

УДК 537.533

## Новая теория эффекта Ааронова-Бома для случая, когда источник потенциала находится вне электронных траекторий

Ж. Лошак

Фонд им. Луи де Бройля, Париж, Франция

*Новая теория эксперимента Ааронова-Бома, основанная на вычислении разности фаз между электронными траекториями, показывает, что перемещение интерференционных полос зависит как от калибровки потенциала, так и от местоположения его источника относительно интерференционного устройства. Одновременно предложен новый эксперимент, в котором источник потенциала находится вне электронных траекторий. Интеграл от потенциала по траектории равняется нулю, но перемещение полос не исчезает.*

Эксперимент Ааронова-Бома [1—3] был задуман для того, чтобы доказать влияние магнитного потенциала при отсутствии поля на электронную интерференцию. Идея состояла в том, чтобы ввести между электронными траекториями, идущими из двух виртуальных когерентных источников, магнитную нить или тонкий соленоид, ортогональный к траекториям и достаточно длинный, так, чтобы магнитное поле, исходящее от его концов, не могло изменять электронные траектории (рис. 1).

Бипризма Френнел-Мёлнстедта

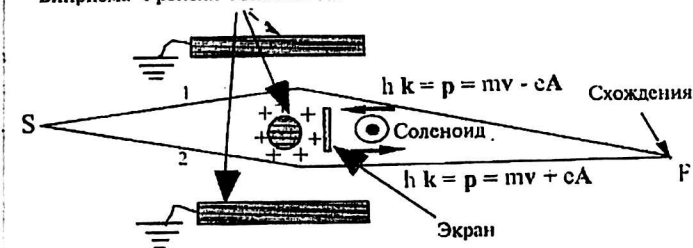


Рис. 1. Схема эксперимента Ааронова-Бома

Для того чтобы магнитный поток был пойман внутри нити или соленоида, траектории должны быть бесконечно длинными, это предполагается в теоретических вычислениях. Но на практике достаточно нескольких миллиметров, потому что поперечные размеры устройства находятся в диапазоне микронов. Поскольку этот пункт оспаривался, Тономура [2, 3] удачно заменил прямолинейную нить на микроскопический тороидальный магнит ( $D \approx 10$  мкм), причем один электронный луч проходит через отверстие тора, а другой — снаружи, так, чтобы магнитные линии могли рассматриваться как находящиеся в магните и полностью заключенные в нем.

Ниже ограничимся рассмотрением бесконечной магнитной нити, которая является достаточной для нашей цели, потому что уловки с торами Тономуры были изобретены для того, чтобы ответить на другие вопросы, нежели на те, которые мы стремимся опровергнуть в настоящей работе. Представим сначала интуитивную интерпретацию эксперимента Ааронова-Бома. Напомним, что волновой вектор электрона в магнитном потенциале  $A$ , даже если магнитное поле равно нулю, дается формулой де Бройля [4]

$$\frac{h}{\lambda} n = hk = p = mv + eA, \quad (1)$$

$p$  — обобщенный импульс в лагранжевой формулировке.

Эта формула — прямое следствие принципов Ферма и принципа наименьшего действия, это — один из наиболее надежных результатов квантовой механики. Поэтому априорно очевидно, что интерференционные и дифракционные явления будут подвержены влиянию магнитного потенциала, независимо от того, присутствует или нет само магнитное поле.

Это явление следует из простого изменения длины волны и, таким образом, изменение фазы может быть сделано в оптике путем помещения пластинки стекла в интерферометре Михельсона. Кроме того, явление явно зависит от калибровки: если мы добавляем что-нибудь к  $A$ , будет ли это градиентом или нет,  $\lambda$  изменяется. Предположение верно даже тогда, когда  $A = 0$ , т. е. для формулы  $\lambda = \frac{h}{mv}$  в вакууме, которая также зависит от калибровки. Данный факт был подчеркнут де Бройлем много лет назад: *элек-*

тронные интерференции не являются калибровочно-инвариантными.

В случае эксперимента Ааронова-Бома имеются добавочные фазы на обеих интерферирующих волнах, и, более того, они имеют противоположные знаки, что удваивает сдвиг интерференционных полос. Мы даем новое доказательство всего этого.

Это замечательный эффект, который доказывает влияние бесполевого магнитного потенциала на электронные волны, является шокирующим для тех, кто был убежден в течение столетия, что электромагнитные потенциалы — только математические промежуточные объекты. И даже более шокирующий факт в том, что формула (1) предполагает электромагнитную калибровку, которая может быть измерена экспериментально.

Почти единодушное мнение, что калибровочная инвариантность является абсолютным законом, это такая прочно укоренившаяся в сознании мысль, которая даже выдающихся физиков [5] приводит к тому, что они представляют неправильную формулу для длины волны, записы-

вая  $\lambda = \frac{h}{mv}$  вместо формулы (1) в присутствии потенциала. По той же самой причине Фейнман сумел связать эффект Ааронова-Бома не с формулой (1) для длины волны, а с магнитным потоком, заключенным в нити или в соленоиде, спасая таким образом калибровочную инвариантность [6, 7].

Цель данной работы доказать, что перемещение интерференционной картины полос зависит от расстояния от соленоида до экспериментального устройства и предложить новый эксперимент, в котором соленоид с его магнитным потоком находится вне четырехугольника, образованного электронными траекториями, что заставляет интеграл от  $A$  исчезнуть и делает аргумент в пользу магнитного потока, заключенного между электронными траекториями, неэффективным.

Действительно, сам по себе четырехугольник будет исключен из вычислений, относящихся к бесконечности электронный источник и интерференционные полосы, что приводит лишь к незначительным ошибкам: это приближение является обычным в оптике.

### Новая теория эффекта Ааронова-Бома

Обычно принятые теории [2] этого эффекта зачастую сложны, но в качестве физической основы можно читать блестящую книгу Тономуры [3]. Действительно, приближение геометри-

ческой оптики достаточно для того, чтобы ответить на законный вопрос: "Где находятся полосы?" Вот почему мы будем использовать его, предполагая, что мы имеем дело со случаем "щелей Юнга": другие случаи — эквивалентны.

Мы определим фазу де Бройля волны как

$$\varphi = \frac{S}{h}.$$

Здесь  $S$  является основной функцией Гамильтона, которая подчиняется уравнению Гамильтона-Якоби:

$$2m \frac{\partial S}{\partial t} = \left( \frac{\partial S}{\partial x} + \varepsilon \frac{y}{x^2 + y^2} \right)^2 + \left( \frac{\partial S}{\partial y} - \varepsilon \frac{x}{x^2 + y^2} \right)^2, \quad (2)$$

где  $-\varepsilon \frac{y}{x^2 + y^2}$  и  $\varepsilon \frac{x}{x^2 + y^2}$  — компоненты потенциала  $\varepsilon A$ , созданного бесконечной нитью по оси  $Oz$ ;  $\varepsilon = 2\varphi$  — удвоенный магнитный поток, заключенный в нити или в соленоиде (см. Приложение и рис. 2).

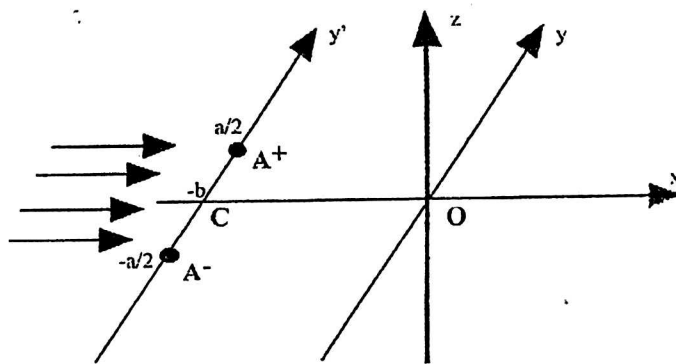


Рис. 2. Схема Ааронова-Бома

Электронная волна ( $x$ ) распространяется от  $-\infty$  до  $+\infty$ . "Щели Юнга" параллельны  $Oy$  и находятся в точках  $\pm \frac{a}{2}$  от точки  $C$ , расположенной в  $x = -b$ .

Потенциал, появляющийся в (2), это градиент, потому что

$$-\frac{y}{x^2 + y^2} = \partial_x \arctg \frac{y}{x}; \quad \frac{x}{x^2 + y^2} = \partial_y \arctg \frac{y}{x}. \quad (3)$$

Уравнение (2) легко интегрируется, если ввести определение

$$\Sigma = S - \varepsilon \arctg \frac{y}{x},$$

что дает

$$2m \frac{\partial \Sigma}{\partial t} = \left( \frac{\partial \Sigma}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial \Sigma}{\partial y} \right)^2. \quad (4)$$

Мы выбираем полный интеграл

$$\Sigma = Et - \sqrt{2mE}(x \cos \theta_0 + y \sin \theta_0). \quad (5)$$

Следовательно, мы получаем полный интеграл уравнения (2)

$$S = Et - \sqrt{2mE}(x \cos \theta_0 + y \sin \theta_0) + \varepsilon \operatorname{arctg} \frac{y}{x}, \quad (6)$$

или в полярных координатах

$$x = r \cos \theta, \quad y = r \sin \theta,$$

$$S = Et - \sqrt{2mE}r \cos(\theta - \theta_0) + \varepsilon \theta. \quad (7)$$

Движение электрона дается теоремой Якоби

$$\frac{\partial S}{\partial \theta_0} = \text{const}; \quad \frac{\partial S}{\partial E} = \text{const}.$$

Траектории являются лучами волны

$$\frac{\partial S}{\partial \theta_0} = \sqrt{2mE}(x \sin \theta_0 - y \cos \theta_0) = \mu. \quad (8)$$

Движение вдоль этих лучей дается уравнением

$$\frac{\partial S}{\partial E} = t - \sqrt{\frac{m}{2E}}(x \cos \theta_0 + y \sin \theta_0) = t_0, \quad (9)$$

т. е.  $E = \frac{1}{2} m v^2;$

$$x \cos \theta_0 + y \sin \theta_0 = v(t - t_0). \quad (10)$$

Мы видим, что эти лучи (электронные траектории), определенные в (8), ортогональны к движущимся плоскостям (9), но они не ортогональны к поверхностям равных фаз (6), (7) за исключением областей, далеких от магнитной нити ( $x \rightarrow \infty$ ), где содержащий  $\varepsilon$  потенциальный член становится незначительным.

Поэтому, несмотря на присутствие потенциала, электронные траектории остаются прямолинейными и не отклоняются, потому что не имеется никакого магнитного поля. Скорость  $v = \text{const}$  является скоростью падающих электронов из-за сохранения энергии.

Но дифракция волн через отверстия  $A^+$  и  $A^-$  создает для электронных траекторий интервал возможных углов  $\theta_0$ , среди которых имеются углы интерференционных полос, измененных магнитным потенциалом.

**Таким образом, нет никакого отклонения электронов, но есть только отклонение углов синхронизации фаз между волнами, выпущенными из  $A^+$  и  $A^-$ , потому что бессильной потенциал может только изменять фазы, но не траектории.**

Это и есть эффект Ааронова-Бома, который мы теперь должны вычислить.

Взглянем сначала на ортогональные линии к поверхностям равной фазы  $S$ : они огибающие обобщенных импульсов Лагранжа, т. е. волновых векторов де Бройля, в соответствии с формулой (1), в то время как лучи (8) — линии импульса  $mv$ .

Импульсы

$$p_x = -\frac{\partial S}{\partial x} = t - \sqrt{2mE} \cos \theta_0 - \varepsilon \frac{y}{x^2 + y^2};$$

$$p_y = -\frac{\partial S}{\partial y} = t - \sqrt{2mE} \sin \theta_0 + \varepsilon \frac{x}{x^2 + y^2}.$$

Следовательно, уравнение имеет вид

$$\frac{dx}{\sqrt{2mE} \cos \theta_0 - \varepsilon \frac{y}{x^2 + y^2}} = \frac{dy}{\sqrt{2mE} \sin \theta_0 + \varepsilon \frac{x}{x^2 + y^2}} \quad (11)$$

Интегрирование очевидно благодаря интегральным комбинациям  $x dx + y dy$  и  $x dx - y dy$ . В полярных координатах мы находим

$$r \sin(\theta - \theta_0) - \Lambda \log \frac{r}{\Lambda} = c (= \text{const}), \quad \Lambda = \frac{\varepsilon}{\sqrt{2mE}} \quad (12)$$

и в декартовых координатах

$$y \cos \theta_0 - x \sin \theta_0 - \Lambda \log \frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{\Lambda} = c. \quad (13)$$

Сравнивая с (8), можно видеть, что ортогональные линии к фазовым плоскостям становятся параллельными лучам вдали от магнитной нити. Следует отметить, что фазоортогональные линии (12) или (13), и фазовая скорость  $V = \frac{h\nu}{p}$

(которую мы не можем вычислить здесь, потому что частота определена корректно только в теории относительности) зависят от потенциала через импульс  $p$ ; но это не имеет места для электронных траекторий (8) и для электронной скорости в (10).

Другими словами, электроны (т. е. энергия) не следуют за распространением фазы ни в скорости, ни в траектории. То же самое случается в кристаллической оптике: распространение фазы зависит от индукций (поляризации среды), в то время как распространение энергии дается вектором Пойнтинга, который определен только полями и не зависит от поляризации [4].

#### Смещение интерференционных полос

Рассмотрим плоскую волну, распространяющуюся по оси  $Ox$  ( $\theta_0 = 0$ ). Отверстия  $A^+$  и  $A^-$

будут испускать в полупространство  $x > 0$  две волны  $S^+$  и  $S^-$ . Согласно (6), мы имеем

$$\begin{aligned} S^+ &= Et - \sqrt{2mE} \left[ x + b + \left( y - \frac{a}{2} \right) \theta_0 \right] + \varepsilon \operatorname{arctg} \frac{y}{x}; \\ S^- &= -Et - \sqrt{2mE} \left[ x + b + \left( y + \frac{a}{2} \right) \theta_0 \right] + \varepsilon \operatorname{arctg} \frac{y}{x}, \end{aligned} \quad (14)$$

где мы приняли во внимание малость  $\theta_0$ :  $\cos \theta_0 \approx 1$ ,  $\sin \theta_0 \approx \theta_0$ . Предположим, что  $t = 0$ , когда  $x = -b$ , и запишем:

$$\xi = \operatorname{arctg} \frac{a}{2b}. \quad (15)$$

Начальные волны  $S^+$  и  $S^-$ , в  $A^+$  и  $A^-$  ( $x = -b$ ,  $y = \pm \frac{a}{2}$ )

$$S_0^- = -\varepsilon \xi; \quad S_0^+ = +\varepsilon \xi. \quad (16)$$

Обратим внимание на то, что во всех известных экспериментах магнитная нить (или соленоид) очень близка к  $A^+$  и  $A^-$ . Авторы говорят о расположении "в тени" электростатического волокна бипризмы Мёленстеда [2] (см. рис. 1). Поэтому в  $A^+$  и  $A^-$  расстояние  $b$  является очень маленьким и  $\xi \propto -\frac{\pi}{2}$ ,  $S_0^- = +\varepsilon \frac{\pi}{2}$ ,  $S_0^+ = -\varepsilon \frac{\pi}{2}$ .

Поэтому мы видим, что в  $A^+$  и  $A^-$  в начале траекторий фазы, определенные в (16), зависят от потенциала исключительно через величину  $\varepsilon$ . Напротив, на другом конце траектории, на интерференционных полосах, далеких от  $A^+$  и  $A^-$ , расстояние имеет порядок 15 см, в то время как  $a$ ,  $b \propto 10^{-4}$  см, что оправдывает приближение параллельных траекторий для волн  $S^+$  и  $S^-$  вблизи полос.

Близко к полосам член  $\varepsilon \theta$  в (6) и (7) имеет фактически ту же самую величину для  $S^+$  и  $S^-$ :  $\theta$  является очень маленьким, и  $\varepsilon \delta \theta$  был бы третьего порядка малости, так что он исчезает из (14). Другими словами, на полосах, что напротив источника, потенциал не имеет больше влияния. Наконец, согласно (14) и (15) разность фаз, которой соответственно подвергаются эти две волны, распространяющиеся от  $A^+$  и  $A^-$  к области интерференции, будет определяться величинами

$$\begin{aligned} S^+ - S_0^+ &= Et - \sqrt{2mE} \left[ x + b + \left( y - \frac{a}{2} \right) \theta_0 \right] + \varepsilon \xi; \\ S^- - S_0^- &= Et - \sqrt{2mE} \left[ x + b + \left( y + \frac{a}{2} \right) \theta_0 \right] - \varepsilon \xi. \end{aligned} \quad (17)$$

Вводя длину волны  $\lambda = \frac{h}{\sqrt{2mE}}$ , получим разность фаз между этими двумя волнами

$$\Delta \varphi = \frac{\Delta S}{h} = \frac{a \theta_0}{\lambda} + \frac{2\varepsilon \xi}{h}. \quad (18)$$

Первый член дает стандартные полосы Юнга, а второй — эффект Ааронова-Бома. Формула (18) не находится в точном соответствии с классической теорией из-за угла  $\xi$ , который отсутствует в классической теории. Величина  $\xi$  является половиной угла, под которым "щели Юнга" видны от соленоида.

*Присутствие  $\xi$  влечет за собой зависимость эффекта от положения нити, что является в принципе экспериментально проверяемым: согласно (15) эффект должен уменьшиться, когда расстояние  $b$  увеличивается.*

### Новый эксперимент

Ниже предлагается эксперимент, являющийся развитием эксперимента Ааронова-Бома, но который отличается тем, что *интеграл по замкнутому контуру, составленному из электронных траекторий, равен нулю, и, таким образом, не может иметь какое-либо отношение к сдвигу полос*. Этот эксперимент был уже предложен в работе [6], но лишь как интуитивный довод. Здесь же мы даем его точное вычисление.

Идея состоит в том, чтобы заменить магнитную нить, заключенную между электронными траекториями двумя нитями с обеих сторон (рис. 3 и 4). В принципе одной нити было бы достаточно, но мы увидим, что тогда эффект меньше, чем у Ааронова-Бома, так, что было бы полезно удвоить его. Благодаря этому новому положению нитей магнитный поток через замкнутую петлю траекторий будет равен нулю, потому что потенциал — по-прежнему градиент, и его источник находится снаружи. Эффект остается, но проблема калибровочной инвариантности при этом явно несущественна.

Уравнение Гамильтона-Якоби приобретает следующий вид

$$\begin{aligned} 2m \frac{\partial S}{\partial t} &= \left[ \frac{\partial S}{\partial x} + \varepsilon \left( \frac{y-c}{x^2 + (y-c)^2} + \frac{y+c}{x^2 + (y+c)^2} \right) \right] + \\ &+ \left[ \frac{\partial S}{\partial y} - \varepsilon \left( \frac{x}{x^2 + (y-c)^2} + \frac{x}{x^2 + (y+c)^2} \right) \right]. \end{aligned} \quad (19)$$

Мы видим, что согласно рис. 3 и 4 магнитные нити параллельны  $Oz$  и пересекают плоскость

$xOz$  в двух точках на расстоянии  $c$  от  $Oz$ . Мы предполагаем, что

$$c > \frac{a}{2},$$

чтобы поместить нити вне траекторий.

Бипризма Френеля-Мёленстеда

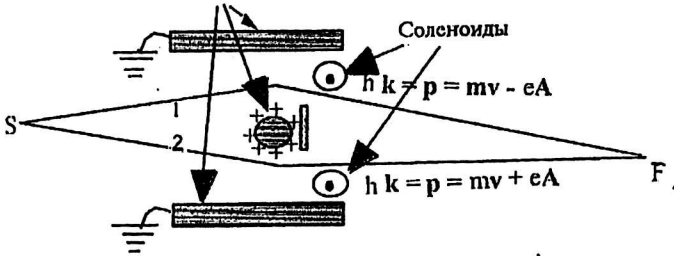


Рис. 3. Новый эксперимент

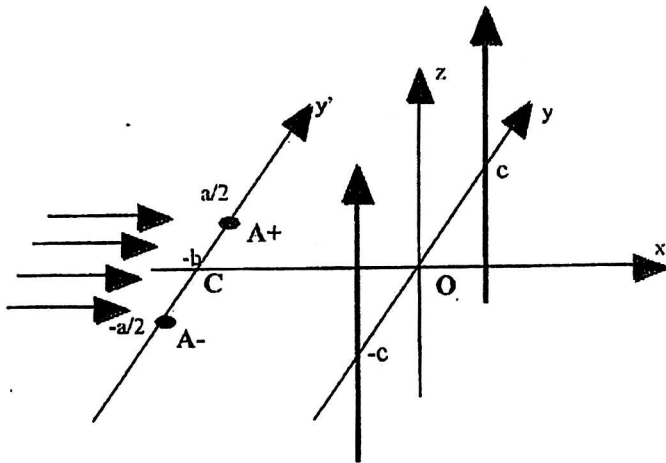


Рис. 4. Схема нового эксперимента

Параллельно вычисляя отношения (3), мы теперь имеем

$$\begin{aligned} & -\left(\frac{y-c}{x^2+(y-c)^2} + \frac{y+c}{x^2+(y+c)^2}\right) = \\ & = \frac{\partial}{\partial x} \operatorname{arctg} \frac{y-c}{x} + \frac{\partial}{\partial x} \operatorname{arctg} \frac{y+c}{x}; \\ & \left(\frac{x}{x^2+(y-c)^2} + \frac{x}{x^2+(y+c)^2}\right) = \\ & = \frac{\partial}{\partial y} \operatorname{arctg} \frac{y-c}{x} + \frac{\partial}{\partial y} \operatorname{arctg} \frac{y+c}{x} \end{aligned}$$

и по аналогии с (19)

$$\Sigma = S - \varepsilon \left( \operatorname{arctg} \frac{y-c}{x} + \operatorname{arctg} \frac{y+c}{x} \right). \quad (20)$$

Вводя (20) в (19), мы получаем снова уравнение (4) с полным интегралом (5), и, наконец, полный интеграл уравнения (19), аналогично (6):

$$\begin{aligned} S = Et - \sqrt{2mE}(x \cos \theta_0 + y \sin \theta_0) + \\ + \varepsilon \left( \operatorname{arctg} \frac{y-c}{x} + \operatorname{arctg} \frac{y+c}{x} \right). \end{aligned} \quad (21)$$

Мы не будем повторять всю предшествующую теорию. Наиболее важная вещь состоит в том, чтобы обратить внимание, что электронные траектории — те же самые прямые линии как прежде, по той же самой причине — отсутствие магнитного поля. Мы снова находим уравнения (8)—(10) для лучей волны. Лагранжевы обобщенные импульсы (де Бройлевские волновые векторы с точностью до множителя  $h$ ) теперь

$$\begin{aligned} p_x = -\frac{\partial S}{\partial x} = \sqrt{2mE} \cos \theta_0 - \\ - \varepsilon \left( \frac{y-c}{x^2+(y-c)^2} + \frac{y+c}{x^2+(y+c)^2} \right); \\ p_y = -\frac{\partial S}{\partial y} = \sqrt{2mE} \sin \theta_0 + \\ + \varepsilon \left( \frac{x}{x^2+(y-c)^2} + \frac{x}{x^2+(y+c)^2} \right). \end{aligned}$$

Уравнения ортогональных линий фаз были бы бесполезны для предсказания физического эффекта: было интересно выполнить интегрирование только один раз на примере (11), для того чтобы показать различие между линиями фаз и лучами.

### Смещение интерференционных полос

Посмотрим еще раз на плоскую волну, прибывающую от  $x = -\infty$  на плоскость  $x = -b$  и дифрагирующую через отверстия  $A^+$  и  $A^-$ . Угол  $\theta_0$  снова является маленьким, и мы имеем вследствие (21) и по аналогии с (14) две волны

$$\begin{aligned} S^\pm = Et - \sqrt{2mE} \left[ x + b + \left( y \pm \frac{a}{2} \right) \theta_0 \right] + \\ + \varepsilon \left( \operatorname{arctg} \frac{y-c}{x} + \operatorname{arctg} \frac{y+c}{x} \right), \end{aligned} \quad (22)$$

откуда мы имеем с точностью до общего постоянного аддитивного слагаемого

$$S_0^+ = \varepsilon(\eta - \zeta), \quad S_0^- = -\varepsilon(\eta - \zeta) \quad (23)$$

с определениями

$$\eta = \operatorname{arctg} \frac{c - \frac{a}{2}}{b}; \quad \zeta = \operatorname{arctg} \frac{c + \frac{a}{2}}{b}.$$

Игнорируя, как и в (14), малые члены, соответствующие потенциалу около области интерференции (большие величины  $x$ ), мы находим аналог (17) разности фаз для волн, прибывающих от  $A^+$  и  $A^-$

$$S^+ - S_0^+ = Et - \sqrt{2mE} \left[ x + b + \left( y - \frac{a}{2} \right) \theta_0 \right] - \varepsilon(\eta - \zeta);$$

$$S^- - S_0^- = Et - \sqrt{2mE} \left[ x + b + \left( y + \frac{a}{2} \right) \theta_0 \right] + \varepsilon(\eta - \zeta).$$

Вводя длину волны  $\lambda = \frac{h}{\sqrt{2mE}}$ , можно вывести разность фаз между этими двумя волнами, так же как в (18):

$$\Delta\varphi = \frac{\Delta S}{h} = \frac{a\theta_0}{\lambda} + \frac{2\varepsilon}{h}(\zeta - \eta). \quad (24)$$

Мы снова находим первый член, соответствующий интерференции Юнга, и второй, аналогичный эффекту Ааронова-Бома. Этот член меньше по той очевидной причине, что каждая магнитная нить производит сдвиг на самой близкой траектории, но, к сожалению, она также производит смещение и на другой, и этот второй сдвиг производится в том же самом направлении, как первый, потому что обе траектории находятся с одной и той же стороны от нити, в то время как они были на противоположных сторонах в случае Ааронова-Бома, так что изменения фаз на траекториях были также противоположными. Вот почему находим теперь вместо множителя  $\xi$  разность  $(\zeta - \eta)$  с  $\eta$ ,  $\zeta > 0$ ,

потому что выбрали  $c > \frac{a}{2}$  для того, чтобы нити были вне траекторий. Однако первое изменение доминирует, потому что вторая траектория расположена дальше от нити, чем первая, так что эффект действительно существует. И так как имеем две нити, то эффект удвоен: следовательно, множитель два перед  $\varepsilon$  в уравнении (24).

Возьмем как пример  $c = a$ , тогда имеем

$$\eta = \arctg \frac{a}{2b}, \quad \zeta = \arctg \frac{3a}{2b} \Rightarrow \max(\zeta - \eta) = 0,52.$$

Максимальная величина  $(\zeta - \eta)$  получена для  $b = a \frac{\sqrt{3}}{2}$ . Сравнивая максимальную величину

смещения Ааронова-Бома в (15):  $\xi \propto \frac{\pi}{2} \approx 1,57$

с максимальным смещением в (24):  $(\xi - \eta) \approx 0,52$ , видим, что эффект, предсказанный здесь, в три раза меньше. Но это и неважно, потому что цель состояла не в том, чтобы дать другое доказательство сдвига интерференционной картины из-за бессилового потенциала (доказательство Ааронова-Бома превосходно), но

доказать, что эффект того же самого типа может быть получен в эксперименте, который нельзя объяснить в терминах интеграла по замкнутому контуру, который здесь очевидно исчезает.

### Вопрос калибровочной инвариантности

Имеется только одна проблема в интерференционных явлениях: где интерференционные полосы? И ответ дается разностью фаз между двумя волнами, прибывающими из двух когерентных источников.

Любопытно, что вычисление этой разности фаз находится в основе всех явлений интерференции, за исключением эффекта Ааронова-Бома! *Интерференция считается само собой разумеющейся, и единственный вопрос — найти сдвиг без нарушения калибровочной инвариантности.* Вот почему интеграл по замкнутому контуру от  $A$  играет центральную роль. Но интеграл по замкнутому контуру не может определить расстояние между интерференционными полосами.

Таким образом, это явление рассчитано в двух частях: "свободная" интерференция без потенциала; сдвиг из-за потенциала, рассматриваемого отдельно и который отсутствует в вычислениях разности фаз, и, таким образом, без учета геометрии эксперимента. Именно по этой причине происходит то, что местоположение соленоида и формы, в которой потенциал входит в выражение для фазы, забыто.

Если и есть что-то новое в настоящей работе, то это попытка возвратиться к старым проблемам и методам явлений интерференции благодаря простому вычислению фаз.

Теперь возвратимся к фазам, данным формулами (22), которые включают случай (14), добавляя в произвольной калибровке член  $f(x, y)$ , и найдем:

$$\begin{aligned} S^{\pm} &= Et - \sqrt{2mE} \left[ x + b + \left( y - \frac{a}{2} \right) \theta_0 \right] + \\ &+ \varepsilon \left( \arctg \frac{y-c}{x} + \arctg \frac{y+c}{x} + f(x, y+c) \right); \\ S^- &= Et - \sqrt{2mE} \left[ x + b + \left( y + \frac{a}{2} \right) \theta_0 \right] + \\ &+ \varepsilon \left( \arctg \frac{y-c}{x} + \arctg \frac{y+c}{x} + f(x, y-c) \right). \end{aligned}$$

Вблизи щелей имеем, обобщая (23):

$$S_0^+ = \varepsilon \left[ \eta - \zeta + f\left(\frac{a}{2} - c\right) + f\left(\frac{a}{2}\right) + c \right];$$

$$S_0^- = \varepsilon \left[ -(\eta - \zeta) + f \left\{ -\left(\frac{a}{2} + c\right) \right\} + f \left\{ -\left(\frac{a}{2} - c\right) \right\} \right],$$

и разность фаз (24) становится

$$\Delta\varphi = \frac{a\theta_0}{\lambda} + \frac{2\varepsilon}{h}(\eta - \zeta) + \frac{2\varepsilon}{h} \times \left[ f \left( \frac{a}{2} - c \right) + f \left( \frac{a}{2} + c \right) - f \left\{ -\left(\frac{a}{2} + c\right) \right\} - f \left\{ -\left(\frac{a}{2} - c\right) \right\} \right].$$

Ясно, что за исключением того случая, когда  $f(x, y)$  является четным по  $y$ , разность фаз модифицируется, и это явление не представляется калибровочно-инвариантным.

### Приложение

#### Магнитный потенциал бесконечно тонкого и длинного соленоида или бесконечной магнитной нити

Мы начинаем с классической формулы в электромагнетизме [8, 9], выражая векторный потенциал, созданный магнитным диполем  $\mathbf{l}$  на расстоянии  $l$

$$\mathbf{A} = \frac{\mu \times \mathbf{l}}{l^3}.$$

В точке  $P$  потенциал равен

$$\mathbf{A} = \phi \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\mathbf{Z} \times \mathbf{l}}{l^3} = \phi \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\mathbf{Z} \times \mathbf{MP}}{[\mathbf{MP}]^3}.$$

$\phi$  является магнитным потоком, заключенным в нити или в соленоиде, и:

$$\begin{aligned} \mathbf{MP}^2 &= l^2 = x^2 + y^2 + (z - Z)^2; \\ d\mathbf{Z} \times \mathbf{MP} &= \{-y dZ, x dZ, 0\}. \end{aligned}$$

Теперь мы получаем из (25)

$$A_x = -\phi y \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dz}{[x^2 + y^2 + (z - Z)^2]^{3/2}};$$

$$A_y = \phi x \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dz}{[x^2 + y^2 + (z - Z)^2]^{3/2}}; \quad A_z = 0.$$

И учитывая, что

$$A_x = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dz}{[x^2 + y^2 + (z - Z)^2]^{3/2}} = \frac{2}{x^2 + y^2},$$

мы находим

$$A_x = -2\phi \frac{y}{x^2 + y^2}; \quad A_y = 2\phi \frac{x}{x^2 + y^2}; \quad A_z = 0.$$

*Я хотел бы посвятить эту попытку разобраться в трудных вопросах моему знаменитому учителю Луи де Бройлю, а также Давиду Бому, с которым я работал в Париже в Институте им. Г. Пуанкаре и который был моим другом. Позвольте поблагодарить их за мое обучение. Я также хотел бы горячо поблагодарить моего сына Пьера Лошака, чьи ценные советы были для меня большой помощью.*

### Литература

1. Aharonov Y., Bohm D.//Physical Review, 1959. V. 115. P. 85.
2. Olariu S., Iovitsu Popescu I.//Reviews of Modern Physics, 1985. V. 57. № 2. P. 339—436.
3. Tonomura A.//The Quantum World Unveiled by Electron Waves, with a Preface of Chen Ning Yang, World Scientific, Singapore, 1998.
4. Broglie L. de//Thuse de 1924, Ann. Fond. Louis de Broglie, 1992. V. 17. P. 1—108.
5. Born M., Wolf E.//Principles of Optics, Pergamon, Oxford, 1964.
6. Electrodynamics, Addison-Wesley. The Feynman Lectures in Physics, 1964. V. 2.
7. Lochak G.//Ann. Fond. Louis de Broglie, 2000, V. 25. P. 107—127.
8. Тамм И. Е.//Основы теории электричества. — М.: ОГИЗ, 1946.
9. Jackson J. D.//Classical Electrodynamics, 2-nd ed., Wiley, N. Y., 1975.

## **A new theory of the Aharonov-Bohm effect, in which the source of the potential is outside the electronic trajectories**

*G. Lochak*

Louis de Broglie Foundation, Paris, France

*A new theory of the Aharonov-Bohm experiment, based on the calculation of the phase difference between the electronic trajectories, shows that the shifting of the interference fringes depends both on the gauge of the potential and of the location of its source with respect to the interference device. A new experiment is then suggested, in which the source of the potential is outside the electronic trajectories. The line integral of the potential along the trajectories equals zero, but the shifting of the fringes does not vanish.*