

**Рис. 4.** Изменение температуры электрода во времени при постоянной плотности тока по сечению электрода из аустенитной стали для двух случаев:  
1 —  $T(t)$  — при постоянных теплофизических параметрах электрода;  
2 —  $T_1(t)$  — с учетом зависимости удельной теплоемкости электрода от температуры



Для объемной удельной теплоемкости введем линейную зависимость от температуры [5]

$$c_p(T) = c_{p0}(1 + \eta T),$$

где  $\eta$  — температурный коэффициент изменения объемной теплоемкости;  
 $c_{p0}$  — удельная объемная теплоемкость при нулевой температуре.

Уравнение теплопроводности примет вид

$$\frac{\partial T}{\partial t} [1 + 2\eta T] = \frac{\lambda}{c_{p0}} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - a_{пл}(T - T_0) + \frac{I^2 \rho_M}{S^2 c_{p0}} \quad (8)$$

при граничных условиях (4) и начальном условии (5).

Отсутствие передачи тепла теплопроводностью вдоль оси  $x$  (см. рис. 2) упрощает уравнение (8), и его решение определяется соотношением

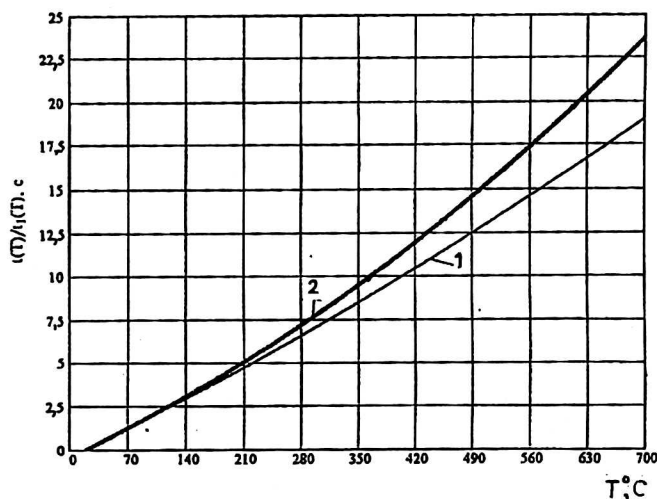
$$\ln \left[ \frac{C}{(a_{пл} T_0 + \frac{I^2 \rho_M}{S^2 c_{p0}} - a_{пл} T) \left[ \frac{1}{a_{пл}} + \frac{2\eta}{a_{пл}^2} (a_{пл} T_0 + \frac{I^2 \rho_M}{S^2 c_{p0}}) \right]} \right] - \frac{2\eta}{a_{пл}} T = t, \quad (9)$$

где  $C$  — постоянная интегрирования, вычисляемая из начального условия,

$$C = \left( \frac{I^2 \rho_M}{S^2 c_{p0}} \right) \exp \left( \frac{2\eta}{a_{пл}} T_0 \right).$$

На рис. 5 показано изменение температуры пластинчатого электрода для рассмотрения задачи, а для сравнения представлено решение для случая, когда удельная объемная теплоемкость электрода не зависит от температуры. Так как температура электрода выражена через время неявно (9), то на рис. 5 построены зависимости времени от температуры. Следует заметить, что до температур 140–180 °C зависимость удельной объемной теплоемкости от

температуры сказывается мало и графики практически совпадают. С повышением температуры зависимость удельной теплоемкости от температуры влияет все значительнее, и при температурах 450—550 °С разность для кри-  
вых (см. рис. 5) может составлять 60—80 °С.



**Рис. 5.** Изменение температуры электрода из аустенитной стали во времени при постоянной плотности тока по сечению электрода для двух случаев:  
1 —  $t_1(T)$  — при постоянных теплофизических параметрах электрода;  
2 —  $t_2(T)$  — с учетом зависимости удельной теплоемкости электрода от температуры

При сравнении графиков на рис. 3 и 4 видно, что для аустенитных сталей зависимость объемной теплоемкости от температуры повышает температуру электрода менее значительно, чем увеличение удельного сопротивления электрода с повышением температуры. Причем, оба изменяющихся параметра (удельное сопротивление и удельная теплоемкость электрода) с повышением температуры увеличивают температуру электрода.

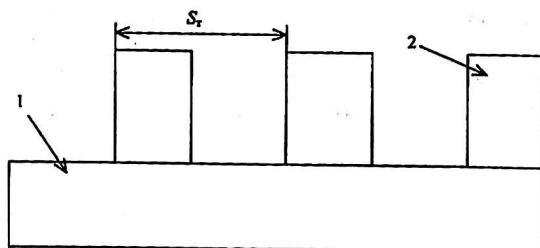
Полученные решения (6), (7), (9) позволяют определить конструкцию пластинчатого электрода при сварке протяженных швов на разных материалах. Из решения задачи плавления или, пользуясь экспериментальными данными, можно получить скорость сварки  $V_{св}$ . Расстояния расположения дополнительных токоподводов зависят от предельных теплоизоляционных свойств материала диэлектрического покрытия электрода. Допустим, что материал покрытия выдерживает нагрев  $T_{п.мах}$ . По графикам (см. рис. 4, 5) определяем время  $t_{п.мах}$ , за которое в электроде будет достигнута температура  $T_{п.мах}$ , а затем определяем расстояние между дополнительными токопроводами  $S_T$  по формуле

$$S_T = V_{св} t_{п.мах}$$

Конструкция пластинчатого электрода при сварке протяженных швов представлена на рис. 6. Дополнительные токоподводы изготавливаются из того же материала, что и пластинчатый электрод. Причем весь электрод для сварки протяженных швов может быть изготовлен из целого листа или дополнительные токопроводы могут быть приварены, например, аргонодуговой сваркой.

Рис. 6. Конструкция пластинчатого электрода при сварке протяженных швов:

- 1 — пластинчатый электрод;  
2 — дополнительный токоподвод;  
 $S_T$  — расстояние между токоподводами



При выполнении сварки все токопроводы соединяются единой шиной из материала с малым удельным сопротивлением (медь, алюминий).

### Выводы

1. Расчет потенциала и плотности тока пластинчатого электрода показывает, что нагрев электрода при сварке происходит протекающим по электроду током сварки. На пластинчатом электроде можно выделить две зоны нагрева: зона максимального нагрева, расположенная от стока на расстоянии, не превышающем высоту электрода, и зона нагрева электрода током, равномерно распределенным по сечению электрода (оставшаяся часть электрода).

2. Используя полученные решения (6), (7), (9), можно определить конструкцию пластинчатого электрода для сварки протяженных швов из различных материалов.

### Литература

1. Дуговой канал при сварке неподвижным плавящимся электродом/В. О. Бушма, С. А. Сиятсков, Н. Ю. Сыряная//Прикладная физика. Сер. Технология. 1999. № 6. С. 29—40.
2. Карлоу Г., Егер Д. Теплопроводность твердых тел. — М.: Наука. 1964. — 488 с.
3. Рыкалин Н. Н. Расчеты тепловых полей при сварке. — М.: Машгиз, 1951. — 296 с.
4. Физическая энциклопедия: В 5 т./Д. М. Алексеев, А. М. Балдина, А. М. Бонч-Бруевич и др.: Под ред. А. М. Прохорова. — М.: Большая Российская энциклопедия, 1998. Т. 5. — 757 с.
5. Коздоба Л. А. Методы решения нелинейных задач теплопроводности. — М.: Наука, 1975. — 237 с.

## Plate electrode's heating by means of uniformly distributed heating source in the process of arc welding with stationary melting electrode

V. O. Bushma

Moscow Power Engineering Institute (Technical University), Moscow, Russia

*There is shown the existence of two heating zones during the process of electrode's heating by means of arc welding's current: 1) maximum heating zone is situated on the distance, more than electrode's high the channel's current; 2) zone of electrode's heating by means of electrical current, uniformly distributed in the electrode's section. There is solved the problem of electrode's heating by means of electrical current, uniformly distributed in the electrode's section (electrode's thermal and physical properties are non-linear in this calculation). There is offered a method of plate electrode's construction definition in the processes of arc welding of long joints from different materials.*