

ДК 537.527

Нагрев пластинчатого электрода протекающим током в дуговой сварке неподвижным плавящимся электродом

В. О. Бушма

Московский энергетический институт (Технический университет), Москва, Россия

Приведено численное и аналитическое решение общей тепловой задачи нагрева пластинчатого электрода протекающим током. При нагреве протекающим током существуют два источника: источник с равномерно распределенной удельной мощностью по объему электрода и источник с неравномерно распределенной удельной мощностью. Показано, что зона максимального нагрева электрода расположена вблизи стока тока и обеспечивается источником с неравномерно распределенной удельной мощностью.

Задача плавления электрода в дуговой сварке неподвижным плавящимся электродом (ДС ПЭ) может быть успешно решена, если есть решение предварительной задачи — нагрева пластинчатого электрода протекающим сварочным током непосредственно вблизи сварочной дуги.

Нагрев пластинчатого электрода происходит как ток, протекающим по электроду, так и непо-

средственно дугой. Ниже рассматривается лишь задача нагрева электрода протекающим током.

Рассмотрим двухмерную линейную задачу распределения потенциала на пластине в следующей постановке (рис. 1). В тонкую пластину ($\delta \ll b$, $\delta \ll a$) равномерно втекает по всей торцевой поверхности ток I (заштрихованная область).

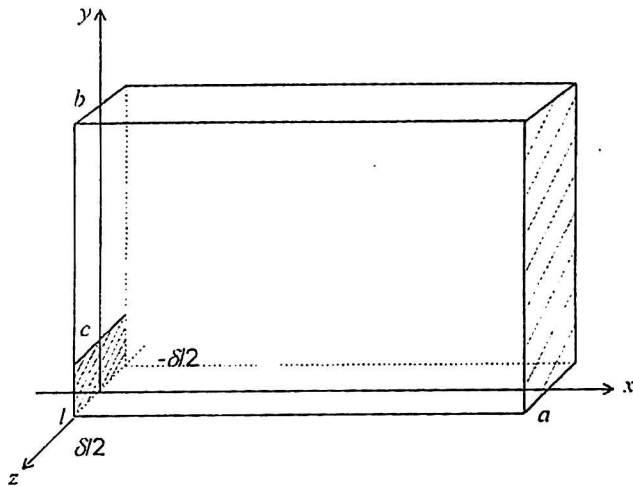


Рис. 1. К определению потенциала пластинчатого электрода

Сток тока происходит с другой стороны пластины и занимает площадь, меньшую, чем площадь торца пластины (заштрихованная область). На незаштрихованных торцевых поверхностях пластины имеют место нулевые условия Неймана. Если φ — потенциал пластины, то уравнение для потенциала пластины имеет вид

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} = 0.$$

При граничных условиях

$$\frac{\partial \varphi}{\partial y_{y=0}} = \frac{\partial \varphi}{\partial y_{y=b}} = 0; \quad \frac{\partial \varphi}{\partial x_{x=a}} = \frac{I \rho_M}{\delta b};$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x_{x=0}} = \begin{cases} \frac{I \rho_M}{\delta(c-l)}, & l \leq y \leq c \\ 0, & 0 \leq y < l, \quad c < y \leq b \end{cases} \quad (1)$$

Следует подчеркнуть, что распределение плотности тока в стоке тока (1) считается равномерным, хотя в начальный момент времени до появления нагрева стока тока это не так.

Данная задача решалась раньше, и для потенциала пластины было получено [1]

$$\varphi = \frac{I \rho_M}{b \delta} x - \frac{2 I \rho_M b}{(c-l) \delta} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\left(\sin \frac{\pi k c}{b} - \sin \frac{\pi k l}{b} \right)}{(\pi k)^2} \times$$

$$\times \frac{ch \left[\frac{\pi k}{b} (x-a) \right] \cos \frac{\pi k y}{b}}{sh \frac{\pi k a}{b}},$$

где φ — потенциал пластины; a, b, δ — геометрические размеры пластинчатого электрода, причем $a, b \gg \delta$; c, l — координаты стока тока;

ρ_M — удельное сопротивление материала электрода; I — электрический ток пластины.

Необходимо отметить, что сток тока на пластине узкий, т. е. в реальных условиях горения дуги имеет место соотношение $(c-l) \ll b$.

Плотность тока пластинчатого электрода J_M найдем из соотношения

$$J_M = -\sigma_M \text{grad} \varphi = -\sigma_M \left[i \frac{\partial \varphi}{\partial x} + j \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right] = i J_x + j J_y,$$

где σ_M — удельная проводимость материала пластины; i, j — единичные орты по осям x, y ; J_x и J_y — проекции плотности тока на координатные оси.

Для проекций плотности тока можно получить

$$J_x = J_{x0} + \frac{2I}{(c-l)\delta} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\left(\sin \frac{\pi k c}{b} - \sin \frac{\pi k l}{b} \right)}{k\pi} \times$$

$$\times \cos \frac{\pi k y}{b} \frac{sh \frac{\pi k (x-a)}{b}}{sh \frac{\pi k a}{b}}; \quad (2)$$

$$J_y = -\frac{2I}{(c-l)\delta} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin \frac{\pi k c}{b} - \sin \frac{\pi k l}{b}}{k\pi} \times$$

$$\times \sin \frac{\pi k y}{b} \frac{ch \frac{\pi k (x-a)}{b}}{sh \frac{\pi k a}{b}}, \quad (3)$$

где $J_{x0} = -\frac{I}{b\delta}$ — нулевой член разложения для плотности тока пластины, нагрев электрода током такой плотности был определен в работе [2].

Свободный член, полученный в формуле (2) для проекции J_x , описывает равномерное распределение плотности тока электрода, а выражения в виде рядов в формулах (2), (3) описывают распределение плотности тока вблизи стока тока. Формула для J_y (3) справедлива для начального момента времени при всех значениях x , кроме $x=0$. Действительно, при $x=0$ формула для J_x (2) принимает вид

$$J_x = -\frac{I}{b\delta} - \frac{2I}{(c-l)\delta} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\left(\sin \frac{\pi k c}{b} - \sin \frac{\pi k l}{b} \right)}{k\pi} \cos \frac{\pi k y}{b},$$

что соответствует разложению в ряд по собственным функциям граничного условия (1). Естественно, проекция J_y при этом должна равняться нулю.

Можно отметить, что члены рядов (2), (3) убывают не быстрее, чем $1/k$. Такая невысокая сходимость связана с тем, что разлагаемая функция при выбранных граничных условиях отлична на границе от нуля и имеет разрывы в точках

с и l . Так как значения функции на границе нам известны, то это обстоятельство можно использовать в дальнейших расчетах и построениях графиков, не прибегая к подсчету большого числа членов рядов (2), (3).

Значение квадрата плотности тока электрода J_M определится выражением

$$J_M^2 = J_x^2 + J_y^2.$$

На рис. 2, а показано объемное распределение проекции плотности тока J_y для холодного пластинчатого электрода. Плотность имеет максимум вблизи координаты стока c (в рассматриваемом случае $l = 0$). Это объясняется тем, что общая плотность тока практически по всему электроду равномерна и лишь у стока отличается от равномерной.

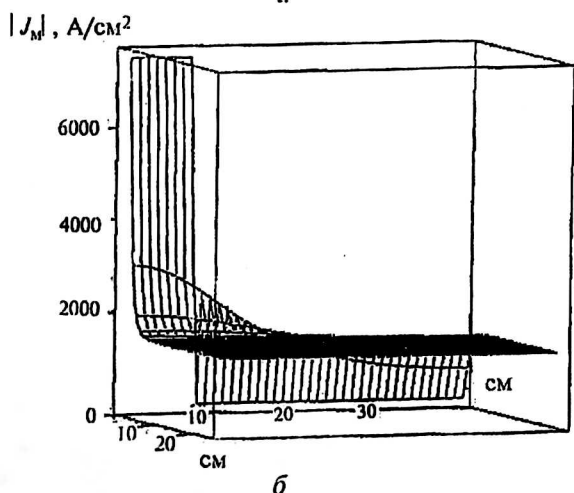
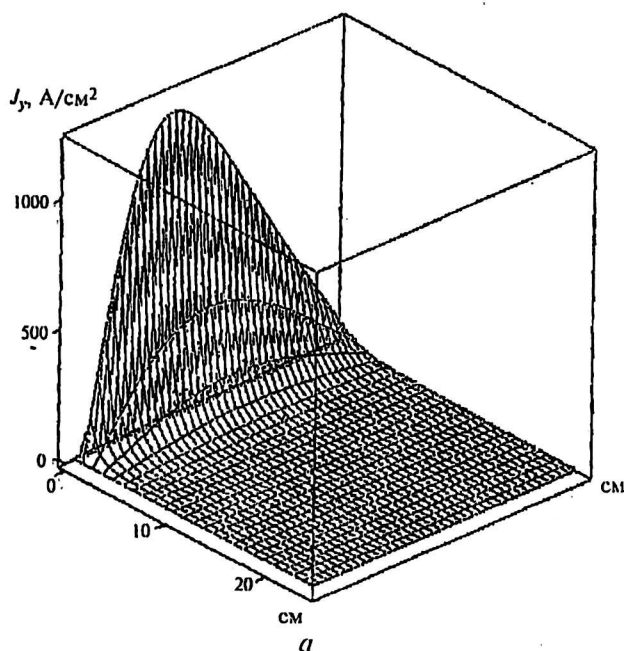


Рис. 2. Объемное распределение проекции плотности тока:
а — J_y при координатах стока $l = 0$, $c = 0,4$ см;
б — пластинчатого электрода при наличии узкого стока

Так как сток тока расположен относительно центра электрода несимметрично, то линии тока, находящиеся в противоположной от стока стороне электрода, для попадания в сток будут уплотняться у координаты стока, расположенной ближе к центру электрода. Ситуация с плотностью тока J_y изменится, если учесть явление нагрева электрода протекающим током. Чрезмерное уплотнение линий тока приведет к локальному нагреву электрода и перераспределению линий тока по более холодным местам электрода, и за короткое время (время установления равномерной плотности тока стока определяется скоростью распространения электромагнитной волны в электроде и скоростью локального нагрева участков электрода вблизи стока) при фиксированных координатах стока в конечном итоге плотность тока J_y будет равномерно распределена вблизи стока ($c - l$).

На рис. 2, б показано объемное распределение плотности тока в пластинчатом электроде при наличии узкого стока с учетом постоянной составляющей тока электрода, выполненное с использованием известной программы MathCAD. Плотность тока по электроду распределена практически равномерно, но на границе вблизи стока ее величина значительно возрастает. При определении плотности мощности внутренних источников пластинчатого электрода это обстоятельство необходимо учитывать.

На рис. 3 показано распределение плотности тока электрода в сечении для трех различных координат y (в начале стока, в середине и в конце его), а также для координаты y , находящейся вне стока. Можно отметить, что плотности тока для сечений стока отличаются незначительно, и это отличие связано с представлением бесконечных рядов в виде конечных сумм.

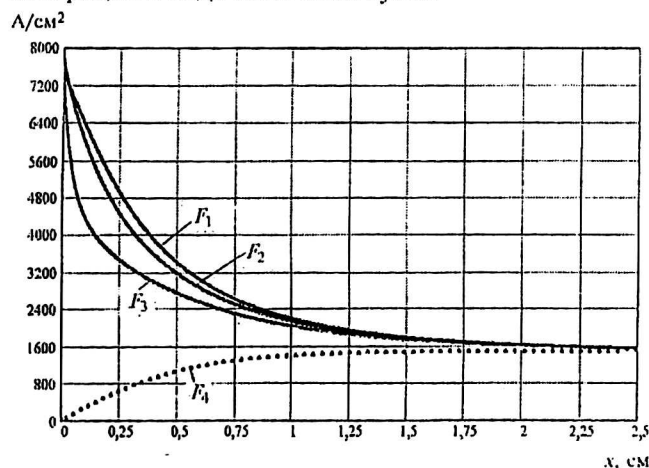


Рис. 3. Распределение плотности тока для сечений, соответствующих различным координатам y пластинчатого электрода.

$F_1(x, y_0)$, $F_2(x, y_1)$, $F_3(x, y_2)$ — сечение для начала, середины и конца стока; $F_4(x, y_4)$ — сечение вне стока

На расстоянии порядка высоты электрода b (в нашем случае $b = 2$ см) можно считать распределение плотности тока пластины равномерным. Это расстояние и будем принимать как зону максимального нагрева электрода.

Задача нагрева пластинчатого электрода током, равномерно распределенным по сечению электрода, была решена раньше [2].

Рассмотрим для пластинчатого электрода двумерную линейную задачу теплопроводности при наличии в пластине равномерно и неравномерно распределенного внутреннего источника тепла — сварочного тока вблизи стока тока. Уравнение теплопроводности имеет вид

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\lambda}{c\rho} \left[\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right] - \alpha_{pl}(T - T_0) + q_{pl}, \quad (4)$$

где q_{pl} — удельная мощность внутренних источников теплоты, это объемная мощность внутренних источников теплоты, приходящаяся на единичную удельную объемную теплоемкость материала. Данная величина характеризует скорость изменения температуры материала под действием внутренних объемных источников теплоты.

$$q_{pl} = q_{pl}(x, y, t) = \frac{Q_{pl}(x, y, t)}{c\rho} = \frac{J_m^2(x, y, t)\rho_m}{c\rho}, \quad (5)$$

где $Q_{pl}(x, y, t)$ — мощность внутренних источников теплоты в единице объема пластины; $J_m^2(x, y, t)$ — квадрат плотности тока пластинчатого электрода.

В качестве исходных используем граничные условия второго рода (адиабатические).

$$\frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=0} = q_1(y, t), \quad \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=a} = q_2(y, t) = 0; \quad (6)$$

$$\frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=0} = p_1(x, t) = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=b} = p_2(x, t) = 0. \quad (7)$$

Начальное условие $T(x, y, 0) = T_0$.

Следует заметить, что используемый в уравнении (4) коэффициент температуроподобности α_{pl} определяется равенством

$$\alpha_{pl} = \frac{2\alpha(b + \delta)}{c\rho\delta b}$$

Вспользуемся подстановкой

$$T(x, y, t) - T_0 = U(x, y, t),$$

тогда получим уравнение

$$\frac{\partial U}{\partial t} = \frac{\lambda}{c\rho} \left[\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} \right] - \alpha_{pl}U + q_{pl}$$

Граничные условия (6), (7) не изменятся, только вместо T будет U , а начальное условие примет вид

$$U(x, y, 0) = 0.$$

Вспользуемся способом, предложенным в работе [3], для этого умножим полученное уравнение, граничные и начальное условия на $\frac{2}{b} \cos \frac{n\pi y}{b} dy$ и проинтегрируем от 0 до b , а затем

полученные результаты умножим на $\frac{2}{a} \cos \left(\frac{m\pi x}{a} \right) dx$ и интегрируем от 0 до a . Окончательно получим

$$\frac{dU_{nm}}{dt} = -\frac{\lambda}{c\rho} \pi^2 \left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right) U_{nm} - \alpha_{pl} U_{nm} - \frac{4\lambda}{c\rho ab} \int_0^b q_1(y, t) \cos \left(\frac{n\pi y}{b} \right) dy + Q_{nm}, \quad (8)$$

$$\text{где } Q_{nm} = \frac{4}{ab} \int_0^a \int_0^b q_{pl} \cos \left(\frac{n\pi y}{b} \right) \cos \left(\frac{m\pi x}{a} \right) dy dx; \quad (9)$$

$$U_{nm} = \frac{4}{ab} \int_0^a \int_0^b U \cos \left(\frac{n\pi y}{b} \right) \cos \left(\frac{m\pi x}{a} \right) dy dx.$$

Это обыкновенное дифференциальное уравнение решается при начальном условии

$$U_{nm}|_{t=0} = 0. \quad (10)$$

Дальнейшее решение возможно при конкретном задании граничного условия вместе: стока тока и удельной мощности внутреннего источника теплоты. В рассматриваемой задаче берется случай предшествующий зажиганию дуги, когда выполнено короткое замыкание пластинчатого электрода и частей изделия. Так как замыкание выполняется мелкой металлической стружкой, а в остальных местах электрода нанесено диэлектрическое покрытие, то тепловой поток через перемычку и торцевую часть электрода незначителен, и будем считать его равным нулю

$$\frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=0} = q_1(y, t) = 0.$$

Для квадрата плотности тока источника нагрева, используя формулы преобразования [4], можно записать

$$J_m^2 = \frac{1}{2} \left[(J_x + J_y)^2 + (J_x - J_y)^2 \right] = \frac{1}{2} \left[J_x^2 + \frac{2I}{(c-l)\delta} \times \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\left(\frac{\sin \frac{\pi kc}{b} - \sin \frac{\pi kl}{b} \right) \text{sh} \frac{\pi k(x-a-iy)}{b}}{k\pi \text{sh} \frac{\pi ka}{b}} \right]^2 + \frac{1}{2} \left[J_x^2 + \frac{2I}{(c-l)\delta} \times \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\left(\sin \frac{\pi kc}{b} - \sin \frac{\pi kl}{b} \right) \text{sh} \frac{\pi k(x-a+iy)}{b}}{k\pi \text{sh} \frac{\pi ka}{b}} \right]^2, \quad (11)$$

где i учитывает ортогональность J_x и J_y ; J_{x0} — постоянная составляющая тока электрода.

Случай $m = n = 0$ при выбранных граничных условиях был рассмотрен в [2], где получили

$$T(x, t) = T_0 + \frac{I^2 \rho_M}{\alpha_{pl} S^2 c_p} \left[1 - e^{-\alpha_{pl} t} \right]. \quad (12)$$

Приведенное выражение не зависит от x и y , так как нагрев пластины производится током с равномерной плотностью по сечению электрода.

Для $n, m > 0$ уравнение (8) примет вид

$$\frac{dU_{nm}}{dt} = -\frac{\lambda}{c_p} \pi^2 \left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right) U_{nm} - \alpha_{pl} U_{nm} + Q_{nm}, \quad (13)$$

где Q_{nm} определяется равенствами (9), (5) и (11), а начальное условие — равенством (10). При введении обозначения

$$A_{nm} = -\frac{\lambda}{c_p} \pi^2 \left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right) - \alpha_{pl}$$

уравнение (13) примет вид

$$\frac{dU_{nm}}{dt} = A_{nm} U_{nm} + Q_{nm}$$

Однородное уравнение имеет решение

$$U_{nm} = C e^{A_{nm} t}$$

Варьируя произвольную постоянную по методу Лагранжа, получим

$$U_{nm} = \frac{Q_{nm}}{A_{nm}} (e^{A_{nm} t} - 1).$$

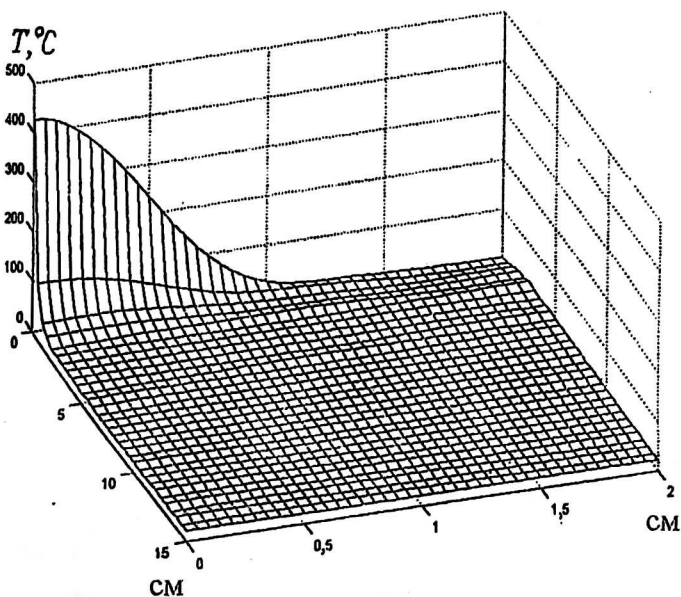
Возвращаясь к начальным переменным, имеем

$$T = T(x, t) + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{Q_{n0}}{A_{n0}} (e^{A_{n0} t} - 1) \cos \frac{n\pi y}{b} + \frac{1}{2} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{Q_{0m}}{A_{0m}} (e^{A_{0m} t} - 1) \cos \frac{m\pi x}{a} + \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{Q_{nm}}{A_{nm}} (e^{A_{nm} t} - 1) \cos \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b}, \quad (14)$$

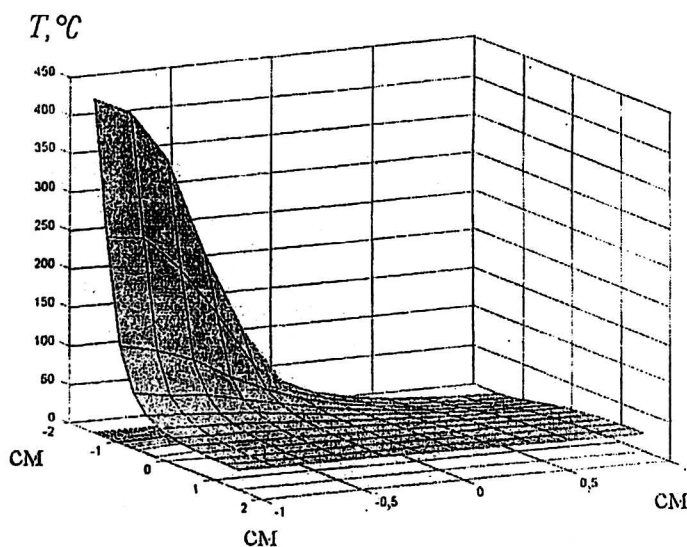
где $T(x, t)$ определяется выражением (12). Коэффициенты разложения в двукратный ряд Фурье определены в работе [5] и равны, если $m = n = 0$ — четверть, если из m и n лишь один равен нулю — половине и, если ни один из них не нуль — единице.

Графическое решение, соответствующее (14), приведено на рис. 4, а. Следует отметить, что основной нагрев пластинчатого электрода у стока определяется неравномерно распределенной плотностью тока электрода вблизи стока.

Если считать, что область максимального нагрева электрода ограничена объемом δ^3 , где δ — толщина электрода, то можно оценить, как соотносятся между собой мощности равномерно и неравномерно распределенных источников теплоты электрода.



а



б

Рис. 4. Решение тепловой задачи нагрева электрода протекающим током: а — графическое; б — численное, выполненное средой pdetool пакета MatLab

Средняя мощность равномерно распределенного источника в зоне максимального нагрева P_0 определяется соотношением

$$P_0 = \frac{J_{x0}^2 \rho_m}{c\rho\delta^3},$$

где J_{x0} — постоянная составляющая тока электрода.

Для средней мощности неравномерно распределенного источника в зоне максимального нагрева P_{\max} имеем

$$P_{\max} = \frac{\rho_m}{c\rho\delta^3} \int_0^{\delta} \int_0^{\delta} [J_x^2 + J_y^2] dx dy.$$

Для соотношения мощностей равномерно и неравномерно распределенных источников в зоне максимального нагрева получим

$$\frac{P_{\max}}{P_0} \approx 20.$$

Таким образом, максимальный нагрев пластинчатого электрода протекающим током сварки обеспечивается источником с неравномерно распределенной плотностью мощности по сечению электрода. Этот подогрев вблизи стока тока может достигать значений, близких к температуре плавления электрода, чем и объясняется высокая скорость сварки данного способа при одной и той же погонной мощности, значительно превышающая скорости всех известных видов дуговой сварки.

Для проверки полученного решения (14) на рис. 4, б приведено численное решение задачи для тех же условий, выполненное средой pdeTool известного пакета программ MatLab. Очевидно, что приведенные решения совпадают.

Выводы

1. При нагреве пластинчатого электрода протекающим током существуют два источника нагрева: источник с равномерно распределенной удельной мощностью по объему электрода и источник с неравномерно распределенной удельной мощностью, имеющей максимальное значение вблизи стока тока.

2. Область действия источника с неравномерно распределенной мощностью ограничена расстоянием, не превышающим высоту электрода от стока тока.

3. Зона максимального нагрева электрода расположена вблизи стока тока на расстоянии, не превышающем толщину электрода, и возникает из-за источника с неравномерно распределенной удельной мощностью.

4. Ограничить температуру нагрева электрода вблизи стока тока с помощью изменения его конструкции (установка дополнительных токоподводов [2]) не удастся, что накладывает более жесткие требования по термоустойчивости к нанесенному на электрод диэлектрическому покрытию.

Литература

1. Бушма В. О., Святков С. А., Сыряная Н. Ю. Дуговой канал при сварке неподвижным плавящимся электродом // Прикладная физика. 1999. № 6. С. 29—40.
2. Бушма В. О. Нагрев пластинчатого электрода равномерно распределенным источником тепла в дуговой сварке неподвижным плавящимся электродом // Там же. 2001. № 2. С. 75—85.
3. Лыков А. В. Теория теплопроводности. — М.: Высш. шк., 1967. — 600 с.
4. Градштейн И. С., Рыжик И. М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. — М.: Наука, 1971. — 1108 с.
5. Фихтенгольц Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. — М.: Наука, 1968. Т. 3. С. 656.

Plate electrode's heating by means of flowing electrical current in the process of welding with stationary melting electrode

V. O. Bushma

Moscow Power Engineering Institute (Technical University), Moscow, Russia

The numerical and analytical solution of general thermal problem of plate's electrode heating by means of flowing electrical current was carried out. There are two heating sources during the process of heating: a source with uniformly distribution of specific power in electrode's volume and a source with non-uniformly distribution of specific power in electrode's volume. There was shown that maximum electrode's heating zone is situated near the current's drain and is provided by means of a source with non-uniformly distribution of specific power in electrode's volume.

* * *