

УДК 621.3.038.613

## **Синтез инжектора релятивистских электронных пучков на основе геометризованных уравнений**

*П. И. Акимов, В. А. Сыровой*

Всероссийский электротехнический институт им. В. И. Ленина, Москва, Россия

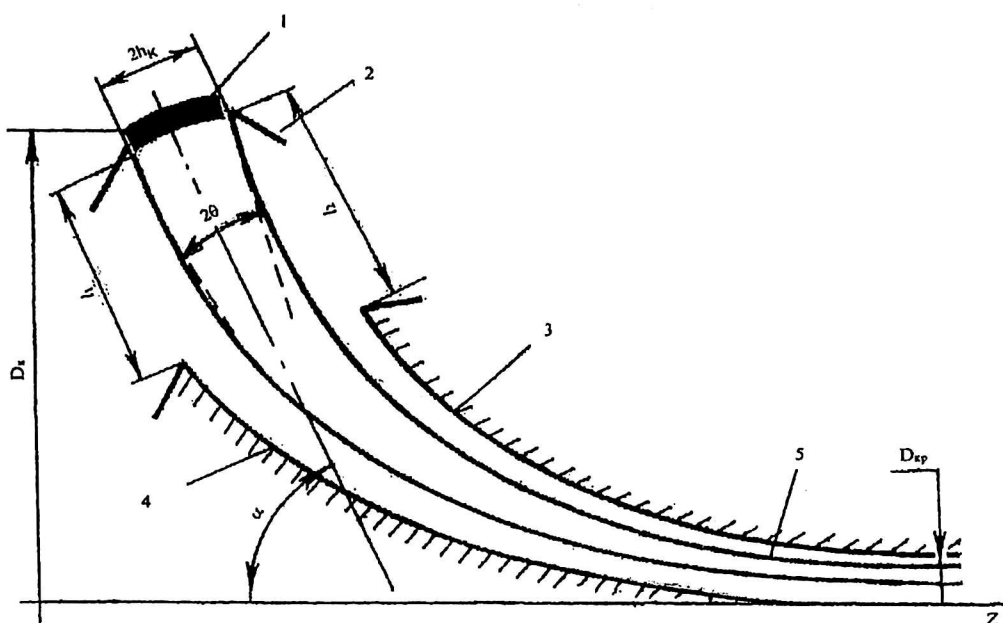
*А. Б. Богословская*

Российский университет дружбы народов, Москва, Россия

*Представлены алгоритмы и программа синтеза релятивистских электронных пучков (РЭП) в электростатическом компрессоре на основе геометризованных уравнений для тонкого трубчатого потока. Проведенные расчеты подтвердили эффективность использованных в программе алгоритмов и возможность создания инжекторов с высокой выходной удельной мощностью с помощью предложенного способа электростатической компрессии пучка.*

Трудности разработки инжекторов сильноточных релятивистских электронных пучков стационарного или квазинепрерывного режимов связаны с ограничением электрической прочности промежутка катод–анод. Для инжектора РЭП с токами в сотни ампер и малым выходным диаметром пучка необходима высокая линейная компрессия потока при использовании крупногабаритного катода, что требует применения нетрадиционного аппарата для проектирования электронно-оптической системы (ЭОС) разрабатываемого устройства.

Подобный подход опробован в работах [1–5]. Отбор тока с крупногабаритного кольцевого термокатода и формирование сходящегося трубчатого пучка осуществляются ЭОС с электростатическим компрессором, образованным двумя коаксиальными конусообразными электродами (рис. 1).



**Рис. 1. Принципиальная схема конструкции ЭОС инжектора РЭП с электростатическим компрессором:**

1 — кольцевой катод; 2 — фокусирующий прикатодный электрод; 3 — внешний электрод компрессора; 4 — внутренний электрод компрессора; 5 — траектория пучка;  $2h_k$  — ширина кольцевого катода;  $D_k$  — диаметр кольцевого катода;  $D_{кр}$  — диаметр трубчатого пучка на выходе из компрессора;  $2\theta$  — угол сходимости граничных траекторий трубчатого пучка в пушке;  $\alpha$  — угол наклона центральной траектории пучка на катоде к оси симметрии системы;  $l_1, l_2$  — величина высоковольтных промежутков между катодом и электродами компрессора

Предложенная в [2] методика расчета параметров пучка позволяет в принципе проектировать ЭОС инжекторов РЭП на заданные параметры. Однако результаты численного и последующего экспериментального исследований [3] показали необходимость совершенствования расчетных методик на основе более точных подходов с использованием аппарата синтеза. В работе [4] предложен приближенный способ расчета электростатических компрессоров, представляющий собой нерегулярный алгоритм по терминологии асимптотических методов в механике жидкости (нерегулярность означает отсутствие алгоритма построения последовательных приближений).

Регулярные алгоритмы, основанные на геометризованной теории плотных релятивистских пучков, отличающиеся, как показывает тестирование, более высокой точностью, можно получить на основе результатов работы [5]. Задание граничной траектории РЭП и потенциала на ней, подобно [2], позволяет синтезировать ЭОС с желаемым законом сходимости потока и вывода его из системы за счет варьирования условий согласования пучка на входе в компрессор.

Цель данной работы — разработка программы синтеза ЭОС с трубчатым РЭП на основе геометризованных уравнений трубчатого релятивистского пучка [5].

### **Геометризованные уравнения трубчатого релятивистского пучка**

При включении катода в р-режиме в область рассмотрения релятивистский пучок с собственным магнитным полем в геометризованной постановке может быть описан только в неортогональной системе координат. В рассмат-

риваемой постановке счет будет осуществляться вверх по потоку и заканчиваться при достижении оптимальной конфигурации пучка без привязки последнего к эмитирующей поверхности. При этом исследования можно вести в ортогональной системе  $x^1, x^2$ , связанной с геометрией потока ( $x^2 = \text{const}$  — уравнение трубок тока, образующей которых является траектория электрона).

Соотношение на траектории для незакрученного релятивистского трубчатого электронного пучка с учетом собственного магнитного поля в криволинейной ортогональной системе координат  $x^1, x^2$ , где в качестве  $x^1$  используется длина дуги  $l$  образующей  $x^1 \equiv l$ ,  $h_1 \equiv 1$ , имеет вид

$$(1 + \varphi)u^2 \frac{\partial^2 h_2}{\partial x^{1^2}} = -\frac{\partial \varphi}{\partial x^1} \frac{\partial h_2}{\partial x^1} + h_2 \left[ -2(1 + \varphi)k_1^2 u^2 + \right. \\ \left. + (1 + \varphi)k_1 k_2 u^2 + k_2 \frac{\partial \varphi}{\partial x^1} - \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^{1^2}} - 2k_1 N_u - \frac{N^2}{1 + \varphi} + \right. \\ \left. + \frac{E^2}{1 + \varphi} \right] + \frac{h_{20} h_{30} J}{h_3 u (1 + \varphi)}. \quad (1)$$

Здесь  $u, \varphi, E, N$  — скорость, потенциал, нормальное электрическое поле и азимутальное магнитное поле на базовой траектории, соответственно;

$h_1, h_2, h_3$  — коэффициенты Лямэ;

$k_1, k_2$  — главные кривизны базовой трубки тока;

$J$  — плотность тока в начальном сечении  $x^1 = x^2 = 0$ ; нижний индекс ноль относит величины к этому сечению.

На основании интеграла энергии

$$1 + \varphi = \frac{1}{\sqrt{1 - u^2}}, \quad (2)$$

а величина  $E$  определяется выражением

$$E = (1 + \varphi)k_1 u^2 + uN. \quad (3)$$

Главные кривизны  $k_2, k_2$  поверхностей  $x^1, x^2 = \text{const}$  могут быть выражены через угол наклона  $\theta$  траектории к оси  $Z$ , функция  $h_3$  соответствует азимуту

$$k_2 = \frac{-\cos \theta}{h_3}; \quad h_3 \equiv R; \quad h_{20} \equiv (h_2)_0 \equiv h_2(x^1, 0). \quad (4)$$

Заметим, что соотношение (1) можно формально рассматривать как обыкновенное дифференциальное уравнение, так как оно не содержит производных по поперечной координате  $x^2$ .

Начальные данные для интегрирования уравнения (1) имеют вид

$$h_2 = h_{20}; \quad \frac{dh_2}{dx^1} = \frac{dh_2}{dx^1} \Big|_0 = -k_{10}, \quad (5)$$

где  $k_{10}$  — кривизна поверхности  $x^1 = 0$  на оси.

Параметры потока и связь криволинейных  $x^1$ ,  $x^2$  и цилиндрических координат могут быть найдены из системы эволюционных уравнений:

$$\frac{\partial Z}{\partial x^2} = -h_2 \sin \theta; \quad (6)$$

$$\frac{\partial R}{\partial x^2} = h_2 \cos \theta; \quad (7)$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x^2} = h_2 E; \quad (8)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial x^2} = \frac{dh_2}{dx^1}; \quad (9)$$

$$\frac{\partial h_1}{\partial x^2} = -h_2 k_1; \quad (10)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x^2} = h_2 \left( k_1 u + \frac{N}{1 + \varphi} - \frac{uE}{1 + \varphi} \right); \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial E}{\partial x^2} = h_2 \left[ (k_1 + k_2)E + k_2 \frac{\partial \varphi}{\partial x^1} - \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^{1^2}} \right] - \\ - \frac{\partial \varphi}{\partial x^1} \frac{\partial h_2}{\partial x^1} + \frac{h_{20} h_{30} J}{h_3 u}; \end{aligned} \quad (12)$$

$$\frac{\partial k_1}{\partial x^2} = h_2 k_1^2 + \frac{\partial^2 h_2}{\partial x^{2^2}}; \quad (13)$$

$$\frac{\partial k_2}{\partial x^2} = h_2 k_2^2 - k_2 \frac{\partial h_2}{\partial x^1}; \quad (14)$$

$$\frac{\partial k_2}{\partial x^2} = k_2 \left( \frac{\partial h_2}{\partial x^1} + h_2 k_2 \right); \quad (15)$$

$$\frac{\partial N}{\partial x^2} = h_2 k_2 N + \frac{h_{20} h_{30} J}{h_3}. \quad (16)$$

Приведенные уравнения (6)–(16) записаны в безразмерных переменных, нормировка которых в системе СИ проводится в соответствии с приведенными ниже соотношениями:

$$\varphi = \Phi / \Phi_M, \quad \Phi_M = -V_M^2 / \eta, \quad \eta = e / m,$$

где  $\Phi$  — величина потенциала в пучке, В;

$\Phi_M$  — характерная масштабная величина потенциала, равная для релятивистских пучков 511 кВ;

$V_M$  — масштабная величина скорости, равная для релятивистских пучков скорости света  $c$ ;

$\eta$  — удельный заряд электрона.

Характерные масштабные величины напряженности магнитного поля  $N_M$  и плотности тока электронного пучка  $J_M$  вычисляются из следующих соотношений:

$$N_M = V_M / \eta \mu_0 L_M, \quad J_M = \varepsilon_0 V_M / \eta L_M,$$

где  $L_M$  — масштаб длины;

$\varepsilon_0$  и  $\mu_0$  — диэлектрическая и магнитная проницаемости вакуума, соответственно.

Система уравнений (1)–(16) позволяет рассчитать все параметры релятивистского трубчатого электронного пучка в цилиндрической системе координат  $R, Z$  с учетом собственного магнитного поля, если заданы осевая траектория и распределение потенциала на ней, а также кривизна и плотность тока на поверхности инжекции.

Примем следующие дополнительные предположения. Во-первых, в качестве базовой или осевой трубки тока выберем внутреннюю траекторию пучка, на которой величина напряженности собственного магнитного поля равна нулю. Во-вторых, будем рассматривать пучки, величина скорости электронов на базовой траектории которых постоянна на всем протяжении компрессора, а следовательно, постоянна и величина потенциала, что приведет к упрощению уравнения (1).

Внутреннюю траекторию пучка будем задавать с помощью аналитических функций второго порядка с известным заранее характером изменения кривизны траектории по длине, определяющим соответствующее изменение величины напряженности поперечного отклоняющего электрического поля.

Следует заметить, что два последних допущения гарантируют еще и получение в результате решения внешней задачи синтеза гладкого внутреннего электрода компрессора, геометрически подобного базовой траектории. Это позволяет уже на стадии задания исходных данных прогнозировать конечный результат синтеза электродов электростатического компрессора РЭП.

### Методика и результаты синтеза РЭП в электростатическом компрессоре

Проверка предложенных алгоритмов синтеза систем формирования трубчатого РЭП в электростатическом компрессоре на основе геометризованных уравнений пучка первоначально проводилась путем расчета варианта, полученного при использовании упомянутых выше [2] аналитической методики и программы численного анализа, а также реализованного в экспериментальном макете инжектора РЭП. При задании внутренней траектории синтезируемого РЭП в виде дуги окружности и постоянной величины потенциала и скорости на этой траектории исходное уравнение (1) значительно упрощается за счет постоянной кривизны траектории и устранения членов с производными потенциала и собственным магнитным полем. В итоге уравнение (1) принимает вид

$$(1 + \varphi) u^2 \frac{\partial^2 h_2}{\partial x^2} = +h_2 \left[ -2(1 + \varphi) k_1^2 u^2 + \right. \\ \left. + (1 + \varphi) k_1 k_2 u^2 + (1 + \varphi) k_1^2 u^4 \right] + \frac{h_{20} h_{30} J}{h_3 u (1 + \varphi)}. \quad (17)$$

При расчете вариантов реальных систем формирования РЭП в электростатическом компрессоре был использован счет против потока [4, 6]. Для нахо-

ждения решения с нужными свойствами задавались следующие параметры пучка на выходе компрессора (рис. 2): радиус кривизны внутренней траектории и значение потенциала на ней, координаты внутренней и внешней траекторий, плотность тока и кривизна поверхности инжекции.

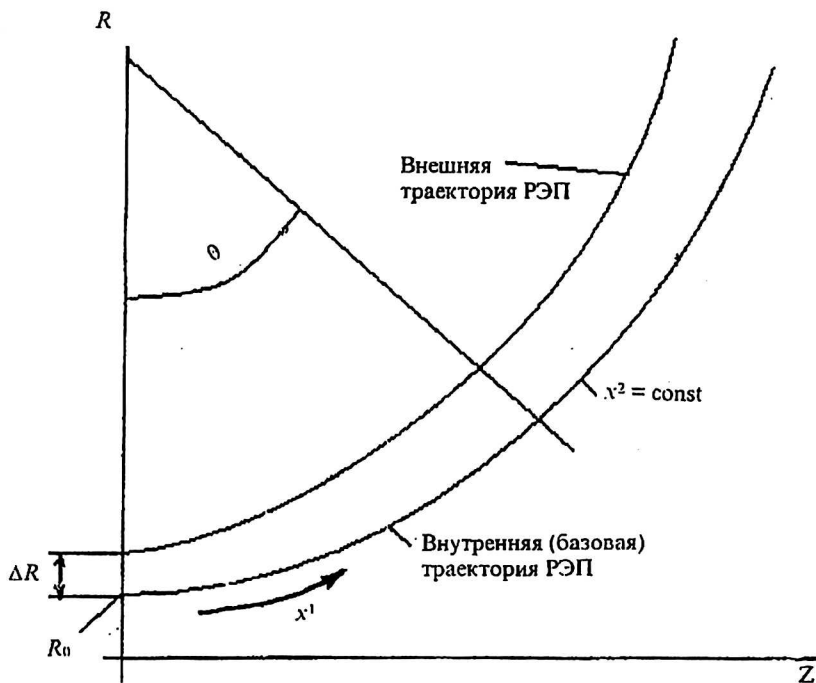


Рис. 2. Схема задания исходных данных при синтезе системы формирования РЭП в электростатическом компрессоре;

$R_0$  и  $\Delta R$  — радиус внутренней траектории и толщина релятивистского пучка на выходе из компрессора;  $\theta$  — угол поворота пучка в электростатическом компрессоре;  $x^1$  и  $x^2$  — продольная (связанная с базовой траекторией пучка) и поперечная координаты криволинейной ортогональной системы

Решение уравнения второго порядка (17) при заданных начальных условиях производится стандартным методом Рунге Кутты с постоянным шагом. В результате становятся известными значения коэффициента Ляме (нормированная толщина пучка) и его продольной производной на равномерной сетке продольной криволинейной координаты  $x^1$  от выхода до входа компрессора, задавать которую удобно посредством угла  $\theta$ , пропорционального в данном случае длине траектории.

Полученные данные позволяют рассчитать форму внешней траектории в цилиндрических координатах  $R, Z$ , а также вычислить распределение всех необходимых параметров на ней по формулам (6)–(16), например

$$\varphi^{(2)} = \varphi^{(1)} + (h_2 E)(x^2)_0, \tag{18}$$

где индексы (1) и (2) относятся к внутренней и внешней траекториям, а  $(x^2)_0$  — постоянная “толщина” пучка в криволинейной системе.

Вычисление потенциала  $\varphi$  и нормальной компоненты электрического поля  $E$  на траектории по формулам типа (18) позволяет сформулировать задачу определения формы электродов компрессора. Ее решение при отсутствии

катодной особенности во внутренней задаче проводится с использованием хорошо апробированного и обеспечивающего достаточную точность вблизи границ пучка параaxиального подхода и не представляет технической сложности.

Для реализации программы расчета ЭОС, формирующей РЭП с круговой базовой траекторией в электростатическом компрессоре, была использована профессиональная версия универсальной математической системы Mathcad 8, обладающая не только наиболее широким набором встроенных функций и всевозможных программ решения систем уравнений, но и предоставляющая пользователю, что не менее важно, удобный современный интерфейс.

На рис. 3, а, б приведены результаты синтеза трубчатого РЭП в электростатическом компрессоре с внутренней траекторией в виде дуги окружности радиусом 0,8 м при потенциале 500 кВ и токе пучка 600 и 2000 А. Сравнение показывает, что сформировать РЭП с малым поперечным размером на выходе компрессора и ламинарными траекториями возможно лишь при определенной, не слишком большой величине полного тока пучка (500–600 А). В случае больших токов значительно усложняется задача проектирования самой электронной пушки, от которой потребуются формировать на входе в компрессор ламинарный полый пучок большой толщины со значительной поперечной неоднородностью продольной скорости электронов, что является не менее трудной задачей, чем решаемая здесь.

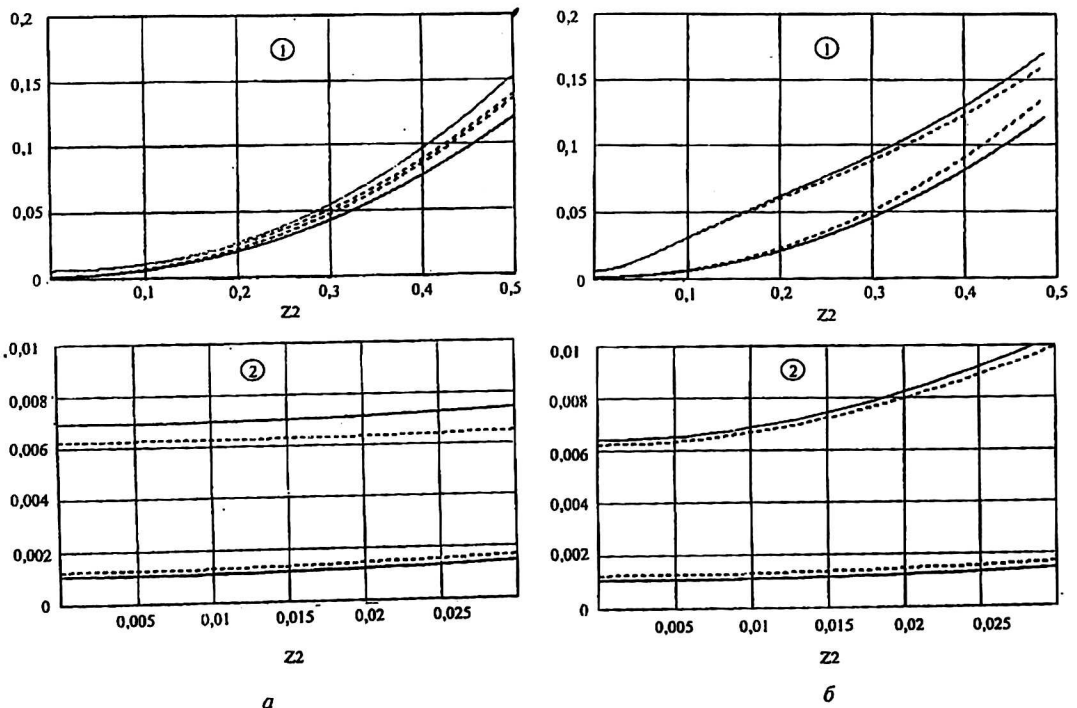


Рис. 3. Результаты синтеза трубчатого РЭП в электростатическом компрессоре при потенциале 500 кВ:

- ① — вся область формирования пучка в компрессоре;  
 ② — участок ЭОС, примыкающий к выходу из компрессора, в увеличенном масштабе;  
 — синтезированные электроны компрессора;  
 - - - границы пучка;
- а — ток пучка — 600 А; радиусы внутренней (заданной дугой окружности) и внешней траектории в кроссовере — 2 и 5 мм, соответственно; б — ток пучка — 2 кА; радиусы внутренней (заданной дугой окружности) и внешней траектории в кроссовере — 2 и 5 мм, соответственно

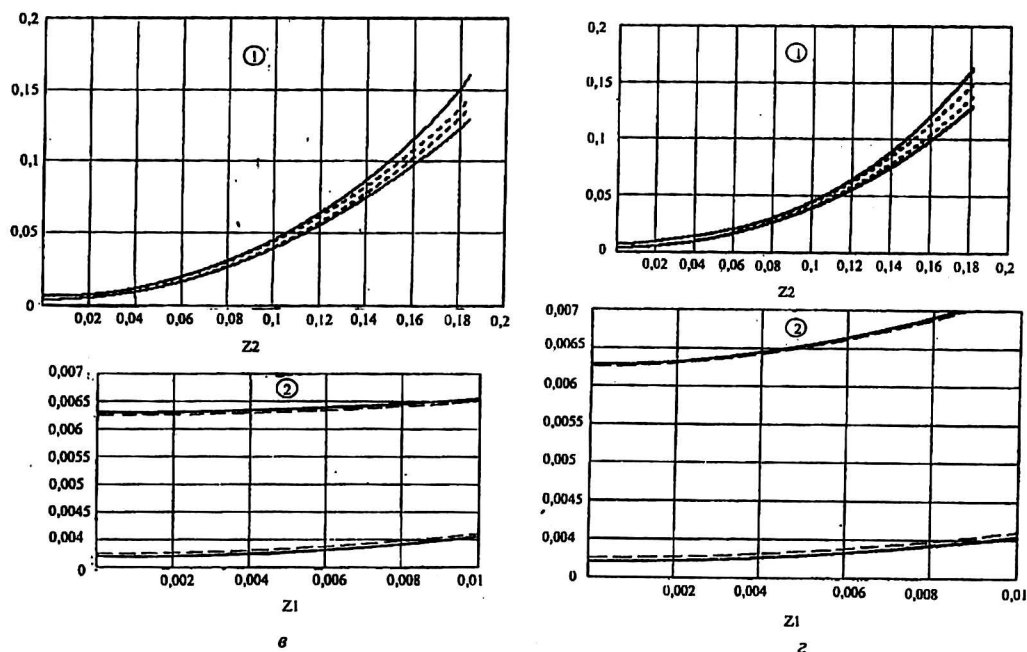


Рис. 3. Окончание:

$I$  — ток пучка — 1 кА; радиусы внутренней (заданной дугой эллипса) и внешней траекторий в кроссовере — 3 и 5 мм, соответственно;  $I$  — ток пучка — 1,5 кА; радиусы внутренней (заданной дугой эллипса) и внешней траекторий в кроссовере — 3 и 5 мм, соответственно

Рассмотрение вариантов с постоянной кривизной базовой траектории обнаружало, что для достижения более высоких параметров инжектора необходимо плавно изменять напряженность поперечного электрического поля, что соответствует аналогичному изменению кривизны внутренней границы потока.

Базовая траектория при этом описывается кривой второго порядка с переменной кривизной. Диапазон управляющих параметров существенно расширяется, что придало программе синтеза вид эффективного и универсального инструмента для разработки инжекторов РЭП с заданными характеристиками. Результаты синтеза различных вариантов систем формирования РЭП в электростатическом компрессоре (см. рис. 3, в, г) подтверждают возможность с помощью предложенного способа электростатической компрессии пучка [1] создавать устройства со значительно более высокой выходной удельной мощностью, чем в многопучковых инжекторах [7].

### Заключение

Разработаны алгоритмы и программа синтеза РЭП при использовании геометризованной теории плотных электронных потоков. Предложенный принцип построения ЭОС сильноточных инжекторов стационарного режима позволяет за счет электростатической компрессии совместить надежно работающую систему токоотбора с крупногабаритного кольцевого катода с высокой выходной удельной мощностью пучка.

Проведены расчеты систем формирования трубчатого РЭП в электростатическом компрессоре с ускоряющим потенциалом 500 кВ и током от 200 до 1500 А, включая варианты, ранее реализованные и исследованные в ВЭИ.

Программа синтеза ЭОС инжекторов РЭП с электростатической компрессией позволяет исследовать решения в широком диапазоне входных параметров и является эффективным инструментом расчета и проектирования инжекторов РЭП.

### Л и т е р а т у р а

1. Акимов П. И., Завьялов М. А., Переводчиков В. И., Коваленко Ю. А., Цхай В. Н. Электронный инжектор: А. с. 814164. 22.05.1979.
2. Акимов П. И., Есичев А. Б., Свеишиков В. М. Расчет электронно-оптической системы пушки с кольцевым катодом и электростатическим компрессором. // Методы расчета электронно-оптических систем: Тр. IV Всес. семинара / ВЦ СО АН СССР. — Новосибирск, 1982. С. 4—9.
3. Ероценков Е. К., Есичев А. Б., Завьялов М. А., Лейман В. Г. Неустойчивость трубчатого электронного пучка в электростатическом компрессоре // ФП. 1985. Т. 11. № 6. С. 700—705.
4. Коваленко Ю. А., Лошков И. В., Тосунян Г. А. Электростатическая компрессия пучков в узких каналах // РЭ. 1985. Т. 30. № 8. С. 1611—1619.
5. Сыровой В. А. Геометризованная теория релятивистских электронных пучков // Там же. Т. 44. № 6. 1999. С. 645—658.
6. Алямовский И. В. Электронные пучки и электронные пушки. — М.: Сов. радио, 1966.
7. Неганова Л. А., Плохов В. В., Сыровой В. А. К теории однослойных многопучковых электронно-оптических систем // Радиотехника и электроника. 1997. Т. 42. № 4. С. 479—488.

## Relativistic electron beam injector synthesis on basis of geometrized space-charge-flow equations

*P. I. Akimov, V. A. Syrovoy*

The Lenin's All-Russian Electrotechnical Institute (VEI), Moscow, Russia

*A. B. Bogoslovskaya*

Russian People Friendship University (RUDN), Moscow, Russia

*Algorithms and program of relativistic electron beam (REB) synthesis in the electrostatic compressor basis on using geometrized tubular relativistic beam equations are submitted. The calculations have confirmed efficiency of the algorithms, used in the program, and opportunity of high exit specific power injector creation with the help of the electrostatic compression.*