

УДК 621.373.8.038.825:537.5

Неустойчивость лазерного луча в неоднородной плазме около критической концентрации

И. П. Козлов

Государственный НИИ прикладной механики и электродинамики (МАИ-НИИПМЭ),
Москва, Россия

Исследуется структурная неустойчивость строгого решения задачи о падении "почти" плоской электромагнитной волны на "почти" плоскослоистую среду со "сверхмалым" поглощением. Выявлена критическая точка в нуле диэлектрической проницаемости ϵ в задаче нормального падения плоской электромагнитной волны на неоднородный плоский слой диэлектрика без поглощения. Решение этой задачи вблизи нуля ϵ качественно зависит от малых параметров физической задачи. Слой вблизи нуля ϵ состоит из вложенных один в другой однородных шаров без центральной симметрии.

При воздействии сверхмощных лазерных импульсов на твердую поверхность возникает плазма, электроны которой не успевают "разогреться". В работе теоретически исследуется взаимодействие лазерного излучения с такой плазмой, концентрация которой близка к критической; изучается неустойчивость луча по направлению распространения волны (структурная неустойчивость). В качестве модельной задачи рассматривается "почти" нормальное падение плоской электромагнитной волны при "сверхмалом" поглощении на "почти" плоскослоистую среду, диэлектрическая проницаемость ϵ которой проходит через ноль. Этот случай занимает особое место в теории распространения волн из-за теоретически предсказанного автором явления качественной и количественной зависимости решения исследуемой физической задачи от малых параметров вблизи нуля ϵ [1–4]. В простейшем случае плоскослоистой среды без поглощения неустойчивость решения по направлению распространения волны (θ) проявляется в том, что возмущение $\epsilon_0 = \epsilon_p \sin^2 \theta_p$ (инвариант на плоском слое) приводит к $\theta \rightarrow \pi/2$ при $\epsilon \rightarrow 0$.

При исследовании распространения волн в неоднородных средах вблизи критической точки в нуле ϵ (или в скачке ϵ) выделяется класс задач (близких к некорректным), требующих строгих решений соответствующих краевых задач, а затем тщательного проведения расчетов. Наличие такой аномалии в решении волнового уравнения может привести вблизи нуля ϵ к сингулярности, нелинейным и нестационарным явлениям.

Рассматривается сферически-слоистая среда, образованная вложенными один в другой без центральной симметрии однородными диэлектрическими шарами при осевой симметрии [4, 5]. При этом на шар радиуса $r = r_1$ из однородного пространства при $\epsilon = \epsilon_1$ падает плоская волна, поляризованная в плоскости падения. Дано плоскослоистое приближение задачи.

Сферическая геометрия

Для нахождения электромагнитных полей в сферически-слоистой среде разработан метод преобразования амплитуд волн [5, 6] при разделении переменных в сферической системе координат. Пусть поле в i -м слое ($\epsilon = \epsilon_i$)

вблизи поверхностей радиуса $r = r_i$ и $r = r_{i+1}$ (рис. 1) в локальных координатах с центрами O_s ($s \pm 1$) представляется неизвестными амплитудами электрических A_{nm}^{si} , B_{nm}^{si} , C_{nm}^{si} , D_{nm}^{si} и магнитных \bar{A}_{nm}^{si} , \bar{B}_{nm}^{si} , \bar{C}_{nm}^{si} , \bar{D}_{nm}^{si} волн, l_i — расстояние между центрами O_{-1} и O_1 ($\Delta_i = \sqrt{\varepsilon_i} kl_i$, $k = 2\pi/\lambda$, λ — длина волны в пустоте). Тогда в общей области справедливы преобразования амплитуд волн при переходе между этими двумя системами координат с центрами O_s [6].

$$\frac{A_{nm}^{si}}{\bar{B}_{nm}^{si}} = \sum_{j=m}^{\infty} \left\{ \beta_{nmj}^{-s} \frac{A_{jm}^{-si}}{\bar{B}_{jm}^{-si}} + \frac{I}{w_i} \bar{\beta}_{nmj}^{-s} \frac{\bar{B}_{jm}^{-si}}{-\bar{A}_{jm}^{-si}} \right\}, \quad \frac{C_{nm}^{si}}{\bar{D}_{nm}^{-si}} = \sum_{j=m}^{\infty} \left\{ \gamma_{nmj}^{-s} \frac{C_{jm}^{-si}}{\bar{D}_{jm}^{-si}} + \frac{I}{w_i} \bar{\gamma}_{nmj}^{-s} \frac{\bar{D}_{jm}^{-si}}{-C_{jm}^{-si}} \right\}, \quad (1)$$

где $n, m = 0, 1, 2, \dots (n \neq 0, m \leq n)$; $w_j = \sqrt{1/\varepsilon_j}$, выражения для β_{nmj}^s , γ_{nmj}^s , $\bar{\beta}_{nmj}^s$, $\bar{\gamma}_{nmj}^s$ даны в [6].

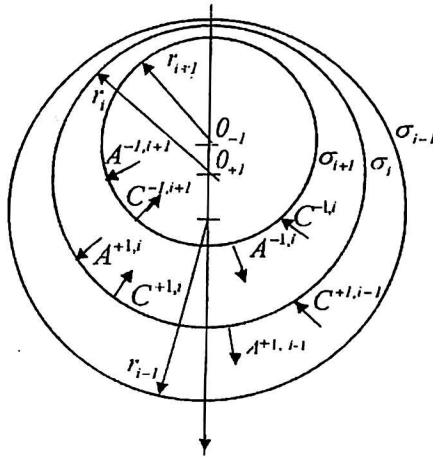


Рис. 1. Неоднородный диэлектрический шар

Преобразования (1) показывают связь электрических и магнитных волн при смещении начала координат. Из непрерывности касательных составляющих полей на поверхности $r = r_i$ несложно получить “граничные условия для амплитуд электрических волн”:

$$C_{nm}^{si} = c_n^i A_{nm}^{si+1} + e_n^i C_{nm}^{si+1}, \quad A_{nm}^{si} = a_n^i A_{nm}^{si+1} + b_n^i C_{nm}^{si+1}, \quad i = 1, 2, \dots, I, \quad (2)$$

где выражения a_n , b_n , c_n , e_n даны в [4].

Для $i = 1$ в (2) неизвестные амплитуды падающей волны надо заменить амплитудами волн сторонних токов. Неполная система уравнений (2) для электрических и аналогичная для магнитных волн преобразованиями амплитуд (1) при переходе от каждой локальной системы координат к другой дополняется до полной. Ее решение методом усечения является искомым решением задачи. Предложенный в [5] метод переотражений позволяет проводить расчеты для двух тел размером до нескольких длин волн (тела расположены в пустоте) [7].

Плоскостойкое приближение

Пусть, не нарушая общности, плоская электромагнитная волна нормально падает на линейный плоский слой от z_1 до z_N без поглощения, $\varepsilon_1 = \varepsilon(z_1)$,

$\epsilon_N = \epsilon(z_N)$, $\epsilon_1 > \epsilon_N > 0$, в области $z < z_1$ при $\epsilon = \epsilon_1$ имеются падающая и отраженная волны, в области $z > z_N$ при $\epsilon = \epsilon_N$ — проходящая волна. В соответствии с предлагаемым методом слой (ϵ_1, ϵ_N) разбивается на однородные подслои переменной толщины, так что $\delta^2 = \epsilon_n/\epsilon_{n+1}/\epsilon = \text{const}$ ($\Delta z_n = z_{n+1} - z_n \rightarrow 0$ при $\epsilon \rightarrow 0$), кривая 3 на рис. 2. В окрестности точки $\epsilon = 0$ слой заменяется нелинейным (длинноволновое приближение) при

$$gr(\epsilon_L) = \text{const} \tag{3}$$

с коэффициентом отражения R_L , где $gr(\epsilon) = -\alpha/\epsilon^{3/2}$, $\alpha = d\epsilon/d(kz) < 0$. Для слоя (3) имеется точное решение в элементарных функциях. В результате имеет место рекуррентная формула для коэффициента отражения всего слоя [2]

$$R^n \exp(2i\rho_n) = R_0^n = \frac{r + R_0^{n+1} \exp(i\Delta\rho_{n+1})}{1 + r + R_0^{n+1} \exp(i\Delta\rho_{n+1})}, \tag{4}$$

где $n = 1, \dots, L - 1$; $R_0^L = R_L$; $\Delta\rho_L = 0$; $\rho_n = \sqrt{\epsilon_n} kz_n$; $r = \frac{(\delta - 1)}{(\delta + 1)}$;
 $= \frac{2(\delta^2 - 1)}{\delta^{3n} gr(\epsilon_1)}$.

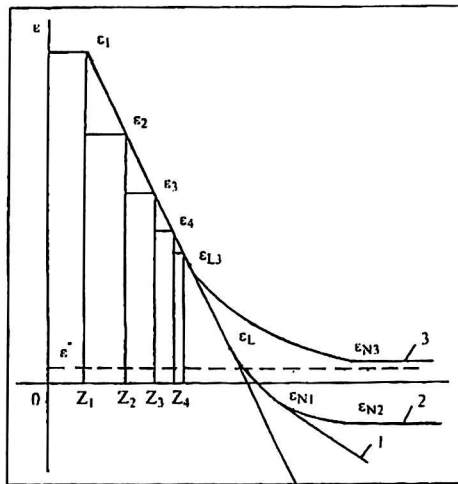


Рис. 2. Линейный слой, сопряженный в окрестности нуля ϵ с нелинейным

В свою очередь, напряженность электрического поля (E) находится обратной "прогонкой" [1]. Выделен принцип подобия плоских слоев, имеющих эквивалентные коэффициенты отражения $R_0^N = R\{gr(\epsilon_1), \epsilon_1 / \epsilon_N\}$, а при $\epsilon \sim 0$ — равные поля. В общем решении для E -волны при гладкой функции $\epsilon(z) = \epsilon' - i\epsilon''$, $\epsilon'' = \text{const}$, $\epsilon_0 = \epsilon_1 \sin\theta_1$ (ϵ_0 — действительная величина) у подобных слоев совпадают ϵ_0 , ϵ'' , ϵ_1/ϵ_N и $gr(\epsilon_n) = -\alpha_n/(\epsilon_n)^{3/2}$, $n=1, 2, \dots, N-1$, но отличаются α_n и ϵ_n . Решение для линейного полубесконечного слоя ($\epsilon < \epsilon_1$) без поглощения при $\theta = 0$ — основное решение — находится предельным переходом из общего решения при $\epsilon_L \rightarrow 0$ (кривая 1 на рис. 2 или кривые 2 и 3, приближенно описывающие кривую 1), при этом плотность потока энергии проходящей волны $S_L \rightarrow 1$ и возможно $E \rightarrow \infty$ при $\epsilon_L \rightarrow 0$.

Критическая точка в нуле ϵ , результаты расчетов

Выявленные свойства "почти" плоского слоя ($\sqrt{|\epsilon_n|}kr \gg 1$) при "сверхмалом" поглощении ($\epsilon'' \ll \alpha^{2/3}$) приводят при $\epsilon \sim 0$ к бифуркации — решение исследуемой физической задачи качественно зависит от малых параметров. На структурную устойчивость решения задачи влияют прежде всего малые: поглощение, угол падения волны на слой (θ_1 или $\epsilon_0 = \epsilon_1 \sin^2 \theta_1$), а также обратный радиус ($1/r$) кривизны поверхности $\epsilon = \text{const}$ и смещение между центрами шаров (l_j) с учетом знака. Последние два параметра из-за взаимосвязи волн разных типов (см. (1)) позволяют перераспределить энергию волны между ними. В результате можно преобразовать падающую волну любого типа при $\epsilon \sim 0$ в поверхностную, а затем получить решения в виде солитона $\rho \sim \sqrt{\epsilon}kr$ (так, чтобы на длине окружности $2\pi r$ укладывалось целое число длин волн). В плоскостойком приближении, применимом локально в пределах падающего луча, при значении бифуркационного параметра $\tau \equiv \text{Im}(\epsilon) / \epsilon_0 \ll 1$ ($\sqrt{\epsilon''}kr \gg 1$) происходит "развал" луча — волна "накачивается" в подслое $\epsilon \sim 0$, а затем распространяется в нем в виде поверхностной E -волны (задача "накачки" может быть выделена как нестационарная). В этом случае нельзя пренебречь кривизной поверхности подслоя; длина оптического пути $\sqrt{\epsilon}kZ$ становится определяющей величиной. Рассматриваемое решение устойчиво при $\tau \gg 1$ — в этом случае направление распространения волны не меняется.

Для основного решения на рис. 3 приведены результаты вычислений полей E в сравнении с решением через функции Эйри, полученным в [8] при пренебрежении одной из функций Эйри из-за малости скачка производной $d\epsilon/dz$. Расчеты подтверждают необходимость вблизи нуля ϵ использовать точное решение, а, значит, обе функции Эйри.

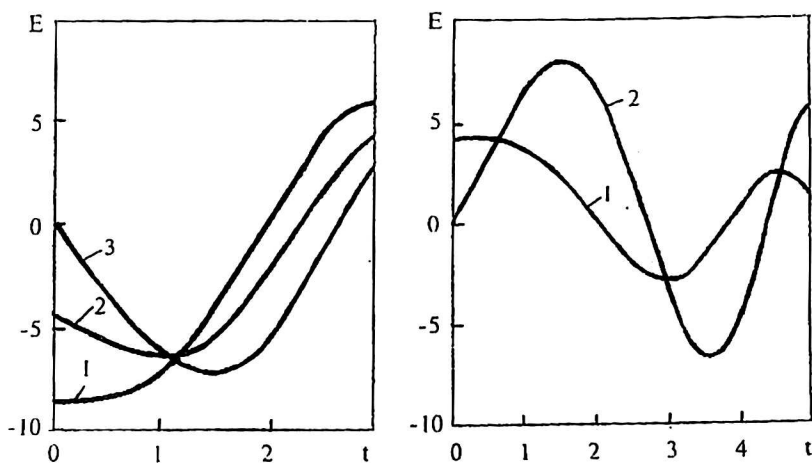


Рис. 3. Напряженность электрического поля $E(t)$, $t = \epsilon/\epsilon_1 [gr(\epsilon_1)]^{-2/3}$ при $\epsilon'' = 0$ и $\theta_1 = 0$, $gr(\epsilon_1) = 0,001$; $\epsilon_1 = 0,1327354$ и $\epsilon_1 = 0,1327356$

(положение нуля E зависит от малых изменений параметров слоя):

- 1 — точное решение; 2 — приближенное решение, использующее одну из функций Эйри;
3 — точное решение для случая расположения в плоскости $\epsilon = 0$ идеально проводящей плоскости

Автомодельное решение в плоскостом приближении приводит к сокращению количества независимых параметров слоя. Дан принцип подобия неоднородных слоев, имеющих эквивалентные коэффициенты отражения (при $\epsilon > 0$). Предложенный метод решения [1–4] предполагает разбиение неоднородного слоя на однородные подслои переменной толщины, согласованной с изменением функции ϵ на слое. Полученные количественные критерии применимости коротко- и длинноволнового приближений, критерий появления поверхностной волны (при $\tau < 0,1$) и критерий применимости модели нормального падения волны позволяют проводить вычисления с заданной точностью, что необходимо из-за выявленной аномалии решения волнового уравнения. В силу своей простоты плоскостомое приближение может быть особенно эффективным при проведении оценочных расчетов. Для исследования зависимости структурной неустойчивости решения от магнитного поля можно использовать метод возмущений [8].

Литература

1. Козлов И. П. // Письма в ЖТФ, 2000. Т. 26. Вып. 14. С. 28–35.
2. Козлов И. П. // ЖТФ, 1999. Т. 69. № 8. С. 5–9.
3. Козлов И. П. // Р и Э, 1997. Т. 42. № 2. С. 142.
4. Козлов И. П. // Сб. Распр. и дифр. электромагн. волн. — М.: МФТИ, 1993. С. 104–113.
5. Козлов И. П. // Р и Э, 2001. Т. 46. № 2. С. 51.
6. Козлов И. П. // Изв. вузов. Радиофиз. 1975. Т. 18. № 7. С. 997.
7. Kozlov I. P. (IEPC-99-229) 26th Intern. El. Prop. Conf., Oct. 17–21, 1999, Kitakyushu, Japan. — 7 p.
8. Гинзбург В. Л. Распространение электромагнитных волн в плазме. — М.: Наука, 1967. — 683 с.

Laser beam non-stability in near critical concentration of inhomogeneous plasma

I. P. Kozlov

The Moscow Aviation Institute, Moscow, Russia

Studies are done for structural non-stability of correct problem solution for the incidence of "almost" plane electromagnetic wave on "almost" plane-layered medium with "super small" absorption. Problem of normal incidence of plane wave on a plane layer of lossless dielectric investigated. Critical point at zero value of ϵ is discovered. Solution of the problem depends qualitatively on values of small parameters near this point. Dielectric with ϵ near zero value is considered as a set of uniform dielectric spheres without central symmetry. These spheres are put one into one in order to take curvature of the surface $\epsilon = \text{const}$ into account.