Общая физика

УДК 539.186.2

К вопросу о сечениях упругих и неупругих столкновений электронов с водородоподобным атомом во внешнем электрическом поле

В. И. Крылов
Институт общей физики РАН, Москва, Россия

Из анализа дифференциального сечения упругого рассеяния электронов на атоме водорода во внешнем электрическом поле определены "подгоночные" параметры ранее найденных сечений ионизации атома водорода в таком поле. Показано, что в области энергий первичных и вторичных электронов, соответствующих их отражению от потенциального барьера внешнего поля, у сечений, определяющих угловые распределения импульсов рассеянных и вторичных электронов, кроме осцилляционной структуры имеется острый пик, а сечение, отнесенное к элементу импульса вторичного электрона, может быть значительно больше соответствующего сечения ионизации изолированного атома.

В работах [1—3] найдены дифференциальные сечения упругих и неупругих столкновений электронов с водородоподобным атомом, находящемся во внешнем электрическом поле. Сечения были определены в первом порядке теории возмущений по асимптотам волновых функций, имеющих вид как бегущей, так и стоячей волны из-за отражения электрона от потенциального бартера внешнего поля.

Найденные в этих работах сечения содержат параметры α_1 и α_2, которые входят в фазы волновых функций. Определить эти величины из решений уравнения Шредингера для частицы, находящейся одновременно в кулоновом поле ядра и однородном электрическом поле, чрезвычайно сложно, и в настоящее время такая задача не решена. Вследствие этого в упомянутых работах α_1 и α_2 рассматривались как подгоночные параметры, и их определение заменялось численным анализом зависимости сечений от этих величин.

В настоящей работе показано, что при определенных условиях можно определить α_1 и α_2 исходя из простых физических соображений, относящихся к упругим столкновениям электронов с атомом водорода во внешнем квазиоднородном и квазистационарном электрическом полях, что позволяет получить более конкретные выражения для дифференциальных сечений ионизации электронами атома водорода.

Кроме того, анализ сечения ионизации позволил установить существование в нем острого пика (незамеченного в работе [3]) в области значений энергий первичных и вторичных электронов, соответствующих их отражению от потенциального барьера внешнего электрического поля, и для этой области энергии оценить дифференциальное сечение, отнесенное только к интервалу абсолютной величины импульса вторичного электрона.

Сначала, как и в работах [1—3], будем считать, что внешнее однородное и постоянное электрическое поле с напряженностью $\vec{\varepsilon}$ находится в полупространстве с границей, к которой $\vec{\varepsilon}$ нормальна, а поток электронов, проходя через эту границу и ускоряясь (антипараллельно $\vec{\varepsilon}$), падает на атом водорода, ядро которого находится на макроскопическом расстоянии L от границы внешнего поля.

Для случая, когда энергия таких электронов в начальных и в конечных состояниях значительно больше их средней энергии взаимодействия с атомом, волновую функцию $\psi_{\vec{k}_0}$ начального состояния можно выбрать в виде бегущей волны. Для конечного состояния электрона с энергией продольного движения $E_z < |e|\varepsilon L$, когда электрон после рассеяния на атоме отражается от потенциального барьера внешнего поля, волновая функция $\psi_{\vec{k}}$ должна иметь, с одной стороны, вид стоячей (вдоль $\vec{\varepsilon}$) волны в области пространства между точкой отражения электрона и ядром атома и вид бегущей волны в полупространстве — с другой (вдоль $\vec{\varepsilon}$) стороны от атомного ядра, где точки отражения нет [1—3].

© Крылов В. И., 2003

В декартовой системе координат x, y, z, начало которой совпадает с положением атомного ядра, а ось z направлена против напряженности внешнего поля $\vec{\varepsilon} : \vec{\varepsilon} = (0,0,-\varepsilon)$, волновые функции $\psi_{\vec{k}_0}$ и $\psi_{\vec{k}}$ можно записать следующим образом:

а) при $E_z > e\varepsilon L$:

$$\psi_{\vec{k}_0} = \frac{A_{\vec{k}_0}}{S_0^{1/4}} \exp\left[i\left(\frac{2}{3}\frac{k_{0z}}{|k_{0z}|} S_0^{\frac{3}{2}} + \vec{k}_{0\perp}\vec{r}\right)\right];$$

$$\psi_{\vec{k}} = \frac{A_{\vec{k}}}{S^{1/4}} \exp\left[i\left(\frac{2}{3}\frac{k_z}{|k_z|} S^{3/2} + \vec{k}_{\perp}\vec{r}\right)\right]; \quad (1)$$

б) при $E_z << e\varepsilon L$:

$$\psi_{\vec{k}}(\vec{r}) = \frac{A_{\vec{k}} e^{i\vec{k}_\perp \vec{r}}}{S^{1/4}} \times$$

$$\times \begin{cases} \frac{1}{2i}\left\{\exp\left[i\left(\frac{2}{3}S^{\frac{3}{2}} + \alpha_1\right)\right] - \exp\left[-i\left(\frac{2}{3}S^{\frac{3}{2}} + \alpha_1^*\right)\right]\right\}, \\ \text{если } z < 0 \\ \exp\left[i\left(\frac{2}{3}S^{\frac{3}{2}} + \alpha_2\right)\right], \text{ если } z > 0, \end{cases} \quad (2)$$

где $S_0 = z/l + E_{0z}/|e|\varepsilon l$; $S = z/l + E_z/|e|\varepsilon l$; $\ell = \left(\hbar^2 / 2m_e|e|\varepsilon\right)^{1/3}$;

e, m_e, E_{0z}, E_z — заряд, масса и энергии продольного движения первичного электрона в его начальном и конечном состояниях, соответственно;

$\vec{k}_{0\perp}, \vec{k}_\perp$ — поперечные относительно $\vec{\varepsilon}$ волновые векторы электрона в его начальном и конечном состояниях, соответственно;

$\vec{k}_{z\pm} = \pm\sqrt{2m_e E_z} / \hbar$; $A_{\vec{k}_0,\vec{k}}$ — нормировочные постоянные;

знак "*" — комплексное сопряжение.

Отметим, что функции (2) должны описывать и состояния вторичного электрона, если его энергия $E_z + \hbar^2 k_\perp^2 / 2m_e$ в однородном электрическом поле значительно больше энергии ионизации атома. Для упругого рассеяния электронов на атоме водорода дифференциальное сечение, вычисленное по функциям $\psi_{\vec{k}_0}$ и $\psi_{\vec{k}}$ в первом порядке теории возмущений, имеет вид* в атомных единицах:

$$d\sigma = (1/4)|T|^2 d_o, \quad (3)$$

где

$$T = \frac{i\exp(i\gamma_1)}{q_-^2}\left[1 - \left(\frac{4}{4+q_-^2}\right)^2\right] -$$

$$-\frac{1}{q_+^2}\left(i\exp\left(-i\gamma_1^*\right) + 2\exp(-i\gamma_2)\right)\left[1 - \left(\frac{4}{4+q_+^2}\right)^2\right] +$$

$$+\frac{1}{\left(4+q_\perp^2\right)^{3/2}}\left[\frac{q_{+z}}{\left(4+q_+^2\right)^2}\left(\exp\left(-i\gamma_1^*\right) + 2i\exp(-i\gamma_2)\right)\times\right.$$

$$\times\left(40 + 8q_\perp^2 + 6q_+^2 + q_+^2 q_\perp^2\right) - \frac{q_{-z}}{\left(4+q_-^2\right)^2}\exp(i\gamma_1)\times \quad (4)$$

$$\left.\times\left(40 + 8q_\perp^2 + 6q_-^2 + q_-^2 q_\perp^2\right)\right],$$

$$\text{если } \varepsilon^{2/3} << k_z^2/2 < \varepsilon L; \quad (5)$$

---

* Выражение (3) получено делением вероятности перехода электронов (из состояния с волновой функцией $\psi_{\vec{k}_0}$ в состояние с функцией $\psi_{\vec{k}}$) на найденную по $\psi_{\vec{k}_0}$ плотность потока падающих электронов, которая в однородном электрическом поле зависит от координаты z, что делает определение сечения неоднозначным.

Для однозначного определения сечения следует рассмотреть столкновения частиц в электрическом поле, локализованном в плоском слое, т. е. имеющем две границы. Тогда плотность потока однозначно определяется на границе, через которую электроны проникают во внешнее поле, при этом в (1) и (2) необходимо учитывать волну, отраженную от второй границы поля. Однако при $\varepsilon < 0{,}001\,|e|/a^2$, где $a = \hbar^2 / m_e e^2$. Для области локализации поля порядка $100a$ такие сечения практически совпадают с (3), так как амплитуда волны, отраженной от второй границы поля, составляет 10^{-3} от амплитуды волны, падающей на эту границу, и, кроме того, $\psi_{\vec{k}_0}$ и $\psi_{\vec{k}}$ (при $z > 0$) близки к $\exp(i\vec{k}_0\vec{r})$ и $\exp(i\vec{k}\vec{r})$, где $\vec{k}_0 = (\vec{k}_{0\perp}, k_{0z})$; $\vec{k} = (\vec{k}_\perp, k_{z+})$.

Для большего расстояния между границами внешнего поля амплитуда отраженной волны будет еще меньше, но необходимо учитывать ускорение этим полем электронов после их рассеяния на атоме и провести усреднение сечения по продольным координатам ядер атомов, находящихся на разных расстояниях от границы поля, что можно сделать в рамках как классической, так и квантовой теорий, используя формулы (3), но это — тема другой работы.

$$T = \frac{4}{q_+^2}\left[1-\left(\frac{4}{4+q_+^2}\right)\right], \qquad (6)$$

если $\varepsilon L < k_z^2/2$,

где $\vec{q}_\pm = \vec{k}_\pm - \vec{k}_0$; $\vec{k}_\pm = (\vec{k}_\perp, \pm\sqrt{2E_z})$;

$\gamma_{1,2} = \alpha_{1,2} + k_z^3/3\varepsilon$; $\vec{q}_\perp = (\vec{k}_\perp - \vec{k}_{0\perp})$, причем $k_+^2 = k_0^2$;

d_o — элемент телесного угла, в котором находится вектор $\vec{k}_+ \equiv \vec{k}$. Отметим, что при выполнении условий (5) величина $k_z \equiv k_{z+}$ может быть только положительной: $k_z > 0$.

Подстановка в (3) выражения (6) приводит к хорошо известной формуле (см., например [4]) дифференциального сечения рассеяния электронов на изолированном атоме.

Вывод выражения (4) фактически не связан с прохождением первичных электронов над потенциальным барьером внешнего поля высотой $e\varepsilon L$ (или εL — в атомных единицах). Формула (4) остается в силе и в том случае, если бы электроны попали в окрестность атома благодаря, например, туннельному эффекту, пройдя через достаточно широкий потенциальный барьер внешнего электрического поля или каким-либо иным образом. Тогда величина k_{0z}, так же как и k_z, будет ограничена только условием $k_{0z}^2 >> 2\varepsilon^{2/3}$, и при рассеянии на малые углы электронов, которые двигались (до рассеяния в окрестности атома) по отношению к оси z под углом, близким к $\pi/2$, величины $q_{\pm z}$, $q_\pm$ будут значительно меньше единицы, и в формуле (4) можно пренебречь выражением, содержащим множитель $(4+q_\perp^2)^{-3/2}$.

Оставшиеся два слагаемых, как следует из (6), имеют простой физический смысл: $\frac{1}{q_+^2}\left[1-\left(\frac{4}{4+q_+^2}\right)^2\right]$ с точностью до множителя определяет вклад в сечение электронов, которые после рассеяния получили положительную направленную против внешнего поля составляющую импульса $k_z = +\sqrt{2E_z} = k_{z+}$, а величина $\left(q_-^{-2}\right)\left[1-(4)^2\left(4+q_-^2\right)^{-2}\right]$ — вклад электронов с $k_z = -\sqrt{2E_z} = k_z$, т. е. электронов, которые после рассеяния отражаются от потенциального барьера внешнего поля и попадают в тот же элемент телесного угла, что и электроны с положительным k_z.

Если бы движение частиц подчинялось законам классической механики, то дифференциальное сечение равнялось бы сумме двух слагаемых

$$d\sigma = \left\{\frac{4}{q_+^4}\left[1-\left(\frac{4}{4+q_+^2}\right)^2\right]^2 + \frac{4}{q_-^4}\left[1-\left(\frac{4}{4+q_-^2}\right)^2\right]^2\right\}d_o. \qquad (7)$$

В случае же квантовомеханического рассеяния должно появиться еще третье интерференционное слагаемое. Следовательно, при θ и θ_0, близких к $\pi/2$, фазы α_1 и α_2, входящие в (4), можно определить, подобрав их таким образом, чтобы при подстановке первых двух слагаемых из (4) в (3) получить выражение (7) с дополнительным слагаемым, содержащим множители $(q_+q_-)^{-2}[1-(4)^2(4+q_+^2)^{-2}]\left[1-(4)^2(4+q_-^2)^{-2}\right]$, которое исчезает при интегрировании дифференциального сечения по небольшому, но конечному элементу телесного угла, когда расстояние (вдоль $\vec{\varepsilon}$) от атома до точки отражения электрона от потенциального барьера внешнего поля становится значительно больше l.

Поставленная цель будет достигнута, если положить

$$\alpha_1 = \pi/4 - i2\ln 2; \quad \alpha_2 = \pi/4 + \arcsin(1/4). \qquad (8)$$

Действительно, подставляя (4) с этими значениями α_1 и α_2 в (3) (пренебрегая выражением в последней квадратной скобке), получим

$$d\sigma = \left\{D_+^2 + D_-^2 + 2D_D\sin\left[\frac{2}{3}\frac{|k_z|^3}{\varepsilon} + \operatorname{arctg}\frac{\sqrt{15}}{7}\right]\right\}d_o, \qquad (9)$$

где $D_\pm = \frac{2}{q_\pm^2}\left[1-\left(\frac{4}{4+q_\pm^2}\right)^2\right]$.

Последнее слагаемое в (9), содержащее синус, определяется интерференционными эффектами, возникающими при отражении электронов от потенциального барьера внешнего поля, и становится быстроосциллирующим при стремлении ε к нулю, в результате чего исчезает при интегрировании даже по малому интервалу телесного угла Δo, а выражение (9) при этом переходит в (7).

Исходя из вышеизложенного, можно ожидать, что волновые функции (2) при подстановке в них (8) достаточно хорошо будут определять и

состояния электронов при их неупругих столкновениях с атомом, в частности, при его ионизации — состоянии вторичных электронов, покинувших атом, по крайней мере, когда импульсы электронов в окрестности атома (в области пространства с линейным размером порядка $100a$) направлены к внешнему полю под углами, близкими к $\pi/2$.

Используя результаты работы [3], нетрудно получить в рамках выбранной модели сечение ионизации атома водорода во внешнем электрическом поле с найденными комплексными фазами.

Здесь мы рассмотрим, на наш взгляд, наиболее интересный случай, который, как уже отмечалось, недостаточно полно был исследован в работе [3], когда от потенциального барьера внешнего поля в конечных состояниях отражаются как первичные электроны, ионизирующие атом, так и вторичные, покинувшие его.

Таким столкновениям соответствуют неравенства (используем атомные единицы)

$$\varepsilon^{2/3} << E_{az},\ \ E_z << \varepsilon L, \qquad (10)$$

где E_{az} — энергия продольного движения вторичного электрона.

Тогда дифференциальное сечение ионизации атома водорода, отнесенное к элементам телесных углов d_o, d_{oa} волновых векторов $\vec{k} \equiv \vec{k}_+$ $\vec{k}_a = \left(\vec{k}_{a\perp}, \sqrt{2E_{az}}\right) \equiv \vec{k}_{a+}$ первичного и вторичного электронов и к интервалу dk_a, будет иметь вид (в атомных единицах)

$$d\sigma_i = \frac{2}{\pi^2}\frac{kk_a^2}{k_0}\left|T_i\right|^2 d_o d_{o_a} dk_a\ , \qquad (11)$$

где $k^2 = k_0^2 - k_a^2 - 1$;

$d_o = \sin\theta d\theta d\varphi$;

$d_o = \sin\theta_a d\theta_a d\varphi_a$;

φ и φ_a — углы между $\vec{k}_{0\perp}, \vec{k}_\perp$ и $\vec{k}_{0\perp}, \vec{k}_{a\perp}$, соответственно;

θ и θ_a — углы между осью z и векторами $\vec{k}$ и $\vec{k}_a$.

Отметим, что θ и θ_a лежат в интервалах $[0, \pi/2]$.

$$T_i = \frac{R_- e^{-i[\gamma_1^* - \gamma_{a1}]}}{2q_+^2\left(1+Q_-^2\right)^2} - \frac{M_- e^{i[\gamma_1 + \gamma_{a1}]}}{2q_-^2\left(1+\lambda_-^2\right)^2} -$$

$$-\frac{R_+ e^{-i[\gamma_1^* + \gamma_{a1}^*]}}{2q_+^2\left(1+Q_+^2\right)^2} - \frac{M_+ e^{i[\gamma_1 - \gamma_{a1}^*]}}{2q_-^2\left(1+\lambda_+^2\right)^2} +$$

$$+\frac{2De^{-i[\gamma_2+\gamma_{a2}]}}{q_+^2\left(1+Q_+^2\right)^2} - h_+\frac{P_- e^{-i\gamma_{a2}}}{\left(1+w_-^2\right)^2} -$$

$$-\frac{i}{2}h_-\left[\frac{P_-}{\left(1+w_-^2\right)^2}e^{i\gamma_{a1}} - \frac{P_+}{\left(1+w_+^2\right)^2}e^{-i\gamma_{a1}^*}\right];$$

$$\vec{q}_\pm = \vec{k}_\pm - \vec{k}_0\ ;\ \vec{k}_\pm = \left(\vec{k}_\perp, \pm\sqrt{2E_z}\right);$$

$$\vec{k}_{a\pm} = \left(\vec{k}_{a\perp}, \pm\sqrt{2E_{az}}\right);\ \vec{Q}_\pm = \vec{q}_+ + \vec{k}_{a\pm}\ ;$$

$$\vec{\lambda}_\pm = \vec{q}_- + \vec{k}_{a\pm};\ \vec{w}_\pm = \left(\vec{q}_\perp + \vec{k}_{a\perp}, iq_\perp \pm k_{az}\right);$$

$$R_\pm = 1 + \frac{iQ_{\pm z}}{2\sqrt{1+Q_\perp^2}}\left(3 + \frac{Q_{\pm z}^2}{1+Q_\perp^2}\right);$$

$$M_\pm = 1 + \frac{i\lambda_{\pm z}}{2\sqrt{1+\lambda_\perp^2}}\left(3 + \frac{\lambda_{\pm z}^2}{1+\lambda_\perp^2}\right);$$

$$P_\pm = 1 + \frac{iw_{\pm z}}{2\sqrt{1+w_\perp^2}}\left(3 + \frac{w_{\pm z}^2}{1+w_\perp^2}\right);$$

$$D = 1 - \frac{iQ_{+z}}{2\sqrt{1+Q_\perp^2}}\left(3 + \frac{Q_{+z}^2}{1+Q_\perp^2}\right);$$

$$h_\pm = \left[\exp(-i\gamma_2) - \frac{i}{2}\exp\left(-i\gamma_1^*\right)\right]\times$$

$$\times\frac{q_\perp \pm iq_{+z}}{q_\perp q_+^2} + \frac{i}{2}\frac{q_\perp \pm iq_{-z}}{q_\perp q_-^2}\exp(i\gamma_1);$$

$$\gamma_{1,2} = \alpha_{1,2} + \frac{k_z^3}{3\varepsilon}\ ;$$

$$\gamma_{a1,2} = \alpha_{1,2} + \frac{k_{az}^3}{3\varepsilon};\ \ \vec{k} \equiv \vec{k}_+;\ \ \vec{k}_a \equiv \vec{k}_{a+}.$$

При получении этих выражений не учитывались обменные эффекты между первичными и вторичными электронами и взаимодействие электронов в их конечных состояниях с ядром атома, поэтому (11) имеет смысл при выполнении неравенств

$$k^2 >> k_a^2 >> 1\ . \qquad (12)$$

Первое неравенство позволяет пренебречь обменными эффектами, а второе — взаимодействием электронов с атомным ядром.

Входящие в T_i выражения $h_\pm$ содержат в знаменателе величину $q_\perp = (k_0^2 \sin^2\theta_0 + k^2 \sin^2\theta - 2kk_0 \sin\theta \sin\theta_0 \cos\varphi)^{1/2}$, θ_0 — угол между осью z и вектором $\vec{k}_0$, лежащим в плоскости xz, которая обращается в нуль при $\sin\theta_p = \frac{k_0}{k} e^{\pm i\varphi} \sin\theta_0$, т. е. только тогда, когда $\varphi = 0$ (или π, что равносильно замене θ на $-\theta_0$) и

$$k\sin\theta_p = k_0 \sin\theta_0 . \qquad (13)$$

Если k и k_0 такие, что (13) не противоречит условиям (10) и неравенству

$$k_0^2 > 2\varepsilon L , \qquad (14)$$

то функция $F(\theta,\varphi,\theta_a,\varphi_a,k_0,k_a) = \frac{d\sigma}{d_0 d_{0a} dk_a}$ в окрестности точки (θ_p, 0) на плоскости θ, φ при фиксированных остальных параметрах будет иметь острый пик, появляющийся из-за перераспределения средней плотности зарядов электронов по сравнению с их рассеянием на изолированном атоме [5, 6].

На рис. 1 показана эта функция на интервалах: $\theta \in (1{,}523;\ 1{,}525)$; $\varphi \in (-\pi;\ \pi)$ (построенная с использованием системы MATLAB 6) при $k_0 = 51$; $k = 50$; $k_a = 10$; $\theta_0 = 1{,}367$; $\theta_a = 1{,}3$; $\varphi_a = 0$ (здесь и далее, если не оговорено особо, углы выражаются в радианах).

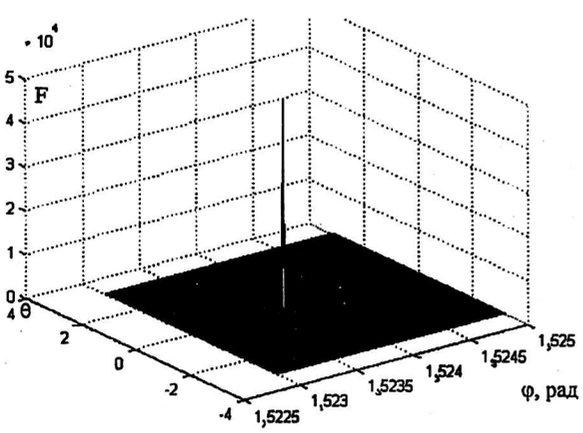

Рис. 1. Поверхность F (θ, φ)

Очевидно, вблизи точки (θ_p, 0) главными слагаемыми в T_i будут только выражения, содержащие $h_\pm$, поэтому в окрестностях этой точки дифференциальное сечение упрощается и принимает следующий вид:

$$d\sigma_{i1} = \frac{2}{\pi^2} \frac{kk_a^2|h|^2}{k_0\left(1+k_a^2\right)^4} \left[8\left(1 + N^2 - \frac{\sqrt{15}}{4} N\right) + 7\left(1+N^2\right)\sin\frac{2}{3}\frac{k_{az}^3}{\varepsilon} + \sqrt{15}\left(1 + N^2 - \frac{16}{\sqrt{15}} N\right)\cos\frac{2}{3}\frac{k_{az}^3}{\varepsilon} \right] \times \qquad (15)$$
$$\times\, d_0 d_{0a} dk_a ,$$

где

$$|h|^2 = \frac{2}{q_\perp^2}\left[\frac{3}{q_{+z}^2} + \frac{2}{q_{-z}^2} + \frac{2\sqrt{6}}{q_{+z}q_{-z}} \sin\left(\frac{2}{3}\frac{k_z^3}{\varepsilon} + \operatorname{arctg}\frac{\sqrt{15}}{9}\right)\right];$$

$$N = \frac{k_{az}}{2\sqrt{1+k_{a\perp}^2}}\left(3 + \frac{k_{az}^2}{1+k_{a\perp}^2}\right).$$

Из (15) видно, что вблизи своего пика сечение как функция (θ, φ) или (θ_a, φ_a) имеет осцилляции, причем зависимость от φ_a отсутствует. Амплитуда осцилляций близка к величине максимума самого сечения в малых окрестностях заданных значений θ и θ_a, а периоды t и t_a равны, соответственно, $\pi\varepsilon/k^3\cos^2\theta\sin\theta$ и $\pi\varepsilon/k_a^3\cos^2\theta_a\sin\theta_a$ при не слишком малых углах и если сами периоды значительно меньше единицы, т. е. когда $\arcsin(2\pi\varepsilon/k^3)^{1/4} << \theta << \pi/2 \pm -(\pi\varepsilon/k^3)^{1/2}$ и $\arcsin(2\pi\varepsilon/k_a^3)^{1/4} << \theta_a << \pi/2 \pm -(\pi\varepsilon/k_a^3)^{1/2}$. Нетрудно понять, что наибольшие значения t и t_a имеют при соответствующих углах, близких к $\pi/2$.

Поверхности $F(\theta,\varphi)$ и $F(\theta_a,\varphi_a)$ с T_i из (11), иллюстрирующие такие осцилляции, показаны на рис. 2 и 3.

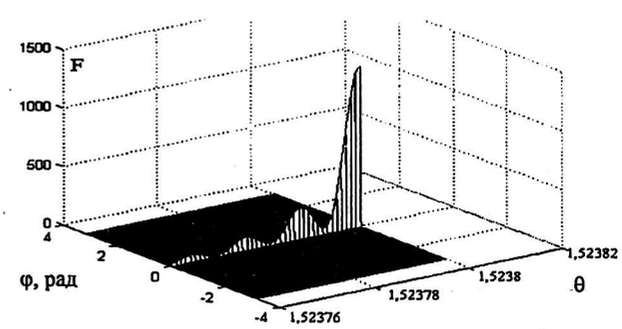

Рис. 2. Фрагмент поверхности F (θ, φ)

Из рис. 2 видно, что амплитуда осцилляций функции $F(\theta, \varphi)$ велика, а период очень мал — $1{,}3\cdot10^{-5}$ рад, или $7{,}64\cdot10^{-4}$ град. Фрагмент поверхности $F(\theta, \varphi)$ показан на интервалах: $\theta\in(1{,}52376;\ 1{,}5238)$, $\varphi\in(-0{,}01\ \pi;\ 0{,}01\ \pi)$ при $\theta_a = 1{,}3$; $\varphi_a = 0$; $\theta_o = 1{,}367$.

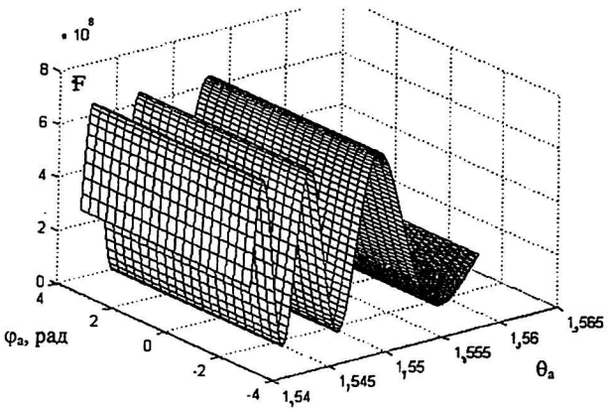

Рис. 3. Фрагмент поверхности $F(\theta_a, \varphi_a)$

Период осцилляционной структуры сечения, связанной с отражением вторичных электронов от потенциального барьера внешнего электрического поля, возрастает на несколько порядков при очень большой амплитуде, что видно из рис. 3, на котором показана функция $F(\theta_a, \varphi_a)$, когда $\theta_a \in (1{,}54;\ 1{,}56)$, $\varphi_a \in (-\pi;\ \pi)$ при $\theta = 1{,}5238$; $\varphi = 0$; $\theta_o = 1{,}367$. Период этой функции примерно 0,38 град., т. е. на три с половиной порядка больше, чем период $F(\theta, \varphi)$. Отметим также, что при значениях θ_0, θ и φ, соответствующих пику сечения, функция $F(\theta_a, \varphi_a)$ практически не зависит от φ_a, и это позволяет приближенно проинтегрировать $d\sigma_{i1}$ по d_{o_a} в окрестности точки $(\theta_p, 0)$.

В результате получим

$$d\sigma_{i2} = \frac{2}{\pi}\frac{k|h|^2}{k_0 k_a^2} d_o dk_a . \qquad (16)$$

В (16) оставлены только старшие слагаемые, появившиеся в результате интегрирования неосциллирующих членов, входящих в квадратную скобку выражения (15).

Наибольшая величина этих слагаемых порядка k_a^4, тогда как значение интеграла, взятого от осциллирующих слагаемых, меньше, чем $0{,}5\varepsilon\ k_a^3\sin\left(2k_a^3/3\varepsilon\right)$, и им можно пренебречь, если $k_a >> 1$, а $\varepsilon << 1$.

Оценка сечения $d\sigma_{i3}$, отнесенного к dk_a, сводится к взятию интеграла

$$J = 2\int_{\theta_1}^{\theta_2} d\theta \sin\theta\left(3/q_{+z}^2 + 2/q_{-z}^2\right)\int_{-\delta\pi}^{\delta\pi}\frac{d\varphi}{q_\perp^2} = \qquad (17)$$
$$= \int_{\theta_1}^{\theta_2}\frac{8\sin\theta}{k_0^2\sin^2\theta_0 - k^2 + k^2\cos^2\theta}\operatorname{arctg}\left[\left|\frac{k_0\sin\theta_0 + k\sin\theta}{k_0\sin\theta_0 - k\sin\theta}\right|\operatorname{tg}\frac{\delta\pi}{2}\right]d\theta,$$

где $\delta\pi$ порядка $0{,}01\ \pi$; $\theta_1 = \arccos\sqrt{2\varepsilon L}$; $\theta_2 = \arccos(\varepsilon^{1/3})$. Выражение (17) логарифмически расходится при $\theta = \theta_p$. Такая расходимость связана с тем, что при вычислении матричного элемента T_i функции Эйри были заменены волновыми функциями нулевого приближения в виде комбинации стоячей и бегущей волн с независящей от z длиной волны, которая в следующем приближении должна быть функцией z, в частности, в области пространства между точкой поворота и ядром атома (вдоль поля). Линейный размер этой области порядка k_z^2/ε (по-прежнему используем атомные единицы), и ему соответствует неопределенность угла $\delta\theta = \varepsilon/k^3\cos^2\theta_p\sin\theta_p$. Тогда в рамках излагаемой теории расходимость можно устранить, исключив из области интегрирования интервал $(\theta_p - \delta\theta;\ \theta_p+\delta\theta)$. Кроме того, замечая, что аргумент arctg на границах этого интервала значительно больше единицы, заменяем arctg на $\pi/2$.

Учитывая это после преобразования (17) получим

$$d\sigma_{i3} \approx \frac{24k_0}{k_a^6 k\cos\theta_p}\ln\left|\frac{k^5\cos^5\theta_p}{\varepsilon^2}\right|dk_a . \qquad (18)$$

В этом выражении учтено, что $k_0^2,\ k^2 >> k_a^2$; $\cos(\theta_p-\theta_o) \approx 1$; $(2\varepsilon L)^{1/2} \sim 1\div10$, и аргумент логарифма значительно больше единицы, так как, в соответствии с (10), $k_z^5 >> \varepsilon^{5/3}$.

Известно, что найденное Месси и Мором сечение (подобное $d\sigma_{i2}$) для изолированного атома водорода имеет острый пик при $q = k_a$, а после интегрирования (в окрестности пика) по телесному углу определяется формулой [4]

$$d\sigma_0 \approx \frac{8\pi}{k_a^3 k_0^2} dk_a . \qquad (19)$$

Сравнивая (18) и (19)

$$\frac{d\sigma_{i3}}{d\sigma_0} \approx \frac{k_0 k}{k_a^3 \cos\theta_p} \ln\left|\frac{k^5 \cos^5\theta_p}{\varepsilon^2}\right|,$$

нетрудно заметить, что в рамках выбранного приближения при сильном отличии k_0, k от k_a сечение ионизации атома водорода во внешнем, достаточно слабом по сравнению с атомным электрическим, поле может заметно превышать сечение ионизации изолированного атома.

Во избежание недоразумения отметим, что кроме (10) и (12), условия применимости полученных здесь выражений должны включать неравенства E_z, $E_{az} << e\varepsilon n^{-1/3}$ [1—3] (n-концентрация рассеивающих атомов), $(m_e E_z)^{1/2}/e\varepsilon << \tau$, которые соответствуют малости расстояния между ядром атома и точкой поворота электрона и среднего времени прохождения им этого расстояния, соответственно, по сравнению с расстояниями между атомами и характерным временем задачи τ (для плазмы вместо $n^{-1/3}$ характерным размером задачи в данной теории, по-видимому, должна являться длина свободного пробега электрона).

Заключение

Из полученных результатов следует, что при ионизации в слабом внешнем электрическом поле атома водорода быстрыми электронами дифференциальные сечения, определяющие угловое распределение импульсов рассеянных электронов, должны иметь осцилляционную структуру и острые пики в области значений энергий первичных и вторичных электронов, при которых они отражаются от потенциального барьера внешнего поля.

Сравнение найденного сечения, отнесенного к элементу абсолютной величины волнового вектора вторичного электрона, с подобным сечением ионизации изолированного атома, найденным Месси и Мором, показывает, что сечение ионизации атома во внешнем поле может быть значительно больше подобного сечения при $\varepsilon = 0$.

Автор выражает глубокую благодарность А. А. Рухадзе, О. В. Кудреватовой за внимание, проявленное к работе, и В. П. Силину за конструктивную дискуссию.

Литература

1. *Крылов В. И.* К вопросу о сечении ионизации водородоподобного атома быстрыми электронами в однородном электрическом поле// Краткие сообщения по физике. — ФИАН. 1996. № 9, 10. С. 83—89.
2. *Krylov V. I., Kriulina O. V., Pivkin V. V.* The elastic scattering of electrons on the hydrogen-like atom and its Photoionization in a homogeneous electric field// Proceedings of Gas Discharges and their Applications. — Greifswald, 1997. V. 2. P. 684—687.
3. *Крылов В. И., Пивкин В. В.* Анализ дифференциального сечения ионизации водорода быстрыми электронами в однородном электрическом поле// Физика плазмы. Сер. Е. 26. 2000. № 5. С. 478—487.
4. *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Квантовая механика. — М.: Наука, 1974. — 752 с.
5. *Кондратович В. Д., Островский В. Н.* Фотоионизация водороподобного атома в однородном электрическом поле// ЖЭТФ. 1980. Т. 79. С. 395—407.
6. *Фабрикант И. И.* Интерференционные эффекты при фоторасщеплении и фотоионизации атомов в однородном электрическом поле// Там же. С. 2070—2077.

Scattering electrons on the hidrogenlike atoms in an external electric field

V. I. Krylov
General Physics Institute of RAN, Moscow, Russia

From the analyzes of a differential crossection of electrons elastic scattering on the hydrogen-like atoms in an external electric field the "fitting" parameters to the ionization crossections of a hydrogen atom in a such field are determined. It was shown that in the energy region of primary and secondary electrons, corresponding to their reflections from potential barrier of external field, a sharp peak in the angular momentum distributions of scattering and secondary electrons appears. At the same time, these distributions are oscillating and the crossection regarding to the unity of the secondary electrons momentum may be much higher than the corresponding ionization crossection of an isolated atom.