Математическая физика

УДК 517.956.35

Аналитически-численное решение задачи Коши для систем квазилинейных дифференциальных уравнений в частных производных гиперболического типа

А. В. Прикота
СПбГЭТУ (ЛЭТИ), Санкт-Петербург, Россия

Предложен метод решения задачи Коши для систем квазилинейных уравнений гиперболического типа с двумя независимыми переменными. Метод расширяет возможности существующего аналитически-численного метода решения систем обыкновенных нелинейных неавтономных интегродифференциальных уравнений на системы уравнений в частных производных.

Постановка задачи

Необходимость решения задачи Коши для систем квазилинейных уравнений гиперболического типа возникает во многих разделах теоретической физики: газовой динамике, гидродинамике, нелинейной оптике, теории распространения сигналов в системах с распределенными параметрами.

Разрешимость задачи Коши в классе аналитических функций в настоящее время достаточно глубоко исследована. Доказаны существование, единственность и непрерывная зависимость от входных данных классического решения задачи Коши. Известно, что область существования классического решения в общем случае ограничена, так как решения квазилинейных уравнений в отличие от уравнений линейных обладают свойством неограниченного роста производных. Такое свойство систем квазилинейных уравнений получило название *градиентной катастрофы.*

В общем случае получить точное решение задачи Коши для систем квазилинейных уравнений невозможно, это возможно только в некоторых частных случаях. Для получения приближенных решений используются различные методы: разностные, аналитические, численно-аналитические. Наиболее распространенным методом интегрирования систем гиперболических уравнений является метод характеристик, который является разностным и предполагает обязательное приведение системы квазилинейных уравнений к характеристической форме и далее, если это возможно, к инвариантам Римана. В случае, когда приведение к инвариантам невозможно, предполагается переход к более сложной продолженной системе [1].

В данной статье предлагается метод получения приближенных аналитических решений задачи Коши для систем квазилинейных дифференциальных уравнений в частных производных гиперболического типа в случае двух независимых переменных. Он основан на аналитически-численном методе решения систем обыкновенных нелинейных дифференциальных уравнений, изложенном в работе [4]. Метод не требует обязательного приведения гиперболической системы к инвариантному виду.

Аналитически-численный метод состоит из двух частей: аналитической и численной. Аналитическая часть заключается в нахождении с помощью специальных преобразований исходной системы коэффициентов рядов Тейлора неизвестных точных решений и определении области существования и единственности полученного решения. Численная часть содержит в себе процедуру выбора допустимого шага расчета, исходя из заданной погрешности расчета, а также оценку погрешности в конце выбранного шага расчета.

Постановка задачи: для системы квазилинейных уравнений гиперболического типа имеем

$$\frac{\partial \mathbf{w}}{\partial t} + \mathbf{A}\frac{\partial \mathbf{w}}{\partial x} = \mathbf{b}, \qquad (1)$$

где $\mathbf{A} = \mathbf{A}(t, x, \mathbf{w})$ — матрица размером $n \times n$;
$\mathbf{b} = \mathbf{b}(t, x, \mathbf{w})$ — вектор размером $1 \times n$;
$\mathbf{w} = \mathbf{w}(t, x) = [w_1(t, x), w_2(t, x), ..., w_n(t, x)]^{\mathrm{T}}$ — вектор неизвестных;
t — временная переменная;
x — пространственная переменная.

В области G: $\{t \geq 0,\ a \leq x \leq b\}$, найти решение $\mathbf{w}(t,x)$ в классе аналитических функций, принимающее при $t=0$ заданные значения

$$w_k(0,x) = w_{0,k}(x),\ (k = 1, ..., n)\ a \leq x \leq b. \quad (2)$$

Функции $w_{0,\,k}(x)$, а также элементы матрицы $\mathbf{A}(t, x, \mathbf{w})$ и вектора $\mathbf{b}(t, x, \mathbf{w})$ являются достаточно гладкими функциями своих аргументов. Отрезок $[ab]$ может быть неограниченным. Предполагается, что он находится на положительной части оси x, если нет, то отрезок $[ab]$ переносится в эту часть после соответствующей замены переменной x.

Аналитическая часть метода

Запишем систему (1) в следующем виде:

$$\mathbf{A}(D_t, D_x)\mathbf{w}(t, x) = \mathbf{G}(D_t, D_x)\mathbf{F}(t, x, \mathbf{w}) + $$
$$+ \mathbf{H}(t, x, \mathbf{w}, \mathbf{F}), \quad (3)$$

где D_t, D_x — операторы частного дифференцирования по t и x, соответственно; $\mathbf{A}(D_t, D_x)$ и $\mathbf{G}(D_t, D_x)$ — матрицы размером $n \times n$ и $n \times m$ с полиномиальными коэффициентами $a_{l,\,k}(D_t, D_x)$ и $g_{l,\,k}(D_t, D_x)$, соответственно; $\mathbf{F}(t, x, \mathbf{w})$ — вектор размерности $1 \times m$, содержащий в себе искомые решения $\mathbf{w}(t, x)$ и приложенные внешние воздействия. В вектор $\mathbf{H}(t, x, \mathbf{w}, \mathbf{F})$ попадают все оставшиеся члены уравнений, т. е. те, которые не попали в матрицы $\mathbf{A}(D_t, D_x)$ и $\mathbf{G}(D_t, D_x)$.

Полиномы $a_{l,k}(D_t, D_x)$ и $g_{l,k}(D_t, D_x)$ имеют следующий вид:

$$a_{l,k}(D_t,D_x) = \sum_{m=-M}^{M}\sum_{n=-N}^{N} a_{l,k}^{[m,n]}(t,x)D_t^m D_x^n\ ;$$

$$g_{l,k}(D_t,D_x) = \sum_{m=-M}^{M}\sum_{n=-N}^{N} g_{l,k}^{[m,n]}(t,x)D_t^m D_x^n\ .$$

В качестве аппарата аппроксимации неизвестного точного решения $\mathbf{w}(t, x)$ поставленной задачи в классе аналитических функций используем аппарат рядов Тейлора по временной переменной t:

$$w_k(t,x) = \sum_{i=0}^{\infty}\frac{R_{k,i}(x)t^i}{i!}\ ;\ (k = 1, ..., n). \quad (4)$$

В виде рядов Тейлора по переменной t представляются и все элементы матрицы $\mathbf{H}(t, x, \mathbf{w}, \mathbf{f})$, зависящие от t.

Подставив все степенные ряды в матрицу $\mathbf{H}(t, x, \mathbf{w}, \mathbf{f})$ и выполнив требуемые алгебраические операции над ними, получим представление строки этой матрицы в виде следующего функционально-степенного ряда:

$$\mathrm{str}_k\mathbf{H}(t,x,\mathbf{w},\mathbf{f}) = \sum_{i=0}^{\infty}\frac{T_{k,i}(x)t^i}{i!},\ (k = 1, ..., n), \quad (5)$$

где коэффициенты $T_{k,i}(x)$ являются комбинациями неизвестных пока коэффициентов ряда Тейлора искомых решений $R_{k,i}(x)$ и известных коэффициентов ряда Тейлора вектора внешних воздействий.

В результате этих преобразований систему (3) можно записать в следующем виде:

$$\mathbf{A}(D_t, D_x)\mathbf{w}(t, x) = \mathbf{G}(D_t, D_x)\mathbf{f}(t, x) + \mathbf{T}(t, x), \quad (6)$$

где $\mathbf{T}(t, x)$ — матрица-столбец размером $n \times n$, строки которой представляют выражения (5). Уравнения (3) и (6) являются тождественными друг другу.

Преобразуя систему (6) и используя двойное преобразование Лапласа, получим

$$\mathbf{A}(p, q)\mathbf{W}(p, q) = \mathbf{G}(p, q)\mathbf{F}(p, q) + \mathbf{T}(p, q) + \mathbf{Q}(q), \quad (7)$$

где $\mathbf{A}(p, q)$, $\mathbf{G}(p, q)$ — матрицы, полученные из исходных матриц $\mathbf{A}(D_t, D_x)$, $\mathbf{G}(D_t, D_x)$ заменой операторов D_t, D_x на лапласовы переменные p, q, соответственно;

$\mathbf{W}(p, q)$, $\mathbf{F}(p, q)$ — векторы изображений искомых решений и воздействий;

$\mathbf{T}(p, q)$ — матрица-столбец, строки которой представляют собой преобразованные по Лапласу выражения (5)

$$\mathrm{str}_k\mathbf{T}(p, q) = \sum_{i=0}^{\infty}\frac{T_{k,i}(q)}{p^{i+1}},\ (k = 1, ..., n);$$

$\mathbf{Q}(q)$ — вектор, содержащий преобразованные по Лапласу начальные условия $w_k(0, x)$, $(k = 1, ..., n)$.

Запишем решение уравнения (7) по правилу Крамера:

$$W_k(p, q) = \frac{\Delta_k(p,q)}{\Delta(p,q)},\ \Delta(p, q) \neq 0,\ (k = 1, ..., n).$$

Приведя подобные члены, получим

$$\mathrm{W}_k(p, q) = \frac{\sum\limits_{i=0}^{\infty} B_{k,\ N+J_k^{-i}}(q)p^{N+J_k^{-i}}}{\sum\limits_{i=0}^{N} A_i(q)p^i},$$

$$(k = 1, ..., n). \quad (8)$$

Если начальные условия содержат сингулярные составляющие, то $J_k \geq 0$ и решение $w_k(t, x)$ необходимо искать в классе обобщенных функций.

Если же начальные условия являются аналитическими функциями, то $J_k < 0$ и, следовательно, решение $w_k(t, x)$ также является аналитическим; тогда выражение (8) можно переписать в следующем виде:

$$W_k(p,q) = \frac{\sum\limits_{i=0}^{\infty} B_{k,N-1}(q)p^{N-1-i}}{\sum\limits_{i=0}^{N} A_i(q)p^i}, \quad (k = 1, ..., n). \quad (9)$$

После выполнения деления числителя дроби (9) на знаменатель получим

$$W_k(p,q) = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{R_{k,i}(q)}{p^{i+1}}, \quad (k = 1, ..., n). \quad (10)$$

Для вычисления коэффициентов $R_{k,i}(q)$ используем следующие формулы:

$$R_{k,0}(q) = B_{k,N-1}(q)/A_N(q) \ ;$$

$$R_{k,i}(q) = \left(B_{k,N-1-i}(q) - \sum_{l=0}^{i-1} R_{k,l}(q)A_{N-i+l}(q)\right)/A_N(q).$$

Применив обратное преобразование Лапласа к выражениям (10), получаем искомые решения в виде функционально-степенных рядов (4):

$$w_k(t,x) = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{R_{k,i}(x)t^i}{i!}, \quad (k = 1, ..., n).$$

Коэффициенты $R_{k,i}(x)$ определяются рекуррентно. Если все они определяются единственным образом, то в силу единственности разложения функции в ряд Тейлора, полученное решение $\mathbf{w}(t, x)$ является единственным решением задачи (1), (2) в классе аналитических функций.

Для определения области сходимости полученных рядов (4) используется метод мажорант, для которого исследуются коэффициенты $R_{k,i}(x)$. Если эти коэффициенты имеют разрывы первого или второго рода в некоторых точках рассматриваемого интервала $a \leq x \leq b$, то полученное решение, очевидно, не является аналитическим в этих точках и принадлежит классу обобщенных функций. Если же коэффициенты $R_{k,i}(x)$ являются непрерывными функциями своего аргумента на всем интервале $a \leq x \leq b$, то находятся их максимумы $R_{M,k,i}$ на этом отрезке, далее строятся следующие мажорантные ряды:

$$w_{M,k}(t) = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{\left|R_{M,k,i}\right| t^i}{i!}, \quad (k = 1, ..., n). \quad (11)$$

Радиус сходимости ряда (4) τ_k будет всегда больше радиуса сходимости $\tau_{M,k}$ соответствующего мажорантного ряда (11), т. е.

$$\tau_k > \tau_{M,k}, \ (k = 1, ..., n).$$

Для оценки радиусов сходимости мажорантных рядов (11) используются формулы, предложенные в работе [4].

1. Если последовательность коэффициентов $\left|R_{M,k,i}\right|$, $i = 0, 1, 2, ...$ ограничена, т. е. если среди этих коэффициентов существует максимум $\left|R_{M,k,m}\right|$, то справедливо следующее неравенство:

$$\sum_{i=0}^{\infty} \frac{\left|R_{M,k,i}\right| t^i}{i!} < \sum_{i=0}^{\infty} \left|R_{M,k,m}\right| \frac{t^i}{i!}. \quad (12)$$

Ряд правой части неравенства (12) сходится при $0 < \tau_{M,k} < \infty$, следовательно, ряд (4) также сходится при $\tau_k = \tau_{M,k}$, $0 < \tau_k < \infty$.

2. Если последовательность коэффициентов $\frac{\left|R_{M,k,i}\right|}{i!}$ $i = 0, 1, 2, ...$ ограничена, т. е. если среди этих коэффициентов существует максимум $\frac{\left|R_{M,k,m}\right|}{m!}$, то справедливо следующее неравенство:

$$\sum_{i=0}^{\infty} \frac{\left|R_{M,k,i}\right| t^i}{i!} < \sum_{i=0}^{\infty} \frac{\left|R_{M,k,m}\right|}{m!} t^i. \quad (13)$$

Ряд правой части неравенства (13) сходится при $0 < \tau_{M,k} < 1$, следовательно ряд (4) также сходится при $\tau_k = \tau_{M,k}$, $0 < \tau_k < 1$.

3. Если последовательность коэффициентов $\left|R_{M,k,i}\right| \tau_{M,k}^i$ $i = 0, 1, 2, ...$ ограничена, т. е. если среди этих коэффициентов существует максимум $\left|R_{M,k,m}\right| \tau_{M,k}^m$, то справедливо следующее неравенство:

$$\sum_{i=0}^{\infty}\frac{\left|R_{M,k,i}\right|t^i}{i!}<\sum_{i=0}^{\infty}\left|R_{M,k,m}\right|\tau_{M,k}^m\frac{1}{i!}. \quad (14)$$

Ряд правой части неравенства (14) сходится при выбранном значении $\tau_{M,k}$, $0<\tau_{M,k}<1$, следовательно ряд (4) также сходится при $\tau_k=\tau_{M,k}$, $0<\tau_k<1$.

Численная часть

Численная часть построения решения задачи (1), (2) начинается с выбора величины шага расчета h_t по переменной t, не выходящего за пределы области сходимости рядов Тейлора (11). В конце выбранного шага расчета полученные числовые ряды

$$w_k(h_t,x)=\sum_{i=0}^{\infty}\frac{R_{k,i}(x)h_t^i}{i!},\quad (k=1,\ldots,n)$$

заменяют соответствующими суммами

$$w_k(h_t,x,I_k)=\sum_{i=0}^{I_k}\frac{R_{k,i}(x)h_t^i}{i!},\quad (k=1,\ldots,n). \quad (15)$$

В результате этой замены возникает погрешность расчета

$$\delta w_k(h_t,x,I_k)=w_k(h_t,x)-$$
$$-w_k(h_t,x,I_k)=\sum_{i=I_k+1}^{\infty}\frac{R_{k,i}(x)h_t^i}{i!}, \quad (16)$$

$$(k=1,\ldots,n).$$

Обозначим верхнюю оценку погрешности (16) символом $\left|\Delta w_k(h_t,I_k)\right|$, тогда

$$\left|\delta w_k(h_t,x,I_k)\right|\le\left|\Delta w_k(h_t,I_k)\right|.$$

Для формирования оценки $\left|\Delta w_k(h_t,I_k)\right|$ используются мажорантные ряды (11):

$$\left|\delta w_k(h_t,x,I_k)\right|\le\sum_{i=I_k}^{\infty}\frac{\left|R_{M,k,i}\right|h_t^i}{i!}$$

и формулы, предложенные в работе [4].

1. Если среди коэффициентов $\left|R_{M,k,i}\right|$, $i=0,1,2,\ldots$ существует максимум $\left|R_{M,k,m}\right|$, то справедливо следующее неравенство:

$$\sum_{i=I_k+1}^{\infty}\frac{\left|R_{M,k,i}\right|h_t^i}{i!}<\left|R_{M,k,m}\right|\sum_{i=I_k+1}^{\infty}\frac{h_t^i}{i!},$$

и верхняя оценка $\left|\Delta w_k(h_t,I_k)\right|$ погрешности (16) равна

$$\left|\Delta w_k(h_t,I_k)\right|=\left|R_{M,k,m}\right|\sum_{i=I_k+1}^{\infty}\frac{h_t^i}{i!}=$$
$$=\left|R_{M,k,m}\right|\left(\sum_{i=0}^{\infty}\frac{h_t^i}{i!}-\sum_{i=0}^{I_k}\frac{h_t^i}{i!}\right)=\left|R_{M,k,m}\right|\left(e^{h_t}-\sum_{i=0}^{I_k}\frac{h_t^i}{i!}\right).$$

2. Если среди коэффициентов $\frac{\left|R_{M,k,i}\right|}{i!}$, $i=0,1,2,\ldots$ существует максимум $\frac{\left|R_{M,k,m}\right|}{m!}$, то справедливо следующее неравенство:

$$\sum_{i=I_k+1}^{\infty}\frac{\left|R_{M,k,i}\right|h_t^i}{i!}<\frac{\left|R_{M,k,m}\right|}{m!}\sum_{i=I_k+1}^{\infty}h_t^i,$$

и верхняя оценка $\left|\Delta w_k(h_t,I_k)\right|$ погрешности (16) равна

$$\left|\Delta w_k(h_t,I_k)\right|=\frac{\left|R_{M,k,m}\right|}{m!}\sum_{i=I_k+1}^{\infty}h_t^i=$$
$$=\frac{\left|R_{M,k,m}\right|}{m!}h_t^{I_k+1}\sum_{i=0}^{\infty}h_t^i=\frac{\left|R_{M,k,m}\right|}{m!}\frac{h_t^{I_k+1}}{1-h_t},\quad h_t<1.$$

3. Если среди коэффициентов $\left|R_{M,k,i}\right|h_t^i$, $i=0,1,2,\ldots$ существует максимум $\left|R_{M,k,m}\right|h_t^m$, то справедливо следующее неравенство:

$$\sum_{i=I_k+1}^{\infty}\frac{\left|R_{M,k,i}\right|h_t^i}{i!}<\left|R_{M,k,m}\right|h_t^m\sum_{i=I_k+1}^{\infty}\frac{1}{i!},$$

и верхняя оценка $\left|\Delta w_k(h_t,I_k)\right|$ погрешности (16) равна

$$\left|\Delta w_k(h_t,I_k)\right|=\left|R_{M,k,m}\right|h_t^m\sum_{i=I_k+1}^{\infty}\frac{1}{i!}=$$
$$=\left|R_{M,k,m}\right|h_t^m\left(\sum_{i=0}^{\infty}\frac{1}{i!}-\sum_{i=0}^{I_k}\frac{1}{i!}\right)=\left|R_{M,k,m}\right|h_t^m\left(e-\sum_{i=0}^{I_k}\frac{1}{i!}\right).$$

Функции $w_k(h_t,x,I_k)$ представляют собой очень сложные, громоздкие выражения и не могут быть непосредственно использованы в качестве начальных условий на следующем шаге расчета, но должны иметь более простой вид. Для этого в конце текущего шага расчета производится аппроксимация функций $w_k(h_t,x,I_k)$ простыми функциями $w_{k,appr}(h_t,x,I_k)$ (например, тригонометрическими, степенными полиномами и проч.). В результате этой аппроксимации возникает еще одна погрешность расчета — погрешность аппроксимации

$$\delta w_{k,appr}(h_t,x,I_k)= \\ = w_k(h_t,x,I_k)-w_{k,appr}(h_t,x,I_k). \qquad (17)$$

Обозначим верхнюю оценку погрешности (17) символом $\left|\Delta w_{k,appr}(h_t,I_k)\right|$, тогда

$$\left|\Delta w_{k,appr}(h_t,I_k)\right| = \\ = \max\left\{\left|\delta w_{k,appr}(h_t,x,I_k)\right|\right\},\ a\le x\le b.$$

Таким образом, можно определить локальную погрешность расчета, т. е. погрешность, которая возникает на каждом шаге расчета и не зависит от результатов, полученных на предыдущих шагах расчета. Модуль величины этой погрешности определяется следующим образом:

$$\left|\delta w_{k,full}(h_t,x,I_k)\right| = \left|\delta w_k(h_t,x,I_k)\right| + \\ + \left|\delta w_{k,appr}(h_t,x,I_k)\right|.$$

Пусть $\left|\Delta w_{k,full}(h_t,I_k)\right|$ — верхняя оценка локальной погрешности, $\left|\delta w_{k,full}(h_t,x,I_k)\right|\le$ $\le\left|\Delta w_{k,full}(h_t,I_k)\right|$, тогда

$$\left|\Delta w_{k,full}(h_t,I_k)\right| = \left|\Delta w_k(h_t,I_k)\right| + \left|\Delta w_{k,appr}(h_t,I_k)\right|.$$

Величина накопленной за несколько шагов расчета погрешности определяется величиной погрешности на каждом шагу расчета, а также чувствительностью системы (1) к изменениям начальных условий.

Таким образом, в конце текущего шага расчета оценивается локальная погрешность, и в случае, если верхняя оценка локальной погрешности удовлетворяет требованиям к точности расчета, то функции $w_{k,appr}(h_t,x,I_k)$, $(k=1,\ \dots,\ n)$ становятся начальными условиями на следующем шаге расчета, и процедура аналитически-численного решения повторяется. Если же верхняя оценка локальной погрешности не удовлетворяет требованиям к точности расчета, то для снижения ее величины либо уменьшается величина шага расчета h_t, либо увеличивается степень полинома (15) I_t.

Пример расчета.

Дана система уравнений:

$$\left.\begin{aligned} -\frac{\partial i(t,x)}{\partial x} &= C_\partial\frac{\partial u(t,x)}{\partial t} \\ -\frac{\partial u(t,x)}{\partial x} &= L_0\frac{\partial i(t,x)}{\partial t}\end{aligned}\right\},\ C_\partial = C_0 + C_1u(t,x). \quad (18)$$

Начальные условия: $u(0,x)=U(x)$, $i(0,x)=I(x)$.

Необходимо построить аналитически-численное решение задачи (18), (19) в области $G:\{t\ge 0,\ x\ge 0\}$.

Данная система уравнений возникает при описании процессов в коронирующей длинной линии [5]. Здесь $u(t,x)$, $i(t,x)$ — напряжение и ток в линии; C_∂, L_0 — погонные динамическая емкость и индуктивность линии, соответственно.

- *Аналитическая часть построения решения*

Запишем исходные уравнения в виде (3):

$$\mathbf{A}(D_t,D_x)\mathbf{w}(t,x) = \mathbf{G}(D_t,D_x)\mathbf{F}(t,x,\mathbf{w}) + \mathbf{H}(t,x,\mathbf{w},\mathbf{F}),$$

где $\mathbf{w}(t,x)=[u(t,x),\ i(t,x)]^T$;

$$\mathbf{A}(D_t,D_x)=\begin{pmatrix} D_x & L_0D_t \\ C_0D_t & D_x\end{pmatrix};$$

$$\mathbf{G}(D_t,D_x)=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix};$$

$$\mathbf{H}(t,x,\mathbf{w},\mathbf{F})=\begin{pmatrix}-C_1uD_tu\\ 0\end{pmatrix}.$$

Решение ищем в виде ряда Тейлора.

$$w_k(t,x)=\sum_{i=0}^{\infty}\frac{R_{k,i}(x)t^i}{i!},\ (k=1,\ 2),$$

тогда

$$\mathbf{H}(t,x,\mathbf{w},\mathbf{F}) = -C_1uD_tu = \\ = \sum_{i=0}^{\infty}\frac{R_{1,i}(x)t^i}{i!}\sum_{i=1}^{\infty}\frac{R_{1,i}(x)t^{i-1}}{(i-1)!} = \sum_{i=0}^{\infty}\frac{T_{1,i}(x)t^i}{i!}.$$

Заключение

Предложенный аналитически-численный метод решения задачи Коши позволяет пошагово строить приблизительные аналитические решения с заданным уровнем локальной погрешности. Метод позволяет строить решение вплоть до точки разрыва, т. е. до того момента времени, когда решение перестает быть непрерывным, а становится разрывным и далее существует только в классе обобщенных функций.

Литература

1. *Панов Д. Ю.* Численное решение систем квазилинейных гиперболических дифференциальных уравнений в частных производных. — М.: Гостехиздат, 1957.
2. *Рождественский Б. Л., Яненко Н. Н.* Системы квазилинейных уравнений и их приложения к газовой динамике. — М.: Наука, 1978.
3. *Уизем Дж.* Линейные и нелинейные волны. — М.: Мир, 1977.
4. *Бычков Ю. А., Щербаков С. В.* Аналитически-численный метод расчета динамических систем. — СПб: Энергоатомиздат, 2001.
5. *Караев Р. И.* Переходные процессы в линиях большой протяженности. — М.: Энергия, 1978.

Analytical-numerical solution of a Cauchy problem for systems of quasilinear differential partial equations of a hyperbolic type

A. V. Prikota
SPbGETU (LETI), Sankt-Petersburg, Russia

The method of a solution of a Cauchy problem for systems of the quasilinear equations of a hyperbolic type with two explanatory variables is offered. The method is expansion analytically-numerical method of a solution of systems of the ordinary nonlinear nonautonomous differential equations on a set of equations in partial derivatives.

* * *