

УДК 621.382.53

Новые модели стационарных термоэлектрических и гальванотермомагнитных холодильников

А. А. Ащеулов, В. Г. Охрем, Е. А. Охрем,
Институт термоэлектричества НАН и МОН Украины,

В. Д. Фотий
ОАО "Кварц", Черновцы, Украина

Представлены модели холодильников, предназначенных для расширения ассортимента используемых термостатических и гальванотермомагнитных (ГТМ) методов охлаждения и их упрощения.

В настоящее время определенное распространение получили анизотропные термоэлементы [1, 2], которые могут применяться для термоэлектрического охлаждения. В работах [3–5] с этой целью предлагается использовать эффекты Бриджмена и Томсона, а известные анизотропный термоэлектрический холодильник (АТХ) и гальванотермомагнитный холодильник (ГТМХ) Эттингсгаузена заменить более простыми по конструкции [6, 7].

Представленные в данной статье модели холодильников предназначены для расширения ассортимента используемых термоэлектрических и ГТМ методов охлаждения и их упрощения.

Обобщенное уравнение теплопроводности следует из закона сохранения энергии в дифференциальной форме, которое в стационарном случае для анизотропной и неоднородной среды можно записать в виде [6]

$$\frac{\partial}{\partial x_i} \left(\kappa_{ik} \frac{\partial T}{\partial x_k} \right) + \rho_{ik} j_i j_k - \left(\frac{\partial \Pi_{ik}}{\partial x_i} \right)_T j_k - \tau_{ik} j_i \frac{\partial T}{\partial x_k} - \Pi_{ik} \frac{\partial j_k}{\partial x_i} = 0, \quad (1)$$

где T — температура;

j_i — i -я компонента плотности тока;

κ_{ik} , ρ_{ik} , τ_{ik} , Π_{ik} — компоненты тензоров удельной теплопроводности, электрического сопротивления, коэффициентов Томсона и Пельтье, соответственно, которые зависят в общем случае от температуры, координат и индукции магнитного поля (если таковое имеется).

В уравнении (1) первый член — это тепло, обусловленное теплопроводностью; второй — тепло Джоуля, третий и четвертый члены — соответственно, тепло Пельтье и Томсона; пятый член — тепло Бриджмена.

Холодильник на эффекте Томсона

Эффект Томсона был открыт в 1852 г. Он состоит в том, что в неизотермической проводя-

щей среде, через которую протекает электрический ток, выделяется или поглощается (в зависимости от направления тока) тепло (см. (1))

$$q_T = -Tj \frac{\partial T}{\partial x},$$

где мы выбрали простейший случай одномерной среды; j — плотность электрического тока.

Коэффициент Томсона τ согласно определению имеет вид

$$\tau = T \frac{\partial \alpha}{\partial T},$$

где α — коэффициент термоЭДС. Отсюда следует, что эффект Томсона наблюдается в случае, когда α зависит от температуры.

Ниже предложена одномерная феноменологическая модель стационарного холодильника на эффекте Томсона (ЭТ), в которой градиент температуры и электрический ток совпадают по направлению [5]. Предположив, что удельное сопротивление ρ и теплопроводность κ материала холодильника, производная $d\alpha/dT$ постоянны и что распределение температур одномерно, запишем уравнение теплопроводности (1) в виде

$$\frac{d^2 T}{dx^2} - \delta T \frac{dT}{dx} + \gamma = 0 \quad (2)$$

и рассмотрим совместно с граничными условиями (рис. 1)

$$T(0) = T(l) = T_0 \quad (3)$$

где l — длина образца; $\delta = (d\alpha/dT)j/\kappa$, $\gamma = \rho j^2/\kappa$.

Дифференциальное уравнение (2) является нелинейным, поэтому найти его решение в виде, удобном для анализа, затруднительно. Для решения этой задачи используется метод сеток [9], согласно которому производные заменяются их приближенными значениями, выраженными через разности значений функций в отдельных дискретных точках-узлах. Дифференциальное уравнение в результате таких преобразований заменяется эквивалентными соотношениями в конечных разностях.

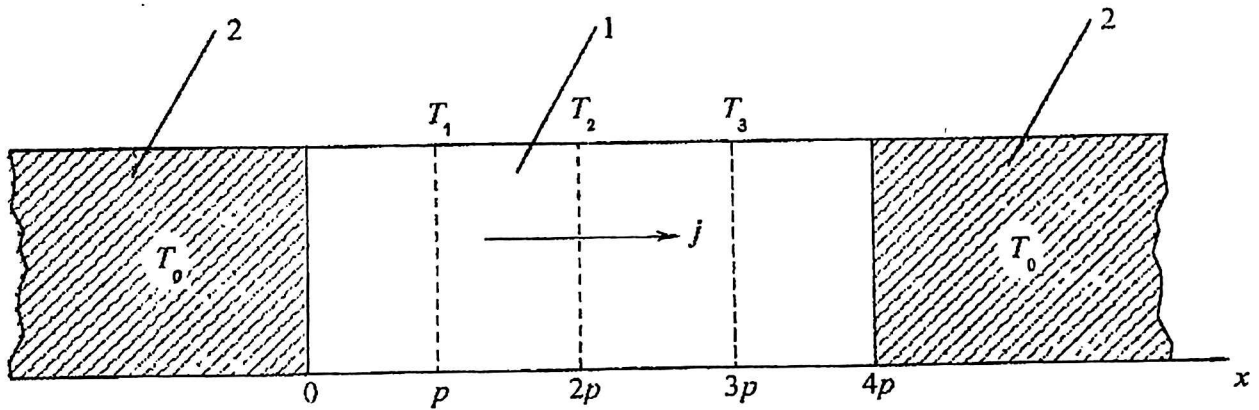


Рис. 1. Принципиальная схема термоэлектрического холодильника на эффекте Томсона:
1 — образец; 2 — токоподводы к образцу

Прежде чем приступить к численным оценкам температуры в отдельных точках, отметим, что задача будет тем точнее решена, чем больше будет число разбиений длины образца на равные отрезки, т. е. чем меньше будет p . Однако при большом числе разбиений нужно использовать ЭВМ, что приведет к потере аналитичности. Поэтому мы ограничимся небольшим числом разбиений, считая, что длина l не очень большая.

Разобьем l на четыре равные части, тогда уравнения (1) и (2) приводят к системе уравнений относительно T_1, T_2, T_3 (см. рис. 1)

$$T_0 + T_2 - 2T_1 - \frac{\delta p}{2} T_1 (T_2 - T_0) + \gamma p^2 = 0;$$

$$T_1 + T_3 - 2T_2 - \frac{\delta p}{2} T_2 (T_3 - T_1) + \gamma p^2 = 0;$$

$$T_2 + T_0 - 2T_3 - \frac{\delta p}{2} T_3 (T_0 - T_2) + \gamma p^2 = 0,$$

из которых найдем

$$T_1 = \frac{2T_0 + 3\gamma p^2}{1 - \delta p T_0 / 2} - \frac{1 + \delta p T_0 / 2}{1 - \delta p T_0 / 2} T_3;$$

$$T_2 = \frac{(2 + \delta p T_0 / 2) T_3 - \gamma p^2 - T_0}{1 + \delta p T_3 / 2};$$

$$T_3 = \frac{\sqrt{B^2 - 4AC} - B}{2A};$$

$$B = (2 + \delta p T_0 / 2) \left(1 - \frac{\delta p}{2} \frac{2T_0 + 3\gamma p^2}{1 - \delta p T_0 / 2} \right) +$$

$$+ (2 - \delta p T_0 / 2) \frac{1 + \delta p T_0 / 2}{1 - \delta p T_0 / 2} - \frac{\delta p}{2} \frac{1 + \delta p T_0 / 2}{1 - \delta p T_0 / 2} \times$$

$$\times (T_0 + \gamma p^2) + \left(T_0 - 2 \frac{2T_0 + 3\gamma p^2}{1 - \delta p T_0 / 2} \right) \frac{\delta p}{2} +$$

$$+ \frac{\delta p T_0}{2} \frac{2T_0 + 3\gamma p^2}{1 - \delta p T_0 / 2} + \gamma p^2;$$

$$A = 2\delta p \frac{1 + \delta p T_0 / 2}{1 - \delta p T_0 / 2};$$

$$C = \frac{2T_0 + 3\gamma p^2}{1 - \delta p T_0 / 2} \left(\left(2T_0 + \gamma p^2 \right) \frac{\delta p}{2} - 2 \right).$$

Численные оценки температур T_1, T_2, T_3 при $l = 1$ см, $T_0 = 300$ К, $\rho = 10^{-3}$ Ом·см, $\kappa = 10^{-2}$ Вт/(см·К), $d\alpha/dT = 10^{-4}$ В/К², $j = 0,15$ А/см² дают $\gamma = 2,3 \cdot 10^{-3}$ К/см²; $\delta = 1,5 \cdot 10^{-3}$ (К·см)⁻¹; $\delta p T_0 / 2 = 0,056$.

Поскольку $\delta p T_0 / 2 \ll 1$, приближенно получим: $A = 2\delta p$; $B = 4$; $C = -4T_0$ и, соответственно, $T_3 = T_0(1 - \delta p T_0 / 4)$; $T_1 = T_0(1 - \delta p T_0 / 4)$; $T_2 = T_0(1 - \delta p T_0 / 2)$. Температура $T_2 = 280$ К.

Таким образом, в рассматриваемом случае снижение температуры составляет 20 К.

Обратим внимание на следующее обстоятельство. Если в выражениях для T_1, T_2, T_3 заменить j на $(-j)$, то они станут другими, что, очевидно, противоречит физической ситуации. Например, ясно, что T_2 не должна зависеть от направления тока. Это противоречие снимается, если учесть, что при замене j на $(-j)$ изменяется также и знак производной dT/dx , так что произведение $j dT/dx$ в уравнении (2) знак не меняет. При этом T_1, T_3 меняются местами, а T_2 остается тем же. Качест-

венно зависимость $T(x)$ показана на рис. 2, откуда видно, что точка, в которой имеет место минимальная температура, может быть смещена относительно $x = 2p$.

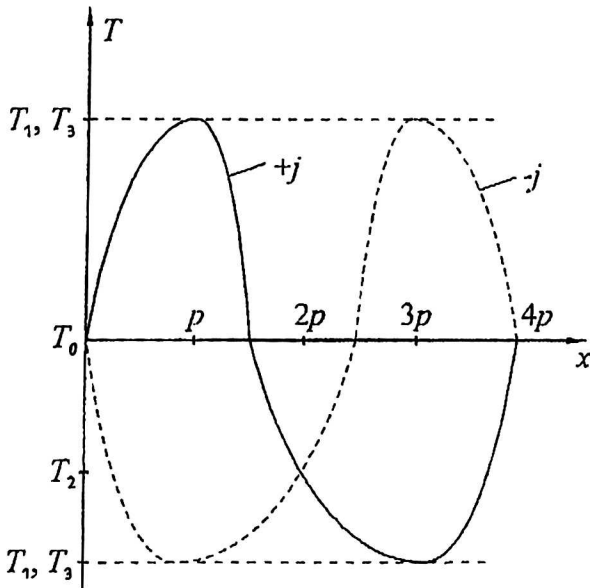


Рис. 2. Распределение температуры в образце холодильника Томсона при прямом (+j) и обратном (-j) направлениях электрического тока

Приведенные расчеты показали, что эффект Томсона может реально служить для целей охлаждения.

Адиабатический анизотропный холодильник (ААХ)

Идея создания ААХ обусловлена тем, что обычный АТХ содержит изотермическую подложку, через которую отработанное в АТХ тепло сбрасывается в термостат. Наличие этой подложки делает конструкцию громоздкой и неудобной в работе.

Выберем в качестве материала ААХ термоэлектрически анизотропный однородный полупроводник с независимыми от температуры кинетическими коэффициентами. Тогда обобщенное уравнение теплопроводности (1) записывается в виде

$$\frac{d^2T}{dx^2} + \frac{d^2T}{dy^2} + \gamma = 0, \quad (4)$$

где температура считается двумерной (рис. 3), $\gamma = \rho j^2 / \kappa$, ρ и κ — изотропные.

Граничные условия

$$T(0, y) = T(l, y) = T_0; \quad (5)$$

$$\left. \frac{dT}{dy} \right|_{y=0} - \beta T|_{y=0} = 0, \quad \left. \frac{dT}{dy} \right|_{y=h} - \beta T|_{y=h} = 0. \quad (6)$$

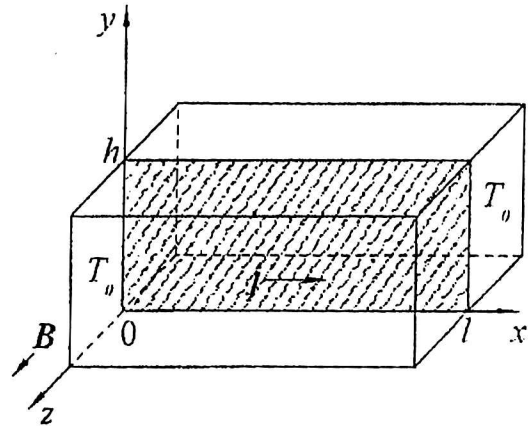


Рис. 3. Принципиальная схема ААХ или АГТМХ Эттингсгаузена (в случае АГТМХ x — тригональная, y — бинарная, z — бисекторная оси). Грани $y = 0$ и $y = h$ адиабатически изолированы от внешней среды

Условие (5) означает термостатирование торцевых граней ААХ при температуре T_0 , а (6) — адиабатическую изоляцию нижней и верхней граней; h — высота; l — длина образца.

Решение уравнения (4) при условиях (5) и (6) найдем методом Фурье

$$T(x, y) = T_0 - \frac{1}{2} \gamma x(x-l) + \frac{\beta}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{T_0 D_n - \frac{1}{2} \gamma C_n}{sh \delta_n h} \times \\ \times \left[\frac{\exp(-\delta_n h) - 1}{\delta_n - \beta} \exp(\delta_n y) + \frac{\exp(\delta_n h) - 1}{\delta_n - \beta} \exp(-\delta_n y) \right] \sin \delta_n x,$$

где $D_n = 2(1 - (-1)^n) / (n\pi)$;

$C_n = -4l^2(1 - (-1)^n) / (n\pi)$ — коэффициенты разложения единицы и функции $x(x-l)$ в ряды Фурье по синусам;

$\delta_n = n\pi/l$; $\beta = \alpha_{12}j/\kappa$.

Распределение температуры на грани $y = 0$ следующее:

$$T(x, 0) = T_0 - \frac{1}{2} \gamma x(x-l) + \beta \sum_{n=1}^{\infty} \frac{T_0 D_n - \frac{1}{2} \gamma C_n}{(\delta_n^2 - \beta^2) sh \delta_n h} \times \\ \times [\beta sh \delta_n h + \delta_n(1 - ch \delta_n h)] \sin \delta_n x.$$

Охлаждение имеет место при условии, что третий член в последнем выражении отрица-

тельный. Оценим температуру в точке $x = l/2$, если ток течет в отрицательном направлении оси x (см. рис. 3). Положим, что $\alpha_{12} = 10^{-4}$ В/К; $\kappa = 10^{-2}$ Вт/(см·К); $\rho = 10^{-3}$ Ом·см; $\delta_n h \geq 3$, тогда получим

$$T(l/2, 0) = T_0 + \frac{1}{8} \gamma l^2 - \frac{\beta l}{\pi} \times \sum_{n=1}^{\infty} \frac{T_0 D_n - \frac{1}{2} \gamma C_n}{h^2} \sin \frac{n\pi}{2}.$$

Это выражение справедливо при условиях: $sh\delta_n h \approx ch\delta_n h$ и $\delta_n \gg \beta$. При $T_0 = 300$ К и $j l = 60$ А/см $T(l/2, 0) = 270$ К, т. е. снижение температуры составляет 30 К.

Холодильник на эффекте Бриджмена

Эффект Бриджмена был обнаружен в 20-х годах прошлого столетия. Он состоит в выделении (поглощении) тепла в анизотропном кристалле в местах, где вектор плотности протекающего через него электрического тока изменяет свою ориентацию относительно кристаллографических осей [8]. Количество тепла, приходящееся на единицу объема, составляет величину

$$Q = \alpha_{ik} T \frac{\partial j_i}{\partial x_k},$$

где α_{ik} — компоненты тензора термоЭДС.

В работе [3] предложена физическая модель, с помощью которой наблюдается эффект Бриджмена, а в [4] — рассмотрены две возможные модели термоэлектрического холодильника на эффекте Бриджмена, которые рассмотрим ниже.

Полукольцевой термоэлектрический холодильник (ПТХ) на эффекте Бриджмена

Схема образца ПТХ представлена на рис. 4, а. Кристаллографические оси наклонены под углом 45° к осям x и y лабораторной системы координат. Если кинетические коэффициенты материала образца не зависят от температуры и координат и имеется только азимутальная составляющая тока $j_\varphi = j_0/r$ [3], то в стационарном режиме закон сохранения энергии (1) в полярной системе координат записывается в виде

$$\frac{d^2 T}{d\varphi^2} - \frac{a}{2} T(1 - \cos 2\varphi) + b = 0, \quad (7)$$

где принято, что T зависит только от азимута φ ; $a = \Delta \alpha j_0 / \kappa$; $b = \rho j_0^2 / \kappa$; j_0 — постоянная, которая определяет величину тока [3]; $\Delta \alpha$ — анизотропия термоЭДС.

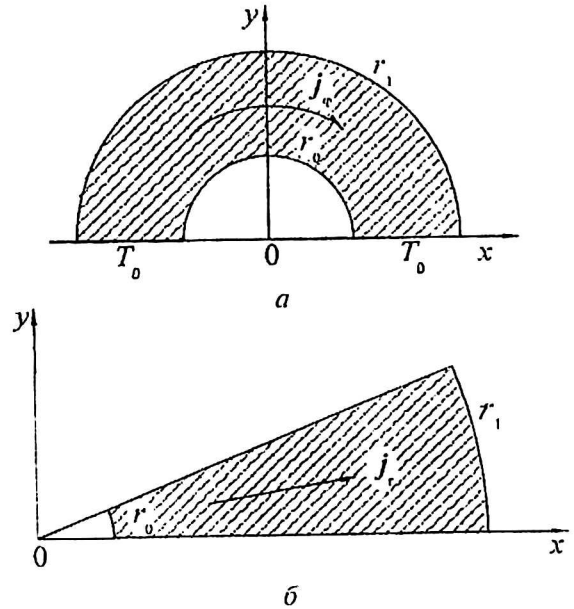


Рис. 4. Принципиальная схема образца термоэлектрических холодильников на эффекте Бриджмена: а — полукольцевого; б — радиального. Заштриховано направление главной оси кристалла

Уравнение (7) рассмотрим совместно с граничными условиями

$$T(0) = T(\pi) = T_0, \quad (8)$$

которые означают, что торцы образца (см. рис. 4, а) термостатированы при температуре T_0 .

Эти условия легко удовлетворить, поскольку токоподводы к образцу выполняются из металла с хорошей электропроводностью (например, меди), который обладает также и хорошей теплопроводностью. Поэтому, если токоподводы в тепловом отношении соединены с термостатом при температуре T_0 , то и указанные торцы имеют эту же температуру.

Решение уравнения (1) представим в виде разложения в ряд Фурье по синусам

$$T(\varphi) = T_0 + \sum_{n=1}^{\infty} C_n \sin n\varphi. \quad (9)$$

Тогда граничные условия (8) удовлетворяются автоматически, а коэффициенты C_n ряда Фурье найдем, подставив (9) в (7). Поскольку ряды типа (9) быстро сходятся, достаточно ограничиться несколькими членами суммы. При трех членах разложения в (9) после подстановки в (7) находим

$$C_1 = 4 \frac{(36 + 2a)D + aF}{a^2 + 124a + 144}; C_2 = 0;$$

$$C_3 = 4 \frac{(4 + 3a)F + aD}{a^2 + 124a + 144},$$

$$D = (b - 0,75aT_0)E_1 + 0,25aT_0E_3;$$

$$F = (b - 0,5aT_0)E_3 + 0,25aT_0E_1;$$

$$E_1 = 4/\pi; \quad E_3 = 4/(3\pi).$$

Оценим температуру в точке $\pi/2$:

$$T(\pi/2) = T_0 + 4 \frac{(36 + a)D - (4 + 2a)F}{a^2 + 124a + 144}.$$

Охлаждение в точке $\varphi = \pi/2$ будет иметь место тогда, когда $a > 0$; $D < 0$; $F > 0$. Для численной оценки положим $\Delta\alpha = 10^{-4}$ В/К; $\kappa = 10^{-2}$ Вт/(см·К); $\rho = 10^{-3}$ Ом·см; $j_0 = 10$ А/см; $T_0 = 300$ К.

Классический анизотропный холодильник, работающий на поперечном эффекте Пельтье [6], дает перепад температуры 11 К. Если сравнить конструкции указанных $a = 0,1$; $b = 10$ К; $T(\pi/2) = 13$ К, т. е. перепад температуры составляет 13 К. Для этих же материальных констант и $T_0 = 300$ К классический анизотропный холодильник, работающий на поперечном эффекте Пельтье [6], дает перепад температуры 11 К. Если сравнить конструкции указанных холодильников, то ПТХ более прост, поскольку не требует специальной подложки, находящейся при температуре T_0 .

Радиальный термоэлектрический холодильник (РТХ)

Схема образца РТХ представлена на рис. 4, б. Полагаем, что и в этом случае кинетические коэффициенты также не зависят от температуры и координат. Тогда при совпадении кристаллографических осей и осей лабораторной системы x и y и наличии только радиальной составляющей плотности электрического тока, т. е. $j_r = J_0/r$, а $j_\varphi = 0$, где J_0 — постоянная, в полярной системе координат уравнение (1) имеет вид

$$r \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 T}{\partial \varphi^2} + \beta T \cos 2\varphi + \gamma = 0, \quad (10)$$

где $\beta = \Delta\alpha J_0/\kappa$; $\gamma = \rho J_0^2 / \kappa$.

Предположим далее, что $T = T(r)$. Если $2\varphi \ll 1$, то (10) представляется как

$$r \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \beta T + \gamma = 0. \quad (11)$$

Рассмотрим уравнение (11) совместно с граничными условиями (см. рис. 4, б)

$$T(r_0) = T(r_1) = T_0. \quad (12)$$

Решение задачи (11), (12) определяется знаком β [10]. Для $\beta = \nu^2 > 0$ решение имеет вид

$$T(r) = \left(T_0 + \frac{\gamma}{\beta} \right) \frac{\cos\left(\frac{\nu}{2} \ln\left(\frac{r_1 r_0}{r^2}\right)\right)}{\cos\left(\frac{\nu}{2} \ln\frac{r_1}{r_0}\right)} - \frac{\gamma}{\beta}. \quad (13)$$

В этом случае охлаждения не будет. При $\beta = -\nu^2 < 0$ уравнение (13) имеет вид

$$T(r) = \left(T_0 - \frac{\gamma}{\beta} \right) \frac{r^\nu + (r_1 r_0)^\nu r^{-\nu}}{r_1^\nu + r_0^\nu} + \frac{\gamma}{\beta}.$$

Для тех же материальных констант при $J_0 = 20$ А/см и $T_0 = 300$ К, $r_1 = 1$ см, $r_0 = 0,1$ см в точке $r = (r_1 + r_0)/2$ получим 288 К, т. е. перепад составляет 12 К, при этом сила тока, соответствующая этому перепаду, определяется следующим выражением: $J = h\pi J_0 \varphi_0 (r_1 - r_0)$ (см. рис. 4, б). О преимуществах РТХ по сравнению с анизотропным термохолодильником можно сказать то же, что и в случае ПТХ.

Таким образом, АТХ, работающий на поперечном эффекте Пельтье, заменяется более простым по конструкции ПТХ или РТХ, рабочим эффектом которых является эффект Бриджмена.

Инверсионные гальванотермомагнитные холодильники (ИГТМХ)

Эти холодильники впервые рассматривались в [11], а более детально — в [12] и [13]. Принцип действия ИГТМХ основан на эффекте изменения величины и знака продольной термоЭДС висмута при инверсии поперечного магнитного поля — эффекте инверсии. Последний наиболее сильно проявляет себя в области криогенных температур, поэтому инверсионные холодильники предназначены для работы в этой же области температур. В работе [11] был создан экспериментальный образец ИГТМХ, который при температуре кипения жидкого азота в магнитном поле 1,0 Тл и при токе 0,7 А дал снижение температуры около 1 К. Отличительной особенностью ИГТМХ является то, что обе его ветви изготовлены из одного и того же материала (в нашем случае это был висмут), но различным образом ориентированы относительно индукции поперечного магнитного поля.

Теория ИГТМХ с учетом эффекта инверсии рассматривалась детально в [11]. Найдем распределение температуры в ветвях ИГТМХ, считая его одномерным, и что материалы ветвей однородны, т. е. кинетические коэффициенты не зависят от координат и температуры. Обобщенное уравнение теплопроводности (для одной из ветвей) запишем в виде

$$\frac{d^2 T}{dx^2} - \frac{\alpha(-B) - \alpha(B)}{\kappa(B)} j \frac{dT}{dx} + \frac{\rho(B)j^2}{\kappa(B)} = 0, \quad (14)$$

где $\kappa(B)$, $\rho(B)$ — удельные теплопроводность и электрическое сопротивление материала ветви, соответственно, вдоль оси x ;

$\alpha(-B)$, $\alpha(B)$ — продольная термоЭДС при прямом (B) и обратном ($-B$) направлениях индукции магнитного поля;

j — плотность тока (рис. 5).

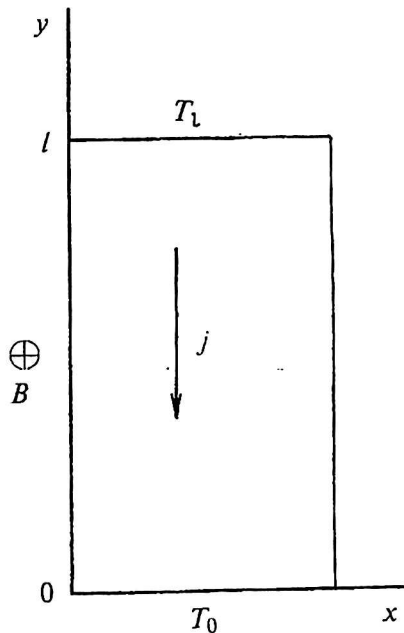


Рис. 5. Схема одной из ветвей ИГТМХ, которая применена для расчета температуры

Уравнение (14) представим так

$$\frac{d^2 T}{dx^2} - \alpha \frac{dT}{dx} + b = 0, \quad (15)$$

где $a = (\alpha(-B) - \alpha(B))/\kappa(B)$; $b = \rho(B)j^2/\kappa(B)$. Рассмотрим уравнение (15) совместно с граничными условиями

$$T(0) = T_0; T(l) = T_l, \quad (16)$$

которые означают термостатирование торцов образца (см. рис. 5). Решая (15) при условиях (16), получаем

$$T(x) = T_0 + \frac{b}{a}x - \left(\Delta T + \frac{b}{a}l\right) \frac{1 - e^{ax}}{1 - e^{al}}, \quad (17)$$

где $\Delta T = T_0 - T_l > 0$.

Уравнение (17) — распределение температуры в одной из ветвей. Такое же распределение будет и во второй ветви. Они отличаются величинами a и b , и поэтому обозначим их значками p и n , т. е. распределения температуры принимают вид

$$T_p(x) = T_0 + \frac{b_p}{a_p}x - \left(\Delta T + \frac{b_p}{a_p}l\right) \frac{1 - e^{a_p x}}{1 - e^{a_p l}};$$

$$T_n(x) = T_0 + \frac{b_n}{a_n}x - \left(\Delta T + \frac{b_n}{a_n}l\right) \frac{1 - e^{a_n x}}{1 - e^{a_n l}}.$$

Основными характеристиками холодильника являются холодильный коэффициент, холодопроизводительность и максимальное снижение температуры [14]. Из последних двух выражений следует, что провести стандартный анализ этих характеристик не удастся. Поэтому рассмотрим два случая: 1) $al \ll 1$ — случай слабых токов; 2) $al \gg 1$ — случай сильных токов. Анализ проведем для максимального снижения температуры.

1) $a_p l \ll 1$, $a_n l \ll 1$. Максимальное снижение температуры представляется выражением

$$(\Delta T)_{\max} = \frac{1}{2} \left[\frac{\alpha_p(-B) - \alpha_n(-B)}{\sqrt{\kappa_p \rho_p} + \sqrt{\kappa_n \rho_n}} \right]^2 T_l^2, \quad (18)$$

а оптимальная сила тока

$$I_{\text{opt}} = \frac{\alpha_p(-B) - \alpha_n(-B)}{R_i} T_l, \quad (19)$$

где $R_i = \rho_p \frac{l}{s_p} + \rho_n \frac{l}{s_n}$ — внутреннее сопротивление холодильника; s_p , s_n — площади поперечного сечения p - и n -ветвей.

Выражения (18) и (19) получены для холодильника, состоящего из p - и n -ветвей, термоЭДС которых изменяется при инверсии магнитного поля. В висмуте продольная термоЭДС для некоторых кристаллографических ориентаций при замене (B) на ($-B$) изменяет и величину, и знак. Это обстоятельство и послужило основой для создания ИГТМХ. Детально ИГТМХ описан в [13] и был изготовлен из монокристаллического висмута в виде цилиндра прямоугольного сечения следующей ориентации: ось образца совпадала с направлением, отстоящем на 10° от бинарной оси в бинар-биссекторной плоскости. Размеры образца: длина $2l = 2$ см, площадь поперечного сечения $s = 0,12$ см². Образец был перерезан пополам, и после поворота одной его части относительно другой вокруг оси образца эти части соединялись торцами. Полученный таким образом образец и представляет собой "слаботочковый" ИГТМХ.

Между ИГТМХ и обычным холодильником Пельтье существует принципиальное отличие. Если сравнить выражения для их оптимальных токов, то видно, что они противоположны по знаку. В обычном холодильнике ток течет против термоЭДС, в ИГТМХ — в обратном направлении, что обусловлено эффектом инверсии.

2) $a_p l \gg 1$, $a_n l \gg 1$. Максимальный перепад температуры определяется выражением

$$(\Delta T)_{\max} = \frac{(\alpha_p(-B) - \alpha_n(-B))T_0 - R_i I - \left(\frac{\rho_p \kappa_p}{\Delta \alpha_p} - \frac{\rho_n \kappa_n}{\Delta \alpha_n} \right)}{\alpha_p(B) - \alpha_n(B)},$$

где R_i — внутреннее сопротивление, $\Delta \alpha_p = \alpha_p(-B) - \alpha_p(B)$; $\Delta \alpha_n = \alpha_n(-B) - \alpha_n(B)$. Информация об этом холодильнике содержится в [12]. Его особенностью состоит в том, что он работает при больших токах.

Приведенный анализ выражений показывает, что $(\Delta T)_{\max} \sim I$ — силе тока. Положим $\alpha_p(-B) = \alpha_n(B)$; $\alpha_n(-B) = \alpha_p(B)$; $\rho_p(B) = \rho_n(B) = \rho$; $\kappa_p(B) = \kappa_n(B) = \kappa$. Эти соотношения имеют место для ИГТМХ. Тогда

$$(\Delta T)_{\max} = -T_0 - \frac{R_i}{\delta \alpha} I + \frac{2}{Z},$$

где $Z = (\delta \alpha)^2 / (\kappa \rho)$ — термомагнитная добротность, $\delta \alpha = \alpha_p(B) - \alpha_n(B)$.

Область изменения силы тока находится исходя из следующих условий. Во-первых, $(\Delta T)_{\max}$ должно быть положительным. Это дает

$$I < \left(\frac{2}{Z} - T_0 \right) \frac{\delta \alpha}{R_i}.$$

Во-вторых, $(\Delta T)_{\max}$ не может быть больше T_0 . Поэтому I изменяется в пределах

$$\left(\frac{2}{Z} - 2T_0 \right) \frac{\delta \alpha}{R_i} < I < \left(\frac{2}{Z} - T_0 \right) \frac{\delta \alpha}{R_i}.$$

При этом условия $a_{pl} \gg 1$, $a_{nl} \gg 1$ не нарушаются. В качестве примера $\delta \alpha = 5 \cdot 10^{-4}$ В/К, $\rho = 10^{-3}$ Ом·см, $\kappa = 0,1$ Вт/(см·К), $l/s = 10$ см $^{-1}$, $T_0 = 80$ К. При этом $Z = 2,5 \cdot 10^{-3}$ К $^{-1}$, $R_i = 2 \cdot 10^{-3}$ Ом и, соответственно, $16 \text{ А} < I < 18 \text{ А}$. При $I = 17 \text{ А}$ $(\Delta T)_{\max} = 40 \text{ К}$.

Эффективность предлагаемого “высокотокового” ИГТМХ определяется величиной термомагнитной добротности Z . Ток в этом случае должен быть направлен против направления термоЭДС, как и в случае обычного холодильника. При этом обе ветви изготовлены из одного и того же материала. ИГТМХ работает в области криогенных температур.

Адиабатический ГТМХ (АГТМХ) Эттингсгаузена

Выше отмечено, что изотермическая подложка делает ГТМХ Эттингсгаузена довольно громоздким и сложным устройством. Поэтому поиск более удобной (без подложки) конструкции является задачей, которая и рассматривалась в [5].

В качестве материала АГТМХ выберем висмут или сплавы Bi-Sb. Считая, что кинетические ко-

эффициенты материала АГТМХ не зависят от координат и температуры, теплопроводность изотропна, направим ток вдоль тригональной, магнитное поле — вдоль биссекторной оси (см. рис. 3). Для этого случая уравнение теплопроводности записывается в виде

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + 2\eta \frac{\partial T}{\partial y} + \gamma = 0. \quad (20)$$

Граничные условия

$$T(0, y) = T(l, y) = 0; \quad (21)$$

$$\left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=0} + \eta T|_{y=0} = 0, \quad \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=h} = 0, \quad (22)$$

где $\eta = QBj/\kappa$; Q — коэффициент Пельтье; $\gamma = = \rho j^2/\kappa$.

Решение задачи (20)–(22) следующее:

$$T(x, y) = T_0 - \frac{1}{2} \gamma x(x-l) + \frac{\eta}{2} \exp(-\eta y) \times \\ \times \sum_{n=1}^{\infty} \frac{T_0 D_n - \frac{1}{2} \gamma C_n}{\varepsilon_n \operatorname{sh} \varepsilon_n h} \left[(\exp(-\varepsilon_n h) - \exp(\eta h)) \exp(\varepsilon_n y) + \right. \\ \left. + (\exp(-\varepsilon_n h) - \exp(-\eta h)) \exp(-\varepsilon_n y) \right] \sin \delta_n x,$$

где D_n и C_n определены выше. Оценим температуру в точке $(l/2, 0)$ по формуле

$$T(l/2, 0) = T_0 + \frac{1}{8} \gamma l^2 + \eta \sum_{n=1}^{\infty} \frac{c/\varepsilon_n h - \exp \eta l}{\varepsilon_n \operatorname{sh} \varepsilon_n h} \times \\ \times \left(T_0 D_n - \frac{1}{2} \gamma C_n \right) \sin \frac{n\pi}{2},$$

где здесь и выше $\varepsilon_n = \sqrt{\delta_n^2 + \eta^2}$ при условии, что $\eta h \ll \delta_n h$ и $h \approx l = 1$ см, получаем

$$T(l/2, 0) = T_0 + \frac{1}{2} \gamma l^2 + \eta \sum_{n=1}^{\infty} \frac{T_0 D_n - \frac{1}{2} \gamma C_n}{\delta_n} \sin \frac{n\pi}{2}.$$

Численная оценка при $\rho = 10^{-3}$ Ом·см; $QB = 2 \cdot 10^{-3}$ В/К; $\kappa = 10^{-2}$ Вт/(см·К); $j = = -16$ А/см 2 ; $T_0 = 80$ К дает $T(l/2, 0) = 72$ К.

Полученный результат не является оптимальным. Однако он свидетельствует о возможности использования указанного эффекта в качестве рабочего для создания АГТМХ. Дальнейшие исследования АГТМХ должны быть направлены на оптимизацию материалов, геометрических размеров, величины токов и т. д.

Выводы

На основе термодинамики необратимых процессов предложены новые модели анизотропных термоэлектрических и термомагнитных холо-

дильников: холодильник на эффекте Томсона, адиабатический анизотропный холодильник, холодильники на эффекте Бриджмена, инверсионные гальванотермомагнитные холодильники, адиабатический гальванотермомагнитный холодильник Эттингсгаузена. Рассчитано распределение температуры рассматриваемых холодильников и найдено максимальное охлаждение каждого из них. Показана перспективность их практического использования.

Литература

1. Анатычук Л. И. Термоэлементы и термоэлектрические устройства. — Киев: Наук. думка, 1979.
2. Старский А. А., Пальти А. П., Ащеулов А. А. // ФТП. 1997. Т. 31, № 11. С. 1281.
3. Охрем В. Г. // Там же. 1994. Т. 28. № 6. С. 1097.
4. Охрем В. Г. // ИФЖ. 1999. Т. 72. № 1. С. 161.
5. Охрем В. Г. // Там же. 2001. Т. 74. № 5. С. 127.
6. Осипов Э. В. Твердотельная криогеника. — Киев: Наук. думка, 1977.
7. Electronics. 1963. V. 34. P. 84.
8. Самойлович А. Г., Коренблюм Л. Л. // УФН. 1953. Т. 49. № 3. С. 243.
9. Павлов Д. Ю. Справочник по численному решению дифференциальных уравнений в частных производных. — М.: Наука, 1951.
10. Камке Э. Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям. — М.: Наука, 1971.
11. Охрем В. Г. Исследования влияния инверсии магнитного поля на термоЭДС: Дис. ... канд. физ.-мат. наук: 01.04.10. — г. Черновцы, 1972. — 120 с.
12. Охрем В. Г., Самойлович А. Г. // ИФЖ. 1976. Т. 41. № 1. С. 141.
13. Охрем В. Г., Самойлович А. Г. // Исследования процессов прямого преобразования тепла в электроэнергию. — Киев: Наук. думка, 1978. С. 126.
14. Иоффе А. Ф. Полупроводниковые термоэлементы. — М. — Л.: Изд-во АН СССР, 1960.

New models of steady-state thermoelectric and galvanothermoelectric coolers

A. A. Ashcheulov, V. G. Okhrem, Ye. A. Okhrem,
Chernivtsi National University named after Yu. Fedkovich

V. D. Fotiy

Quartz Electronics Engineering Corp., Chernivtsi, Ukraine

Anisotropic thermoelements [1, 2] that can be used for thermoelectric cooling have become widespread today. For this purpose in Ref. [3–5] it is suggested that Bridgman and Thomson effects should be utilized and well known anisotropic thermoelectric cooler and galvanothermomagnetic cooler should be replaced by simpler designs. Cooler models represented in this paper are intended for the expansion of the range of utilized thermoelectric and galvanothermomagnetic cooling methods and their simplification.