

Физика прочности и разрушения материала

УДК 537.872:621.3.095

Расчетное обоснование возникновения нулевых линий нормального поля рассеяния в зонах концентрации напряжений на поверхности стальной трубы при ее упругом изгибе в слабом внешнем магнитном поле

В. Г. Кулеев, А. А. Дубов, В. В. Лопатин
ОАО "Энергодиагностика", Москва, Россия

В работе на основе учета распределения упругих напряжений в изогнутой ферромагнитной бездефектной стальной трубе и вызванных ими магнитоупругих приростов намагниченности рассчитывается нормальное к ее поверхности поле рассеяния. В результате расчета получены линии нулей результирующего поля рассеяния, соответствующие зонам концентрации напряжений, при наличии как перпендикулярной, так и продольной (к оси трубы) составляющей слабого внешнего магнитного поля.

Главными из всех видов напряжений, испытываемых стальными котловыми трубами при их эксплуатации, являются, несомненно, напряжения изгиба [1, 2]. При этих напряжениях одна половина объема трубы растягивается, а другая сжимается, причем величины этих напряжений изменяются как вдоль трубы (по оси x), так и по ее азимуту (т. е. по оси α) [3, 4], хотя на практике они могут превышать предел текучести σ_T . Ниже будут рассмотрены только упругие напряжения изгиба, когда их максимальные значения $\sigma_{изг}^m < \sigma_T$.

Так как эти напряжения значительно больше средней величины внутренних напряжений в стали $\bar{\sigma}_i$, то они приведут к существенным необратимым смещениям 90-градусных доменных границ [5, 6] (на которые упругие напряжения только и могут непосредственно действовать [5]). Как известно [5], эти напряжения могут привести к магнитоупругому приросту намагниченности ΔM_σ только при наличии хотя бы малого магнитного поля \vec{H}_0 . Таким полем является, например, всегда имеющееся магнитное поле Земли. Оно всегда много меньше коэрцитивной силы котловой стали H_c , в результате чего слабо влияет на исходную доменную структуру, приводя только к появлению небольшой намагниченности:

$$\vec{M}(\vec{H}_0) = \chi \vec{H}_0, \quad (1)$$

где χ — начальная магнитная восприимчивость.

Последующее действие больших упругих напряжений ($\sigma_{изг}^m > \bar{\sigma}_i$) приведет в этом случае к сравнительно большому магнитоупругому приросту намагниченности ΔM_σ , в результате чего:

$$\bar{M}(\bar{H}_0, \sigma) = \bar{M}(\bar{H}_0) + \Delta \bar{M}_\sigma(\bar{H}_0, \sigma); \Delta M_\sigma \gg M(H_0). \quad (2)$$

Хотя магнитоупругие изменения намагниченности нелинейны (в зависимости от σ) [6, 7] и обладают свойствами насыщаться, тем не менее всегда соблюдается тенденция: большее значение σ в одном и том же поле вызывает большее значение ΔM_σ . Поэтому распределение намагниченности (2) в упруго-изогнутой трубе будет, хотя с некоторым нелинейным коэффициентом, повторять распределение в ней изгибных напряжений $\sigma_{изг}(x, \alpha)$. В результате все особенности функции $\sigma_{изг}(x, \alpha)$ (экстремумы, их место положения, длина "волны" напряжений, точки изменения знака) будут отражаться в функции $\Delta M_\sigma(x, \alpha)$.

Окружающее трубу магнитное поле рассеяния $\Delta \bar{H}(\Delta \bar{M}_\sigma)$ будет нести информацию об этом распределении намагниченности $\Delta M_\sigma(x, \alpha)$, в результате чего благодаря связи функций $\sigma_{изг}(x, \alpha)$ и $\Delta M_\sigma(x, \alpha)$ можно в принципе по соответствующим измерениям поля рассеяния делать суждения о величине и распределении изгибных напряжений в трубе.

Настоящая работа как раз и посвящена исследованию связи нормального поля рассеяния ΔH_r , измеряемого на поверхности трубы, с упругими изгибными напряжениями в котловых трубах, а также определению формы нулевых линий в общем случае, когда на трубу действует как продольное, так и перпендикулярное ее оси внешнее малое магнитное поле.

Изгибные напряжения в трубе

Если котловая труба имеет заземление [1, 2], то при ее нагреве (во время работы котла) в заземленной части длиной ℓ_0 возникают тепловые напряжения [8]:

$$\sigma_{xx} = -E\varepsilon_T = -E\gamma\Delta T, \quad (3)$$

где E — модуль Юнга;

ε_T — тепловая деформация;

γ — коэффициент теплового расширения;

ΔT — разность начальной (T_0) и текущей (T) температур трубы;

знак (-) в (3) говорит о том, что напряжения (3) сжимающие.

Как известно [3, 4], при достижении напряжениями (3) с ростом T критического значения $\sigma_{xx}^{кр}$, заземленный участок трубы теряет устойчивость и изгибается. Форма изгиба зависит от характера закрепления концов заземленного участка трубы. Именно она определяет величину $\sigma_{xx}^{кр}$ [3]. Будем считать, что заземление носит шарнирный характер, что наиболее близко к реальности [3]. Тогда форма изгиба представляет собой одну полуволну синусоиды [3, 4]

$$y = y_0 \cos \frac{\pi x}{\ell_0}, \quad -\frac{\ell_0}{2} \leq x \leq \frac{\ell_0}{2}. \quad (4)$$

Здесь ось y лежит в плоскости изгиба трубы (см. рис. 1, a) и перпендикулярна ее образующей (оси x); y_0 — максимальное значение стрелы прогиба ($y_0 = OB$ на рис. 1, a). Величина критического напряжения [3, 4] равна

$$\sigma_{xx}^{кр} = -\frac{\pi^2 EJ}{\ell_0^2 S}. \quad (5)$$

Здесь J — момент инерции сечения трубы; S — площадь ее поперечного сечения:

$$J = \frac{1}{4}\pi(r_2^4 - r_1^4), \quad S = \pi(r_2^2 - r_1^2),$$

где r_2, r_1 — внешний и внутренний радиусы трубы, соответственно. Приравняв (3) и (5), получим выражение для критической температуры:

$$T_{кр} = T_0 + \Delta T_{кр} = T_0 + \frac{\pi^2 J}{\gamma \ell_0^2 S}. \quad (6)$$

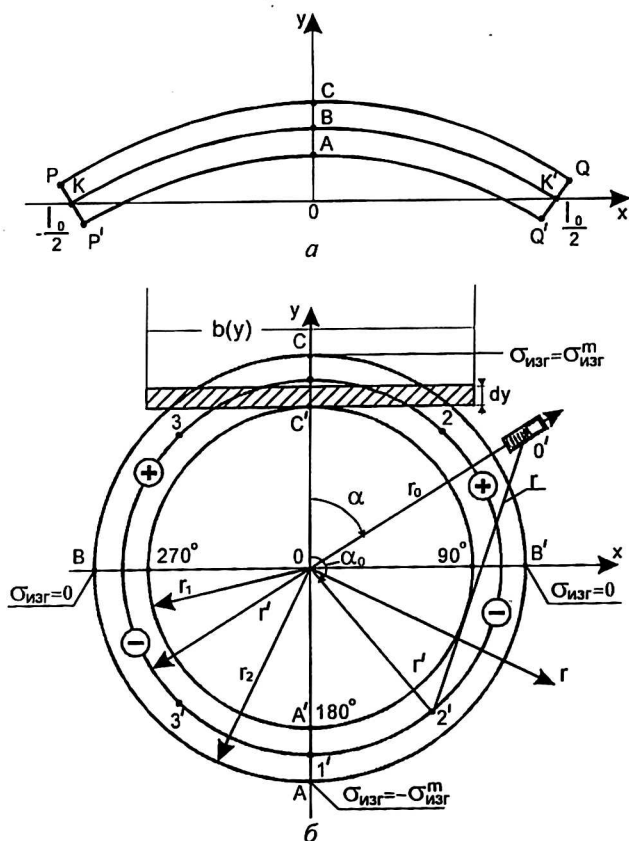


Рис. 1. Параметры изогнутой трубы:

a — продольное диаметрально сечение в плоскости изгиба; OB — стрела прогиба; KK' — нейтральная линия $\sigma_{изг} = 0$; b — поперечное сечение, $x = 0$

Оценим критические напряжения (5) и температуру (6) для трубы $6 \times 0,6$ см длиной $\ell_0 = 3$ м из стали ст. 3, для которой $\gamma = 1,2 \cdot 10^{-5}$ град $^{-1}$, $E = 2 \cdot 10^{12}$ эрг/см 3 . В этом случае с учетом того, что $r_2 = 3$ см, $r_1 = 2,4$ см, $S = 10,89$ см 2 ,

$J = 37,56 \text{ см}^4$, из (5), (6) получим: $\sigma_{xx}^{кр} = -77 \text{ МПа}$; $\Delta T_{кр} = 31,5 \text{ }^\circ\text{С}$. На самом деле, из-за того, что в процессе нагрева трубы ее места заземления также нагреваются, испытывают тепловое расширение и под действием напряжений (3) также деформируются, то они берут на себя часть тепловых деформаций [8]. В результате критические напряжения (5) на практике достигаются при несколько более высокой температуре, чем даваемое (6).

При дальнейшем росте температуры $\Delta T > \Delta T_{кр}$ тепловое удлинение заземленной части трубы

$$\ell(\Delta T') = \ell_0 + \Delta\ell(\Delta T') = \ell_0(1 + \gamma\Delta T'), \quad (7)$$

где $\Delta T' = \Delta T - \Delta T_{кр}$ приведет к ее изгибу. При этом однородные сжимающие напряжения (5) не изменяются [8].

Длина изогнутой трубы

$$\ell(\Delta T') = \int_{-\ell_0/2}^{\ell_0/2} \sqrt{1 + (dy/dx)^2} dx = \ell_0 \left(1 + \frac{\pi^2 y_0^2}{4\ell_0^2} \right)$$

равна значению $\ell(\Delta T')$, даваемому (7). Учитывая это, получим:

$$y_0 = \frac{2\ell_0}{\pi} \sqrt{\gamma\Delta T'} = 0,66\sqrt{\Delta T'}, \text{ см.} \quad (8)$$

Второе выражение относится к нашим значениям параметров (см. выше). Кривизна ρ изогнутой трубы при форме изгиба, даваемого (4), не является постоянной величиной. Выражение для нее получается из соотношений [3]

$$\frac{1}{\rho} = \frac{N}{EJ} = -\frac{d^2y}{dx^2}, \quad (9)$$

здесь N — изгибающий момент.

С учетом (4), (8) имеем:

$$\frac{1}{\rho} = \frac{2\pi}{\ell_0} \sqrt{\gamma\Delta T'} \cos \frac{\pi x}{\ell_0} = 7,2 \cdot 10^{-5} \sqrt{\Delta T'} \cos \frac{\pi x}{\ell_0}, \text{ см}^{-1}.$$

Своего максимального абсолютного значения $\sigma_{изг}^m$ изгибные напряжения достигают в плоскости изгиба xOy (от которой отсчитывается угол α) в месте наибольшего прогиба ($y = y_0 = OB$, см. рис. 1, а). В точке C (где $\alpha = 0^\circ$) они растягивающие, а в диаметрально противоположной точке A (где $\alpha = 180^\circ$) они сжимающие ($\sigma_{изг} = -\sigma_{изг}^m$). По мере удаления от этих точек A, C как по оси x , так и по азимуту α величины изгибных напряжений уменьшаются, достигая нулевых значений, как на нейтральной линии трубы KK' (рис. 1, б), так и на концах заземленного участка $x = \pm \ell_0/2$. В результате изгибные напряжения в заземленном участке трубы описываются выражением [3, 4, 8]:

$$\sigma_{изг}(x, \alpha) = \sigma_{изг}^m \cos \frac{\pi x}{\ell_0} \cos \alpha, \quad (10)$$

где

$$\sigma_{изг}^m = \frac{Er_2}{\rho} = \frac{Nr_2}{J} = \frac{2\pi r_2 E}{\ell_0} \sqrt{\gamma\Delta T'} = 43,5\sqrt{\Delta T'}, \text{ МПа.} \quad (11)$$

На рис. 1, б даны оси координат и показаны знаки изгибных напряжений на сечении трубы в месте ее максимального прогиба: $r = r_2$, $x = 0$. Отметим, что на внутренней поверхности трубы $r = r_1$ в этом же сечении напряжения будут меньше, чем (11) (в r_2/r_1 раза — в точках C' , A' на рис. 1, б). В результате во всем сечении трубы при всех α они линейно возрастают при росте r от $r = r_1$ до $r = r_2$ до их значений на поверхности трубы (10).

Зависимость изгибного момента от x (см. (4), (9)) приводит к появлению касательных напряжений τ [8]. Однако в нашем случае длинных труб $\ell_0 \gg d$ они всегда много меньше изгибных. Расчеты, проведенные в [4], показывают, что

$$\frac{\tau_{\max}}{\sigma_{\text{изг}}^m} = \frac{\pi d}{2\ell_0} \ll 1, \quad \frac{\pi d}{2\ell_0} \cong 0,03,$$

и далее эти напряжения можно не рассматривать.

Магнитоупругие изменения намагниченности при изгибе

Пусть на элемент объема ферромагнитной стальной трубы, помещенной в слабое магнитное поле \vec{H}_0 , с намагниченностью (1) действуют циклические растягивающие σ_+ или сжимающие σ_- упругие напряжения (рис. 2):

$$\sigma_{\pm}(t) = \pm \sigma^m \sin^2 \frac{\omega t}{2}, \quad (12)$$

здесь t — время; ω — круговая частота.

Тогда, например, первичное наложение нагрузки соответствует $\omega t = \pi$, ее снятие — $\omega t = 2\pi$ и т. д.

Напряжения (12) приведут к существенному магнитоупругому приросту намагниченности (2), который, как известно [5, 6], складывается из регулярных его изменений $\Delta M_{\text{rev}}(H_0, \sigma_{\pm})$ (положительных при растяжении $\sigma = \sigma_+$ и отрицательных при сжатии $\sigma = \sigma_-$) и общего необратимого прироста $\Delta M_{\text{irr}}(H_0, \sigma_{\pm})$, который всегда положителен, и с ростом числа циклов стремится к насыщению: $\Delta M_{\text{irr}} = \Delta M_{\text{irr}}^m(H_0, \sigma_{\pm})$.

$$\Delta M_{\sigma}(H_0, \sigma_{\pm}) = \Delta M_{\text{irr}}(H_0, \sigma_{\pm}) + \Delta M_{\text{rev}}(H_0, \sigma_{\pm}). \quad (13)$$

На рис. 3, а показаны магнитоупругие изменения намагниченности в стали ст. 3 в поле 0,5э при наложении и снятии напряжений (± 160 МПа); там же приведены установившиеся регулярные изменения намагниченности. Видно, что при растяжении они заметно больше, чем при сжатии:

$$\Delta M_{\text{irr}}^1(+160 \text{ МПа}) = 240 \text{ Гс}; \quad \Delta M_{\text{irr}}^m(+160 \text{ МПа}) = 306 \text{ Гс};$$

$$\Delta M_{\text{irr}}^1(-160 \text{ МПа}) = 56 \text{ Гс}; \quad \Delta M_{\text{irr}}^m(-160 \text{ МПа}) = 62 \text{ Гс};$$

$$\Delta M_{\text{rev}}(+160 \text{ МПа}) = 31 \text{ Гс}; \quad \Delta M_{\text{rev}}(-160 \text{ МПа}) = -38 \text{ Гс}.$$

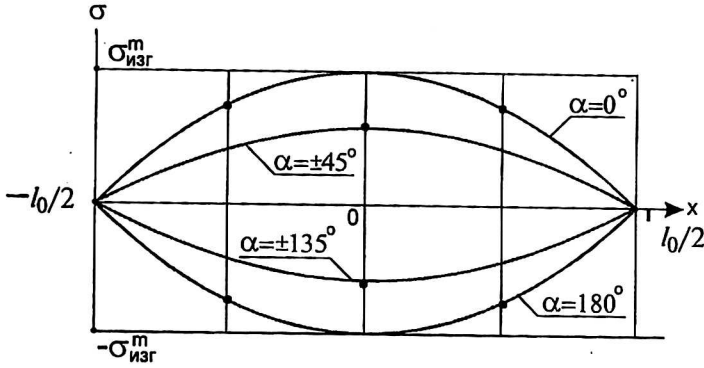


Рис. 2. Распределение напряжений вдоль разных образующих трубы: $\alpha = 0^\circ; \pm 45^\circ; \pm 135^\circ; 180^\circ$.

Величина $\Delta M_{irr}^1 = \Delta M_{irr}^m(\omega t = \pi)$ (см. (12)), другими словами, это необратимый прирост намагниченности при первом наложении напряжений.

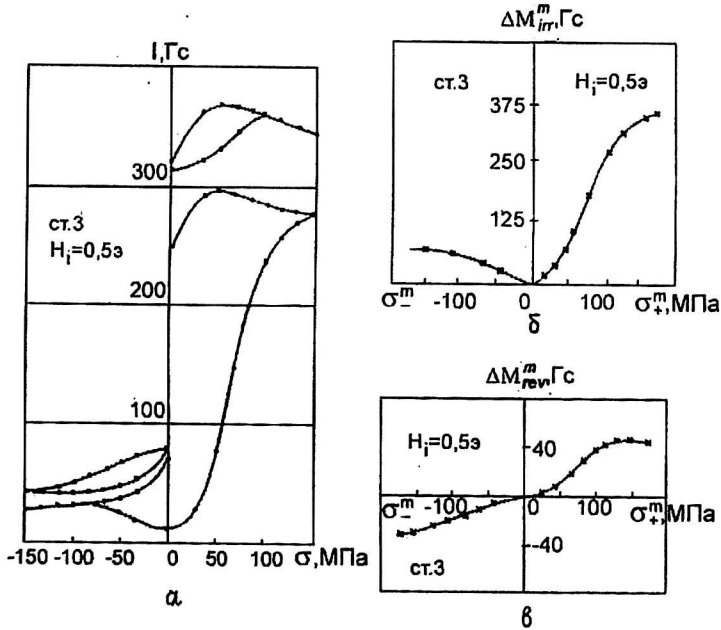


Рис. 3. Магнитоупругие изменения намагниченности в стали ст. 3 в постоянном внутреннем магнитном поле $H_1 = 0,5 \text{ Э}$:
 а — при наложении и снятии растягивающих и сжимающих напряжений; (замкнутые петли — их установившиеся изменения);
 б — амплитудные зависимости необратимой ΔM_{irr}^m ;
 в — регулярной ΔM_{rev}^m частей общего магнитоупругого прироста ΔM_σ

С ростом их амплитуд σ_\pm^m (в данном поле) величины обеих составляющих магнитоупругого прироста (13) вначале растут, а затем идет насыщение. На рис. 3, б, в приведены соответствующие кривые $\Delta M_{irr}^m(\sigma_+^m)$ и $\Delta M_{rev}^m(\sigma_+^m)$ при

$0 \leq \sigma_{\pm}^m \leq 173$ МПа. Различие между действием растягивающих и сжимающих напряжений здесь еще более наглядно.

При изменениях величины магнитного поля (остающемся при этом малым $H_0 \ll H_c$) обе составляющие ΔM_{σ} (13) в первом приближении зависят от него линейно [5, 6]. Это обстоятельство позволяет легко оценить величины магнитоупругих приростов в стали ст. 3, исходя из данных рис. 3 при любых других значениях поля, если сохраняется условие его малости: $H_0 \ll H_c$.

Анализ распределения изгибных напряжений в трубе (см. рис. 2) и данных о магнитоупругих изменениях намагниченности (см. рис. 3) при растяжении и сжатии позволяет, хотя и приближенно, найти распределение намагниченности ΔM_{σ} как по ее длине, так и по азимуту при добавочном условии постоянства величины внутреннего магнитного поля. С другой стороны, неоднородность напряжений (10) приведет к неоднородности намагниченности $\Delta M_{\sigma}(x, \alpha)$ и, соответственно, к появлению объемных магнитных зарядов [9, 10], которые в некоторой степени уменьшат внутреннее поле (по сравнению с H_{0x}), а вместе с тем и саму намагниченность ΔM_{σ} (см. выше).

Несмотря на эффекты размагничивания, тем не менее большему значению напряжения всегда соответствует большее значение ΔM_{σ} , а кривая $\Delta M_{\sigma}(x, \alpha)$ повторяет, хотя и с нелинейным коэффициентом, все особенности распределения изгибных напряжений в трубе (10), далее для простоты будем аппроксимировать распределение намагниченности ΔM_{σ} вдоль любой образующей трубы квадратной зависимостью, как в [10].

$$\Delta M_{\sigma}^{\pm}(x, \alpha) = \Delta M_{01}^{\pm}(\alpha) \left(1 - \frac{4x^2}{l_0^2} \right). \quad (14)$$

Знаки (+) и (-) относятся к растянутой и сжатой половинам трубы. Хотя с изменением угла α от значений $\alpha = 0^\circ$ и $\alpha = 180^\circ$ напряжения уменьшаются пропорционально $\cos \alpha$ (10), изменение ΔM_{σ} подчиняется в общем случае экспоненциальному закону [6]

$$\begin{aligned} \Delta M_{irr}^m(\sigma_{\pm}^m) &= \Delta M_1^{\pm}(H) \left\{ 1 - \exp \left[- \left(\frac{\sigma_{\pm}^m}{\sigma_1^{\pm}} \right)^2 \right] \right\}, \\ \Delta M_{rev}^m(\sigma_{\pm}^m) &= \Delta M_2^{\pm}(H) \left\{ 1 - \exp \left[- \left(\frac{\sigma_{\pm}^m}{\sigma_2^{\pm}} \right)^2 \right] \right\}, \end{aligned} \quad (15)$$

где параметры σ_1^{\pm} , σ_2^{\pm} определяются из экспериментов на образцах [5, 6].

Если действующие напряжения амплитудой σ_{\pm}^m меньше, чем σ_1^{\pm} , σ_2^{\pm} , то зависимости (15) упрощаются

$$\begin{aligned} \Delta M_{irr}(\sigma_{\pm}^m) &= \Delta M_1^{\pm}(H) \left(\frac{\sigma_{\pm}^m}{\sigma_1^{\pm}} \right)^2, \\ \Delta M_{rev}(\sigma_{\pm}^m) &= \Delta M_2^{\pm}(H) \left(\frac{\sigma_{\pm}^m}{\sigma_2^{\pm}} \right)^2. \end{aligned} \quad (16)$$

В [6] приведены значения этих параметров зависимостей (15), (16) для стали ст. 3: $\sigma_1^{\pm} = 500$ МПа, $\sigma_2^{\pm} = 400$ МПа; $\sigma_1^{-} = 320$ МПа, $\sigma_2^{-} = 620$ МПа. В результате зависимости магнитоупругих приростов намагниченности от напряжений можно описывать соотношениями (16), и из (14) с учетом (10), (16) получаем

$$\Delta M_{\sigma}^{\pm}(x, \alpha) = \Delta M_{01}^{\pm} \left(1 - \frac{4x^2}{\ell_0^2} \right) \cos^2 \alpha. \quad (17)$$

Величины ΔM_{01}^{+} заметно больше, чем ΔM_{01}^{-} (см. рис. 3 и вышеприведенные оценки). Рассмотрим случай наложения и снятия напряжений (10) ($\omega t = 2\pi$, (12)), тогда в стали ст. 3 ΔM_{01}^{+} в четыре раза больше, чем ΔM_{01}^{-} . Пусть максимальное изгибное напряжение $\sigma_{изг}^m = 200$ МПа, а $H_{0x} = 0,3$ Э; в этом случае $\Delta M_{01}^{+} = 144$ Гс; $\Delta M_{01}^{-} = 36$ Гс. Эффекты размагничивания несколько уменьшают эти значения. Поэтому в последующих расчетах примем несколько меньшие значения ΔM_{01}^{+} , ΔM_{01}^{-} , сохранив соотношение между их величинами: $\Delta M_{01}^{+} = 120$ Гс; $\Delta M_{01}^{-} = 30$ Гс.

Зависимости (17) приводят к появлению объемных магнитных зарядов [9, 10]:

$$\rho_m^{\pm} = -4\pi \operatorname{div}(\Delta M_{\sigma}^{\pm}) = 4\pi \frac{8\Delta M_{\sigma}^{\pm}}{\ell_0^2} x \cos^2 \alpha, \quad (18)$$

которые, как и в [10], заменим на линейные с плотностью τ_{ℓ} . Последние существенно зависят от α . Найдем суммарный заряд $\tau_{\ell}(x)$ отдельно для растянутой и сжатой половин сечения трубы $\tau_{\ell}^{\pm}(x)$ (см. рис. 1, б). Для этого выделим элементарные полоски, перпендикулярные оси y , площадью $dS = b(y)dy$ (определение величины b на рис. 1, б), в которых напряжения (10) и, следовательно, намагниченности ΔM_{σ}^{\pm} постоянны по своей величине. Магнитный заряд такой плоскости равен

$$d\tau^{\pm} = \rho_m^{\pm}(x) \cos^2 \alpha dS = -\rho_m^{\pm}(x) \cos^2 \alpha b(\alpha) r_2 \sin \alpha d\alpha, \\ \rho_m^{\pm}(x) = 4\pi \frac{8\Delta M_{\sigma}^{\pm}}{\ell_0^2} x. \quad (19)$$

Суммируя эти заряды на каждой половине сечения трубы и учитывая при этом изменение выражения для $b(\alpha)$ при переходе точки $y = r_1$ (см. рис. 1, б):

$$b(\alpha) = 2r_2 \sin \alpha, \quad r_2 \geq y \geq r_1,$$

$$b(\alpha) = 2r_2 \sin \alpha - 2r_1 \sqrt{1 - \frac{r_2^2}{r_1^2} \cos^2 \alpha}, \quad y \leq r_1, \quad (20)$$

получим результирующее значение для линейной плотности магнитных зарядов в растянутой (+) и сжатой (-) половинах сечения трубы в произвольной точке x :

$$\tau^{\pm}(x) = 2,08 ; \quad \rho_m^{\pm}(x) = 2,08 4\pi \frac{8\Delta M_{\sigma}^{\pm}}{\ell_0^2} x. \quad (21)$$

Именно это значение заряда должно сохраняться при последующем моделировании его реального распределения (18) конечным числом заряженных нитей.

Анализ выражений (19), (20) показывает, что в любом сечении трубы заряд (21) распределен пропорционально $\cos^2\alpha$. Это обстоятельство определяет любые варианты моделирования распределения магнитных зарядов по трубе конечным числом заряженных нитей. Однако если это число выбрать малым (например, распределить заряды τ^+ и τ^- каждый по трем заряженным нитям, см. рис. 1, б, где центры этих нитей лежат на окружности $r = r'$ в точках $\alpha = 0; 45; 315; 180; 135; 225^\circ$ — соответственно точки 1, 2, 3 и 1', 2', 3'), то вычисленные с их помощью поля рассеяния будут иметь добавочные максимумы над каждой нитью. Поэтому для расчетов поля рассеяния упругоизогнутой трубы было взято 96 заряженных нитей — по 48 в каждой половине трубы. Расстояние между соседними нитями составляло $\pi/48 = 3,75^\circ$. Заряд каждой из них с номером i ($1 \leq i \leq 48$) составлял

$$\tau_i^{\pm}(x) = 2,08 \frac{\cos^2 \alpha_i}{\sum_1^{48} \cos^2 \alpha_i} \rho_m^{\pm}(x).$$

Это позволяет вычислить магнитные потенциалы каждой нити [9, 10]:

$$\varphi_i^{\pm} = \frac{\tau_{0i}^{\pm}}{4\pi} \int_{-\ell_0/2}^{\ell_0/2} \frac{x_1 dx_1}{R_i(x_1)} = \tau_{0i}^{\pm} \{R_i - x \ln[x - x_1 + R_i]\} \Big|_{-\ell_0/2}^{\ell_0/2},$$

где

$$R_i^2 = (x - x_1)^2 + r_i^2, \quad r_i^2 = r_0^2 + r'^2 - 2r_0 2r' \cos(\alpha - \alpha_{0i}),$$

$$i = 1, 2, 3 \dots 48, \quad \tau_i^{\pm}(x) = 4\pi \tau_{0i}^{\pm} x,$$

здесь x_1 — текущая координата линейно заряженной нити;

R_i и r_i — расстояние, соответственно, от x_1 и заряженной нити до точки наблюдения (точки O' на рис. 1, б);

$r_0 = OO'$ — расстояние от оси трубы до точки наблюдения;

α_{0i} — угловая координата нити номера i .

Для вычисления нормальной к поверхности трубы составляющей поля рассеяния в точке (x, α, r_2) следует взять производную от φ_i по r_0 (а не по r). В результате для нити номера i имеем:

$$\Delta H_{ri}^{\pm} = -\frac{\partial \varphi_i^{\pm}}{\partial r_i} \frac{\partial r_i}{\partial r_0} = -\frac{1}{r_i} [r_0 - r' \cos(\alpha - \alpha_{0i})] \frac{\partial \varphi_i^{\pm}}{\partial r_i},$$

что окончательно дает

$$\Delta H_{ri}^{\pm} = \tau_{0i}^{\pm} [r_0 - r' \cos(\alpha - \alpha_{0i})] \left\{ \frac{R_i^+ + \frac{\ell_0}{2}}{R_i^+ + \left(R_i^+ + x + \frac{\ell_0}{2}\right)} - \frac{R_i^- - \frac{\ell_0}{2}}{R_i^- \left(R_i^- + x + \frac{\ell_0}{2}\right)} \right\}, \quad (22)$$

где

$$(R_i^\pm)^2 = \left(x \pm \frac{\ell_0}{2}\right)^2 + r_i^2. \quad (23)$$

Сумма таких выражений с индексом (+) по всем i даст результирующее поле рассеяния от верхней растянутой половины трубы. Складывая его с полем от нижней сжатой половины трубы (с индексом (-)), получим результирующее поле рассеяния от всей упругоизогнутой трубы в любой точке ее поверхности:

$$\Delta H_r(x, \alpha) = \sum_{i=1}^{48} \Delta H_{ri}^+ + \sum_{i=1}^{48} \Delta H_{ri}^-. \quad (24)$$

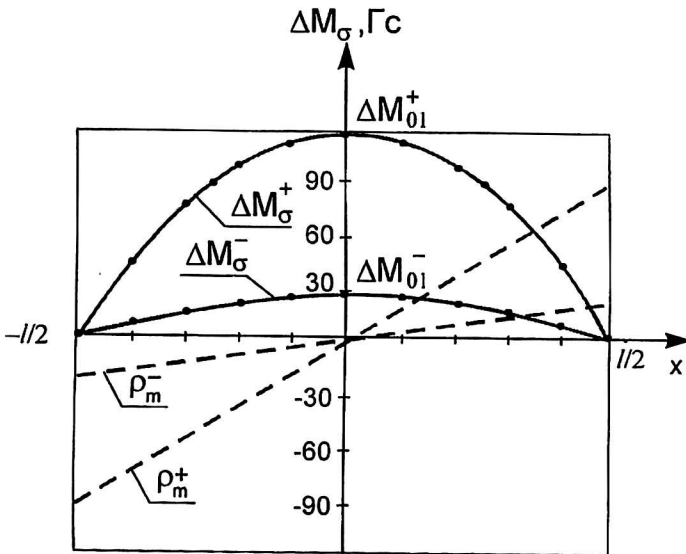


Рис. 4. Изменения намагниченностей ΔM_σ^\pm и объемных магнитных зарядов ρ_m^\pm схематически вдоль изогнутой трубы для растянутой (+) и сжатой (-) ее половин

На рис. 5 а, б приведен ряд кривых, рассчитанных по (24), (22), (23): кривые $\Delta H_r(x)$ были рассчитаны при $\alpha = 0, 45, 90, 135, 180^\circ$ (см. рис. 5, а); кривые $\Delta H_r(x)$ — при $x = \pm 72; \pm 144$ см (см. рис. 5, б). Значения $x = \pm 144$ см соответствуют местоположениям экстремумов функции $\Delta H_r(x)$. В случае однородной намагниченности эти экстремумы были бы в точках $x = \pm \ell_0/2 = \pm 150$ см. Видим, что неоднородность намагниченности ΔM_σ^\pm сдвигает точку экстремума на 4 %. Наименьшие значения величин экстремумов достигаются при $\alpha = \pm 90^\circ$ — на нейтральной линии изогнутой трубы; они в 19 раз меньше наибольшего экстремума, достигаемого при $\alpha = 0^\circ$ — на образующей трубы, где максимальны растягивающие напряжения.

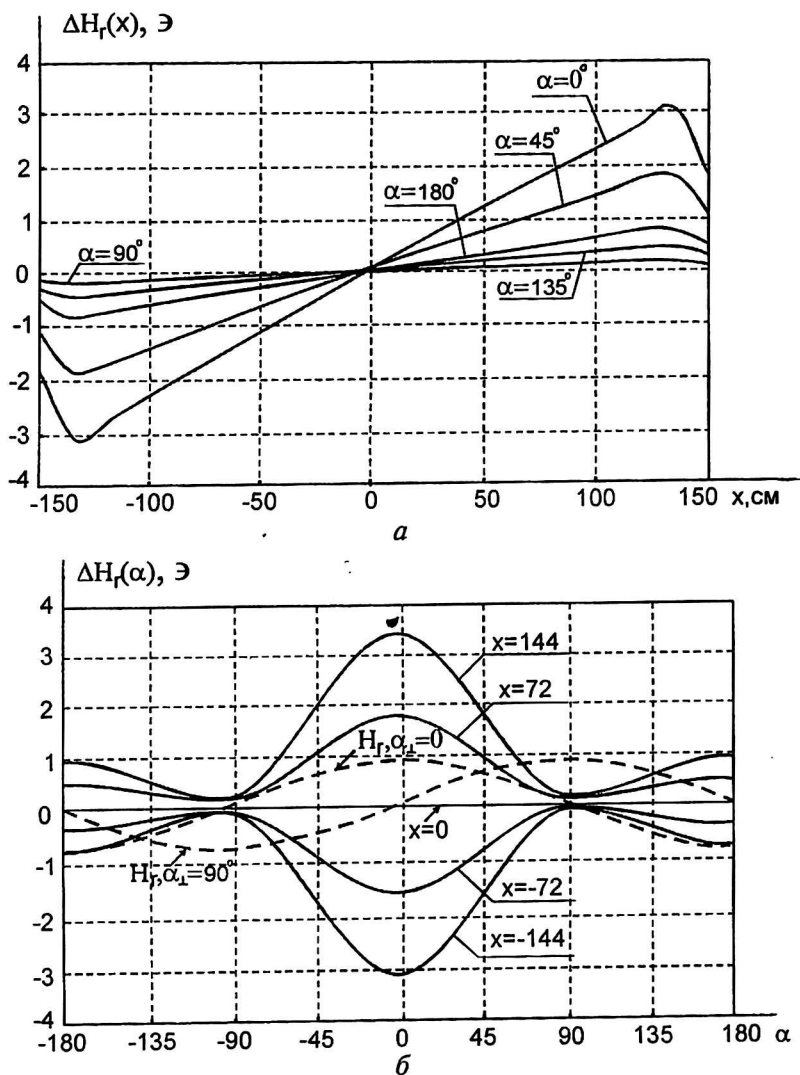


Рис. 5. Зависимости поля рассеяния ΔH_r упругоизогнутой трубы: а — от x при $\alpha = 0; 45; 90; 135; 180^\circ$; б — от α при $x = \pm 144; \pm 72$ см при наличии слабого продольного магнитного поля $H_{0x} = 0,3 \text{ Э}$

Таким образом, в предложенной модели учитывается следующее: зависимости ΔM_σ^\pm повторяют все особенности зависимости $\sigma_{\text{изг}}(x, \alpha)$; области положительных и отрицательных зарядов, как и характер их распределения по x, α , и симметрия полностью сохраняются; учитывается геометрия трубы: точки α_{0i} — оси заряженных нитей лежат на окружности $r = r'$. Вместе с тем принят ряд допущений: вместо $\cos^2 \frac{\pi x}{\ell_0}$ — квадратичная зависимость (17); эффекты насыщения магнитоупругого прироста намагниченности (15) учтены приближенно (16). Тем не менее, в этой модели полностью сохраняются все основные черты исследуемого явления.

Расчет нулевых линий

Кроме нормального поля рассеяния, вызванного продольной намагниченностью (14), на трубу в общем случае действует еще и перпендикулярное ее оси поле $\vec{H}_{0\perp}$, которое дает всегда один и тот же вклад в результирующее поле рассеяния на поверхности трубы ΔH_r^0 , если $\mu \gg 1$ (μ — начальная магнитная проницаемость) [10]:

$$H_r(M_r) = -2H_{0\perp} \cos \alpha_{\perp}.$$

Здесь угол α_{\perp} — отсчитывался от направления поля $\vec{H}_{0\perp}$. В самом простом случае вектор $\vec{H}_{0\perp}$ лежит в плоскости изгиба трубы, тогда $\alpha_{\perp} = \alpha$, и линия нулей результирующего поля рассеяния будет определяться из уравнения

$$\Delta H_r^0 = \sum_i \Delta H_{r_i}^+ + \sum_i \Delta H_{r_i}^- - 2H_{0\perp} \cos \alpha = 0. \quad (25)$$

В случае общего направления поля $\vec{H}_{0\perp}$ по отношению к плоскости изгиба трубы (от которой ведется отсчет угла α , см. рис. 1, а, б) уравнение (25) примет вид

$$\Delta H_r^0(x, \alpha) = \sum_i \Delta H_{r_i}^+ + \sum_i \Delta H_{r_i}^- - 2H_{0\perp} \cos(\alpha - \alpha_{\perp}) = 0.$$

Расчет нулевых линий проведен с помощью программы Math Cade при $H_{0\perp} = 0,05; 0,1; 0,2$ Э; при этом брались два значения намагниченности:

$\Delta M_{\sigma}^+ (r = r_2, \alpha = 0^\circ) = 120$ Гс (когда $\frac{\tau_{\ell}^{\pm}}{\rho_m^{\pm}(x)} = 2,08$) и $\Delta M_{\sigma}^+ = 240$ Гс (когда

$\frac{\tau_{\ell}^{\pm}}{\rho_m^{\pm}(x)} = 4,16$), при этом соотношение величин ΔM_{σ}^+ и ΔM_{σ}^- оставалось од-

ним и тем же: $\Delta M_{\sigma}^+ = 4 \Delta M_{\sigma}^-$.

На рис. 6, а—д на развертке трубы показаны полученные картины нулевых линий результирующего поля $\Delta H_r^0(x, \alpha)$ при $\alpha_{\perp} = 0; 45; 90^\circ$. Нулевые кривые при $\alpha_{\perp} = 135$ и 180° совпадают с нулевыми линиями, соответственно, при $\alpha_{\perp} = 45^\circ$ и $\alpha_{\perp} = 0^\circ$. Сравнение рис. 6, а и б, в, а также б, б и б, г показывает, что нулевые линии в каждой из этих пар одинаковы при всех α_{\perp} . Таким образом, картина нулевых линий определяется соотношением величин перпендикулярного поля $H_{0\perp}$ и магнитоупругого прироста намагниченности: например, если одновременно изменить в одно и то же число раз значения $H_{0\perp}$ и $\Delta M_{\sigma}^+ (r = r_2, \alpha = 0^\circ)$, то картина нулевых линий не изменится.

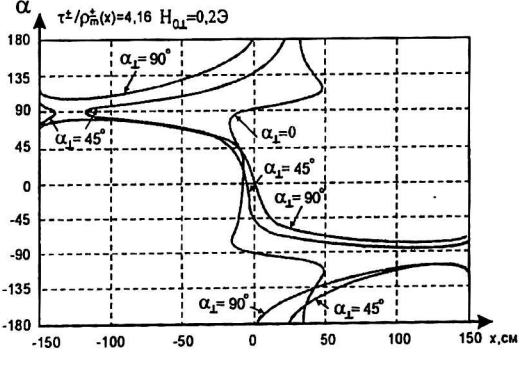
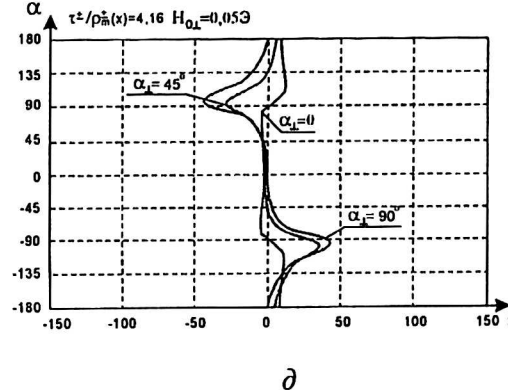
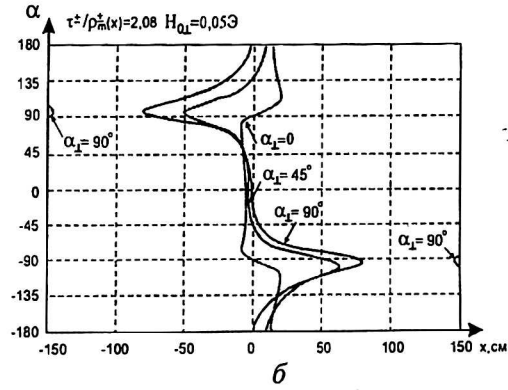
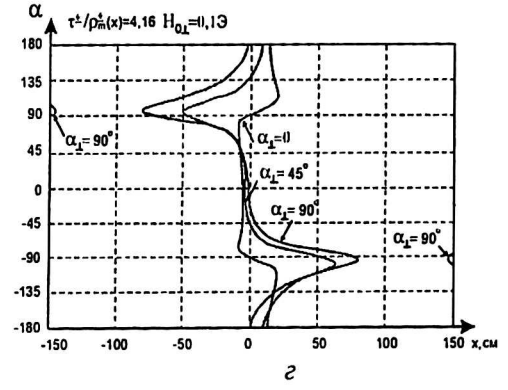
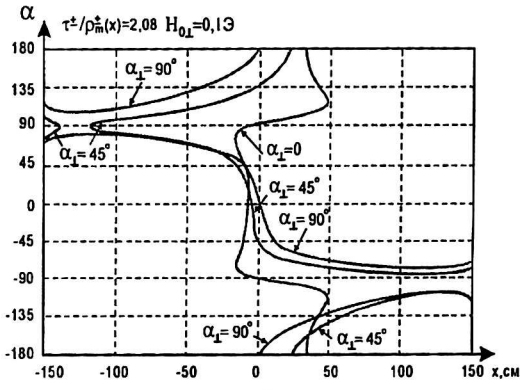


Рис. 6, а—д. Нулевые линии результирующего нормального поля рассеяния на поверхности упругоизогнутой трубы (6×0,6 см, сталь ст. 3, $\sigma_{1132}^m = 200$ МПа) при $H_{0x} = 0,3$ Э, разных значениях поля H_{01} (0,05; 0,1; 0,2 Э) и разных углах между вектором H_{01} и плоскостью изгиба ($\alpha_1 = 0; 45; 90^\circ$)

Форма нулевых линий определяется особенностями полярной диаграммы поля рассеяния $\Delta H_r(\alpha)$, обусловленного продольной намагниченностью ΔM_σ^\pm (см. рис. 5, б): там, где оно максимально (а это область углов вблизи $\alpha = 0^\circ$), линии нулей стремятся к сечению трубы $x = 0$; там, где это поле минимально (а это область вблизи $\alpha = \pm 90^\circ$) — нулевые линии максимально удаляются от сечения $x = 0$.

Чтобы хотя бы качественно понять причины такого поведения, на рис. 5, б схематически приведены зависимости $H_r(M_r) = H_r(\alpha)$ при $\alpha_1 = 0; 90^\circ$. Точки пересечения кривых $H_r(\alpha)$ и $\Delta H_r(\alpha)$ при разных α_1 лежат на нулевых линиях результирующего поля рассеяния $\Delta H_r^0(x, \alpha)$. Видно, например, что при

$\alpha_{\perp} = 90^\circ$ экстремумы поля $H_r(\alpha)$ попадают на точки $\alpha = \pm 90^\circ$, в которых поле от продольной намагниченности ΔH_r наименьшее возможное, в результате чего в этой области нулевые линии могут проходить через всю трубу. В симметричном случае ($\alpha_{\perp} = 0$) экстремумы полей $H_r(\alpha)$ и $\Delta H_r(\alpha)$ совпадают, в результате чего в этом случае нулевые линии менее всего отклоняются от сечения трубы $x = 0$.

С уменьшением величины $H_{0\perp}$ при постоянном значении $\Delta M_{\sigma}^+(r = r_2, \alpha = 0^\circ)$ (что означает постоянство величины отношения $\frac{\tau_{\ell}^{\pm}}{\rho_m^{\pm}(x)}$) нулевые ли-

нии поля $\Delta H_r^0(x, \alpha)$ все больше приближаются к сечению $x=0$, хотя качественно их форма не изменяется: каждая нулевая кривая обладает двумя экстремумами при $\alpha = \pm 90^\circ$ (у нейтральной линии изогнутой трубы); при других α она проходит вблизи сечения трубы $x = 0$, все больше стремясь к ней с уменьшением $H_{0\perp}$. Этот вывод наглядно подтверждает поведение семейств нулевых кривых при переходе от рис. б, в к рис. б, г и затем к рис. б, д.

Выводы

1. При упругом изгибе трубы, находящейся в малом продольном магнитном поле, распределение в ней магнитоупругих приростов намагниченности полностью повторяет все особенности распределения в ней изгибных напряжений. В итоге нормальное к поверхности трубы поле рассеяния, обусловленное этой намагниченностью, отражая характер ее распределения, позволяет делать суждения также и о величине изгибных напряжений.

2. Нормальное поле рассеяния изогнутой трубы, вызванное продольной намагниченностью, минимально на ее нейтральной линии ($\alpha = \pm 90^\circ$); наибольшего значения оно достигает на образующей трубы, вдоль которой действуют наибольшие растягивающие напряжения ($\alpha = 0^\circ$); в области наибольшего сжатия ($\alpha = 180^\circ$) это поле имеет промежуточное значение. Нулевой линией одного этого поля на поверхности трубы ($r = r_2$) является сечение трубы $x = 0$: это окружность, проходящая через диаметрально расположенные точки ($r = r_2; \alpha = 0^\circ$) и ($r = r_2; \alpha = 180^\circ$), где изгибающие напряжения наибольшие из всех: $\sigma_{\text{изг}} = \pm \sigma_{\text{изг}}^m$.

3. Нулевые линии результирующего нормального поля рассеяния ΔH_r^0 , определяемого, помимо продольной намагниченности ΔM_{σ}^{\pm} , обусловленной продольным полем H_{0x} и изгибными напряжениями, еще и перпендикулярным к оси трубы магнитным полем $H_{0\perp}$, представляют собой на развертке трубы (x, α) кривые с двумя экстремумами разного знака, расположенными вблизи нейтральной линии ($\alpha = \pm 90^\circ$). При других α нулевые линии проходят вблизи прямой $x = 0$.

4. Величины экстремумов нулевых линий зависят от соотношения величин $H_{0\perp}$ и ΔM_{σ}^+ : они тем больше, чем больше величины отношения $H_{0\perp}$ к ΔM_{σ}^+ . Согласованное изменение величин $H_{0\perp}$ и ΔM_{σ}^+ , сохраняющее соотношение между ними постоянным, приводит к одной и той же картине нулевых линий.

5. Рост угла α_{\perp} между плоскостью изгиба и вектором перпендикулярного поля $H_{0\perp}$ от симметричного положения ($\alpha_{\perp} = 0^\circ$) приводит только к росту ве-

личин экстремумов нулевых линий. Этот рост максимален при $\alpha_1 = 90^\circ$, когда вектор $\vec{H}_{0\perp}$ проходит через обе нейтральные линии изогнутой трубы и перпендикулярен плоскости изгиба. При этом могут возникнуть даже интервалы углов α , в которых не существует нулевых линий. В этом случае нулевые линии проходят через всю трубу и почти параллельно ее образующим.

Л и т е р а т у р а

1. Дубов А. А. Диагностика котельных труб с использованием магнитной памяти металла. — М.: Энергоатомиздат, 1995. — 111 с.
2. Дубов А. А. Диагностика трубопроводов, оборудования и конструкций с использованием магнитной памяти металла. — М.: ООО «Энергодиагностика», 1999. — 202 с.
3. Тимошенко С. П. Сопротивление материалов. Т.1. Элементарная теория и задачи. — М.: Наука, 1965. Т. 2. — 363 с.; Более сложные вопросы теории и задачи. — М.: Наука, 1965. — 480 с.
4. Беляев И. М. Сопротивление материалов. — М.: ГИТТЛ, 1956. — 856 с.
5. Вонсовский С. В., Шур Я. С. Ферромагнетизм. — М.—Л.: ОГИЗ, 1948. — 816 с.
6. Кулеев В. Г., Ригмант М. Б. Особенности магнитоупругих явлений в ферромагнитных сталях в малых магнитных полях, перпендикулярных искривлению действия циклических растягивающих и сжимающих напряжений//ФММ, 1955. Т. 79. Вып. 1. С. 120—129.
7. Кулеев В. Г., Ригмант М. Б. Феноменологическая модель магнитоупругих изменений намагниченности ферромагнетиков при тензорном характере их нагружения в слабых магнитных полях//Дефектоскопия, 1994. № 9. С. 79—91.
8. Встовский Г. В., Дубов А. А. Расчетно-аналитическая модель, характеризующая соответствие полей напряжений, деформаций и магнитных полей рассеяния для условий работы котельных труб: Матер. I междунар. науч.-техн. конф.: "Диагностика оборудования и конструкций с использованием магнитной памяти металла". — М., 24—26 февраля 1999. С. 14—22.
9. Поливанов К. М. Теоретические основы электротехники. Ч. III. — М.: Энергия, 1969. — 352 с.
10. Кулеев В. Г., Дубов А. А. Эволюция нулевых линий нормальной составляющей поля рассеяния от дефектных областей на поверхности ферромагнитных стальных труб при общем направлении слабого внешнего магнитного поля//Дефектоскопия (в печати).

Calculated justification of origin of dissipation normal field zero lines in bands of stress concentration on a surface of a steel tube at its elastic curving in a feeble exterior magnetic field

V. G. Kuleev, A. A. Dubov, V. V. Lopatin
Energy Diagnostic, Inc, Moscow, Russia

In the paper we calculate a waste field, normal to a surface a tube, on the basis of the registration of allocation of elastic stresses in a curved ferromagnetic flawless steel tube and magnetoelastic increases of a magnetization, called by them. As a result of calculation we have received lines of zero points of a resulting waste field, relevant to bands of stress concentration, at presence both perpendicular and longitudinal (to the axes of the tube) component of a feeble exterior magnetic field.