УДК 537.533:533.9

Релятивистская дрейфовая теория движения заряженных частиц в случае сильного электрического поля

В. П. Милантьев, Т. Б. Пермякова
Российский университет дружбы народов, Москва, Россия

Рассмотрено релятивистское обобщение дрейфовой теории движения заряженных частиц в квазистационарных и высокочастотных полях в случае сильного квазистационарного электрического поля.

Последовательная дрейфовая теория релятивистского движения заряженных частиц в квазистационарных и высокочастотных (ВЧ) полях, основанная на методе усреднения по быстрым переменным, хорошо разработана в случае "слабого" электрического поля [1, 2]. В этом случае скорость электрического дрейфа частиц в квазистационарных полях мала по сравнению с их характерной скоростью. Если же скорость электрического дрейфа сравнима с характерной скоростью частиц (случай "сильного" электрического поля), то дрейфовая теория развита лишь в нерелятивистском [1] и в слаборелятивистском приближениях [3]. Из дрейфовой теории в слаборелятивистском приближении следует, что под влиянием электрического дрейфа в плазме могут возникать новые эффекты при резонансном взаимодействии "волна—частица", в частности, оказывается возможным черенковское поглощение поперечной электромагнитной волны, бегущей вдоль магнитного поля [3]. Можно ожидать, что эффекты электрического дрейфа проявятся и при релятивистском движении заряженных частиц, взаимодействующих с ВЧ-волнами.

В настоящей работе развивается релятивистская дрейфовая теория движения заряженных частиц в квазистационарных и высокочастотных электромагнитных полях в случае "сильного" квазистационарного электрического поля. Эффекты электрического дрейфа учитываются в слаборелятивистском приближении. Получена общая система уравнений движения частицы, в которых важную роль играет фаза ВЧ волнового пакета. Показано, что электрический дрейф приводит к сдвигу частоты волны, в том числе релятивистского происхождения, и изменению резонансных условий, в частности, условий циклотронного резонанса частицы с волной.

В дрейфовой теории движения заряженных частиц в случае сильного электрического поля циклотронное вращение выделяют с помощью перехода в систему отсчета, движущуюся со скоростью электрического дрейфа. Такая процедура вполне допустима в нерелятивистском приближении [1]. Такой же метод используется при рассмотрении взаимодействия релятивистской заряженной частицы с электромагнитными волнами в случае постоянной скорости электрического дрейфа [4]. Эффект электрического дрейфа становится особенно существенным при резонансном взаимодействии частицы с волной, в частности, в режиме авторезонанса [5]. Если же скрещенные электрическое и магнитное поля непостоянны, то возникают трудности, связанные с неинерциальностью системы отсчета, движущейся со скоростью электрического дрейфа. В этом случае разработана теория взаимодействия заряженных частиц с электромагнитными волнами в скрещенных квазистатических полях в слаборелятивистском приближении [3]. Однако для ряда задач, например в проблеме ускорения частиц, нагрева плазмы, генерации излучения, необходима релятивистская теория движения заряженной частицы в ВЧ-полях, при этом электрический дрейф может играть роль регулятора резонансного взаимодействия частицы с волной.

Исходные уравнения

Релятивистское движение заряженной частицы при пренебрежении квантовыми эффектами и силами радиационного трения описывается следующими уравнениями (в стандартных обозначениях):

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = e\vec{E}(\vec{r},t) + \frac{e}{c}[\vec{w},\vec{B}(\vec{r},t)];$$

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{w} = \frac{\vec{p}}{m_0\gamma},$$

где γ — релятивистский фактор;

m_0 — масса частицы.

Будем предполагать, что электромагнитное поле $\vec{E}(\vec{r},t)$, $\vec{B}(\vec{r},t)$ допускает разделение на медленно меняющуюся часть (квазистационарное поле) $\vec{E}_0(\vec{r},t)$, $\vec{B}_0(\vec{r},t)$ и быстроосциллирующую часть (ВЧ-поле) $\vec{E}_\sim(\vec{r},t)$, $\vec{B}_\sim(\vec{r},t)$:

$$\vec{E}(\vec{r},t) = \vec{E}_0 + \vec{E}_\sim;$$

$$\vec{B}(\vec{r},t) = \vec{B}_0 + \vec{B}_\sim.$$

© Милантьев В. П., Пермякова Т. Б., 2004

В явном виде эти поля пока не конкретизируются.

В дрейфовой теории вводят локальную тройку единичных ортогональных векторов, связанных с силовой линией ведущего магнитного поля: вектор касательной к силовой линии $\vec{e}_1(r,t) = \dfrac{\vec{B}_0(r,t)}{B_0(r,t)}$, векторы $\vec{e}_2, \vec{e}_3$ в плоскости, перпендикулярной силовой линии [1]. Обычно векторы $\vec{e}_2, \vec{e}_3$ не конкретизируются, хотя иногда их рассматривают как векторы нормали и бинормали к силовой линии. Введение указанной тройки векторов предполагает, что магнитное поле волны мало по сравнению с ведущим магнитным полем: $\left|\vec{B}_\sim\right| \ll \left|\vec{B}_0\right|$. Удобно далее ввести комплексные векторы $\vec{e}_\pm = \vec{e}_2 \pm i\vec{e}_3$.

При достаточно медленных изменениях поля можно ввести малый параметр, равный отношению гирорадиуса частицы к характерному масштабу неоднородности поля: $\mu = r_c/L_B$.

Поле ВЧ-волны будем рассматривать в приближении геометрической оптики, которое характеризуется малым параметром — отношением длины волны к характерному линейному масштабу ВЧ-поля $\mu_g \approx 1/kL$. Предполагается, что малые параметры дрейфовой теории и геометрической оптики имеют одинаковый порядок: $\mu \sim \mu_g$.

Вывод основных уравнений

Представим формально вектор скорости частицы в виде суммы

$$\vec{w} = \vec{v} + \vec{v}_E,$$

где величина $\vec{v}_E$ будет в дальнейшем определена.

Импульс частицы и ее скорость связаны релятивистским соотношением

$$\vec{p} = m\vec{w} \equiv m_0\gamma\vec{w},$$

где $\gamma = (1 - w^2/c^2)^{-1/2}$.

Относительно вектора $\vec{v}_E$ будем предполагать, что $\left|\vec{v}_E\right|/c \ll 1$ и будем далее учитывать лишь члены первого порядка этого отношения. Вектор импульса частицы можно записать приближенно в виде

$$\vec{p} = \vec{\pi} + m_0\Gamma\vec{v}_E + \vec{\pi}\frac{\vec{\pi}\cdot\vec{v}_E}{m_0c^2}\Gamma \equiv \vec{\pi} + m_0\Gamma\left(\hat{I} + \frac{\vec{\pi}\vec{\pi}}{m_0^2c^2}\right)\cdot\vec{v}_E,$$

где введен вектор $\vec{\pi} = m_0\Gamma\vec{v}$; фактор $\Gamma = \sqrt{1 + \pi^2/m_0^2c^2}$.

$\hat{I}$ — единичный тензор; точка между векторами означает их скалярное произведение; произведение двух векторов, между которыми нет точки, составляют диаду (тензор 2-го ранга), например диады $\vec{\pi}\vec{\pi}, \vec{\pi}\vec{v}_E$.

Согласно уравнениям движения частицы необходимо вычислить производную:

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \left\{\hat{I} + \frac{\Gamma}{m_0c^2}\left(\vec{\pi}\cdot\vec{v}_E\hat{I} + \vec{\pi}\vec{v}_E\right)\right\}\times$$

$$\times\frac{d\vec{\pi}}{dt} + m_0\Gamma\left\{\hat{I} + \frac{\vec{\pi}\vec{\pi}}{m_0c^2}\right\}\cdot\frac{d\vec{v}_E}{dt} +$$

$$+\left\{m_0\vec{v}_E + \frac{\vec{\pi}\vec{\pi}\cdot\vec{v}_E}{m_0c^2}\right\}\frac{\vec{\pi}}{m_0c^2\Gamma}\cdot\frac{d\vec{\pi}}{dt}.$$

Величину $\dfrac{d\vec{v}_E}{dt}$ надо понимать как

$$\frac{d\vec{v}_E}{dt} = \left\{\frac{\partial}{\partial t} + \left(\vec{v} + \vec{v}_E\right)\cdot\nabla\right\}\vec{v}_E.$$

Выберем вектор $\vec{v}_E$ таким образом, чтобы в уравнениях движения квазистатическое поле $\vec{E}_0$ было исключено. В этом случае неопределенная пока величина $\vec{v}_E$ должна удовлетворять соотношению

$$\vec{E}_0 = \frac{1}{c}\left[\vec{v}_E, \vec{B}_0\right]. \qquad (1)$$

Отсюда следует, что вектор $\vec{v}_E = c\dfrac{\left[\vec{E}_0, \vec{e}_1\right]}{B_0}$ — есть скорость электрического дрейфа, которая является функцией координат и времени, если поля $\vec{E}_0(\vec{r},t)$, $\vec{B}_0(\vec{r},t)$ медленно меняются. Отметим, что условием (1) исключается из уравнений движения лишь "поперечная часть" электрического поля $\vec{E}_0$. Его составляющая в направлении ведущего магнитного поля должна быть "слабой" для того, чтобы на смещении частицы в поле этой составляющей происходило достаточно большое количество циклотронных оборотов. Теперь можно выделить циклотронное вращение частицы, представляя вектор $\vec{\pi}$ в виде

$$\vec{\pi} = \pi_{\parallel}\vec{e}_1 + \frac{\pi_{\perp}}{2}\left(\vec{e}_- e^{i\theta_c} + \vec{e}_+ e^{i\theta_c}\right),$$

где θ_c — фаза циклотронного вращения частицы;

$\pi_{\parallel}$, $\pi_{\perp}$ — соответственно, величины продольной и поперечной составляющих вектора импульса $\vec{\pi}$ по отношению к ведущему магнитному полю.

Будем рассматривать далее ВЧ электромагнитное поле в виде квазимонохроматического волнового пакета

$$\vec{E}\sim(\vec{r},t) = \vec{\varepsilon}(\vec{r},t)e^{i\theta} + \text{к.с.}$$

$$\vec{B}\sim(\vec{r},t) = \vec{\beta}(\vec{r},t)e^{i\theta} + \text{к.с.},$$

где $\vec{\varepsilon}(\vec{r},t)$, $\vec{\beta}(\vec{r},t)$ — медленно меняющиеся комплексные амплитуды,

θ — фаза волны (эйконал);

к.с. — комплексно-сопряженное выражение; частота и волновой вектор ВЧ-волны определяются формулами

$$\omega = -\frac{\partial\theta}{\partial t};\quad \vec{k} = \nabla\theta. \qquad (2)$$

Далее стандартным образом получаем уравнения движения для величин $\pi_{\parallel}$, $\pi_{\square}$, θ_c:

$$\frac{d\pi_{\parallel}}{dt} = a_0 + \left\{a_1 e^{i\theta_c} + a_2 e^{2i\theta_c} + a_3 e^{i\theta} + a_4 e^{i\theta_+} + a_5 e^{i\theta_-} + A_1 + \text{к.с}\right\}; \qquad (3)$$

$$\frac{d\pi_{\perp}}{dt} = b_0 + \left\{b_1 e^{i\theta_c} + b_2 e^{2i\theta_c} + b_3 e^{i\theta} + b_4 e^{i\theta_+} + b_5 e^{i\theta_-} + A_2 + \text{к.с}\right\}; \qquad (4)$$

$$\frac{d\theta_c}{dt} = \omega_c + c_0 + \left\{c_1 e^{i\theta_c} + c_2 e^{2i\theta_c} + c_3 e^{i\theta} + c_4 e^{i\theta_+} + c_5 e^{i\theta_-} + A_3 + \text{к.с.}\right\}. \qquad (5)$$

Фаза волны θ, как и гирофаза, считается независимой переменной и с учетом соотношений (2) описывается уравнением

$$\frac{d\theta}{dt} = -\omega + \vec{k}\left\{\frac{\pi_{\parallel}\vec{e}_1}{m_0\Gamma} + \vec{v}_E\left(1 + \frac{\pi_{\perp}^2}{2m_0^2c^2}\right)\right\} + \left\{d_1 e^{i\theta_c} + d_2 e^{2i\theta_c} + \text{к.с.}\right\}, \qquad (6)$$

где $\omega_c = -eB_0/m_0c\Gamma$ — релятивистская циклотронная частота;

$\theta_{\pm} = \theta_c \pm \theta$ — комбинационные фазы.

Явные выражения для коэффициентов a_i, b_i, c_i, d_i и величин A_1, A_2, A_3 приведены в приложении. Величины A_1, A_2, A_3 учитывают эффекты электрического дрейфа в слаборелятивистском приближении и являются осциллирующими функциями.

При отсутствии ВЧ-волны и пренебрежении релятивистскими эффектами система уравнений (3)—(5) полностью совпадает с известными уравнениями в случае сильного электрического поля [1]. Из уравнений (5), (6) следует, что релятивистские эффекты, электрический дрейф и неоднородность ведущего магнитного поля приводят к сдвигу как циклотронной частоты, так и частоты волны.

Система полученных уравнений имеет стандартный вид так называемой многочастотной (или многопериодной) системы уравнений, которая может быть упрощена при разделении быстрых и медленных переменных с помощью усреднения по быстрым переменным [1, 2]. Быстрыми переменными в данной задаче являются фаза циклотронного вращения θ_c и фаза волны θ, а также отсутствие резонансов комбинации этих фаз. Медленные переменные — это $\pi_{\parallel}$, $\pi_{\perp}$, $\vec{v}_E$.

Метод усреднения позволяет найти уравнения для сглаженных медленных переменных и вычислить периодические добавки к ним с помощью разложений по малому параметру. В нулевом приближении при отсутствии резонансов усредненные уравнения для медленных переменных следуют из системы (3)—(7) фактически после отбрасывания всех осциллирующих членов. Расчет усредненных уравнений в первом приближении становится очень громоздким даже в нерелятивистском приближении при отсутствии ВЧ-поля [1], нахождение же дрейфовых уравнений в рассматриваемом релятивистском случае является еще более сложным, и в настоящей работе эта задача не рассматривается.

Процедура усреднения многопериодной системы существенно зависит от того, выполняются ли резонансные соотношения между частотами. В резонансных случаях соответствующие комбинации быстрых фаз относят к медленно меняющимся или полубыстрым переменным.

Рассмотрим далее сглаженные уравнения движения электрона в области черенковского и циклотронного резонансов, которые проявляются в нулевом приближении.

Усредненные уравнения движения релятивистской заряженной частицы в области черенковского и циклотронного резонансов

В случае черенковского резонанса скорость частицы близка к фазовой скорости волны, и резонансной является фаза волны $\psi_{res} = \theta$, которую надо считать полубыстрой переменной, а фазу циклотронного вращения и комбинации фаз θ_c и θ — быстрыми переменными. Усред-

ненная система уравнений движения частицы в области черенковского резонанса принимает следующий вид:

$$\frac{d\pi_\parallel}{dt} = e\vec{e}_1\cdot\vec{E}_0 + \frac{\pi_\perp^2}{2m_0\Gamma}div\,\vec{e}_1 + m_0\Gamma\vec{\nu}_E\cdot D\vec{e}_1 + \left[e\left\{\vec{e}_1\cdot\vec{\varepsilon} - \frac{1}{2m_0c^2}\vec{\nu}_E\cdot\left\{\pi_\parallel\Gamma\left(2+\frac{\pi_\perp^2}{m_0^2c^2\Gamma^2}\right)\times\left(\vec{\varepsilon}+\frac{\pi_\parallel}{m_0\Gamma c}\left[\vec{e}_1,\vec{\beta}\right]\right) - \left[\vec{e}_1,\vec{\beta}\right]\frac{\pi_\perp^2}{m_0c}\times\left(1+\frac{\pi_\parallel^2}{m_0^2c^2\Gamma^2}\right)\right\}e^{i\Psi_{res}} + \text{к.с.}\right];$$

$$\frac{d\pi_\perp}{dt} = -\frac{\pi_\perp}{2}\left\{\frac{\pi_\parallel}{m_0\Gamma}div\,\vec{e}_1 + \left(\hat{I}-\vec{e}_1\vec{e}_1\right):\nabla\vec{\nu}_E\right\} - \left[\frac{e\pi_\perp}{2m_0c^2}\vec{\nu}_E\cdot\left\{\Gamma\left(3+\frac{m_0^2c^2+\pi_\perp^2}{m_0^2c^2\Gamma^2}\right)\left(\vec{\varepsilon}+\frac{\pi_\parallel}{m_0\Gamma c}\left[\vec{e}_1,\vec{\beta}\right]\right) - \left[\vec{e}_1,\vec{\beta}\right]\frac{\pi_\parallel(m_0^2c^2+\pi_\perp^2)}{m_0^3c^3\Gamma^2}\right\}e^{i\Psi_{res}} + \text{к.с.}\right]; \quad (7)$$

$$\frac{d\Psi_{res}}{dt} = -\omega + \vec{k}\cdot\left\{\frac{\pi_\parallel\vec{e}_1}{m_0\Gamma} + \nu_E\left(1+\frac{\pi_\perp^2}{2m_0^2c^2}\right)\right\};$$

$$\frac{d\Gamma}{dt} = \frac{1}{\Gamma m_0^2c^2}\left\{\pi_\parallel\left(e\vec{e}_1\cdot\vec{E}_0 + m_0\Gamma\vec{\nu}_E\cdot D\vec{e}\right) - \frac{\pi_\perp^2}{2}\left(\hat{I}-\vec{e}_1\vec{e}_1\right):\nabla\vec{\nu}_E\right\} + \frac{1}{\Gamma m_0^2c^2}\left[e\pi_\parallel\left\{\vec{e}_1\cdot\vec{\varepsilon} - \frac{1}{2m_0c^2}\vec{\nu}_E\cdot\left\{\pi_\parallel\Gamma\left(2+\frac{\pi_\perp^2}{m_0^2c^2\Gamma^2}\right)\left(\vec{\varepsilon}+\frac{\pi_\parallel}{m_0\Gamma c}\left[\vec{e}_1,\vec{\beta}\right]\right) - \left[\vec{e}_1,\vec{\beta}\right]\frac{\pi_\perp^2}{m_0c}\left(1+\frac{\pi_\parallel^2}{m_0^2c^2\Gamma^2}\right)\right\}e^{i\Psi_{res}} - \frac{e\pi_\perp^2}{2m_0c^2}\vec{\nu}_E\cdot\left\{\Gamma\left(3+\frac{m_0^2c^{2+}\pi_\perp^2}{m_0^2c^2\Gamma^2}\right)\left(\vec{\varepsilon}+\frac{\pi_\parallel}{m_0\Gamma c}\left[\vec{e}_1,\vec{\beta}\right]\right) - \left[\vec{e}_1,\vec{\beta}\right]\left(\frac{\pi_\parallel(m_0^2c^{2+}\pi_\perp^2)}{m_0^3c^3\Gamma^2}\right)\right\}e^{i\Psi_{res}} + \text{к.с.}\right].$$

Здесь введен оператор $D \equiv \frac{\partial}{\partial t} + \left(\frac{\pi_\parallel}{m_0\Gamma}\vec{e}_1 + \vec{\nu}_E\right)\cdot\nabla$;

$\hat{I}$ – единичный тензор; точка (·) между векторами означает их скалярное произведение, двоеточие (:) — двойное скалярное произведение диад (тензоров) $\vec{a}\,\vec{b}$ и $\vec{c}\,\vec{d}$ между собой: $\vec{a}\,\vec{b}:\vec{c}\,\vec{d} \equiv a_\alpha b_\beta c_\beta d_\alpha$.

В области циклотронного резонанса комбинацию фаз $\psi_{res} \equiv \theta + \theta_c$ можно считать полубыстрой переменной. В этом случае усредненная система уравнений движения заряженной частицы принимает вид

$$\frac{d\pi_\parallel}{dt} = e\vec{e}_1\cdot\vec{E}_0 + \frac{\pi_\perp^2}{2m_0\Gamma}div\,\vec{e}_1 + m_0\Gamma\vec{\nu}_E\cdot D\vec{e}_1 + \left[\frac{e\pi_\perp}{2m_0c}\vec{e}_-\cdot\left\{\frac{i}{\Gamma}\vec{\beta} + \frac{1}{c}\vec{\nu}_E\left\{\frac{i\pi_\parallel}{m_0c}\vec{e}_1\cdot\vec{\beta} - \Gamma\left(1+\frac{\pi_\parallel^2}{m_0^2c^2\Gamma^2}\right)\times\vec{e}_1\cdot\vec{\varepsilon}\right\}\right\}e^{i\Psi_{res}} + \text{к.с.}\right];$$

$$\frac{d\pi_\perp}{dt} = -\frac{\pi_\perp}{2}\left\{\frac{\pi_\parallel}{m_0\Gamma}div\,\vec{e}_1 + \left(\hat{I}-\vec{e}_1\vec{e}_1\right):\nabla\vec{\nu}_E\right\} + \left[\frac{e}{2}\left\{\vec{e}_-\cdot\left\{\vec{\varepsilon} - \frac{i\pi_\parallel}{m_0\Gamma c}\vec{\beta} - \frac{1}{c}\left[\vec{\beta},\vec{\nu}_E\right]\right\} + \frac{\pi_\parallel}{m_0^2c^3}\vec{e}_-\cdot\vec{\nu}_E\times\left\{i\pi_\perp\vec{e}_1\cdot\vec{\beta} - \frac{m_0^2c^2+\pi_\perp^2}{m_0c\Gamma}\vec{e}_1\cdot\vec{\varepsilon}\right\}\right\}e^{i\Psi_{res}} + \text{к.с.}\right]; \quad (8)$$

$$\frac{d\Psi_{res}}{dt} = -\omega + \omega_c + \vec{k}\cdot\left\{\frac{\pi_\parallel\vec{e}_1}{m_0\Gamma} + \vec{\nu}_E\left(1+\frac{\pi_\perp^2}{2m_0^2c^2}\right)\right\} + \frac{1}{2}\left\{\frac{\pi_\parallel}{m_0\Gamma}\vec{e}_1\cdot rot\,\vec{e}_1 - \vec{e}_1\cdot rot\,\vec{\nu}_E + \frac{1}{i}\times\left(\frac{e\Gamma}{2m_0c^2\pi_\perp}\vec{e}_-\vec{e}_+:\vec{\nu}_E\vec{E}_0 - \vec{e}_+\cdot D\vec{e}_-\right)\right\} - \left[\frac{e}{2\pi_\perp}\vec{e}_-\cdot\left\{\frac{1}{i}\left(\vec{\varepsilon} - \frac{1}{c}\left[\vec{\beta},\vec{\nu}_E\right]\right) - \frac{\pi_\parallel}{m_0\Gamma c}\vec{\beta}\right\}e^{i\Psi_{res}} + \text{к.с.}\right];$$

$$\frac{d\Gamma}{dt} = \frac{1}{\Gamma m_0^2c^2}\left[\pi_\parallel\left\{e\vec{e}_1\cdot\vec{E}_0 + \frac{\pi_\perp^2}{2m_0\Gamma}div\vec{e}_1 + m_0\Gamma\vec{\nu}_E\cdot D\vec{e}\right\} - \frac{\pi_\perp^2}{2}\left(\hat{I}-\vec{e}_1\vec{e}_1\right):\nabla\vec{\nu}_E\right] + \frac{1}{\Gamma m_0^2c^2}\left[\frac{e\pi_\perp\pi_\parallel}{2m_0c}\vec{e}_-\cdot\left\{\frac{i}{\Gamma}\vec{\beta} + \frac{1}{c}\vec{\nu}_E\times\left\{\frac{i\pi_\parallel}{m_0c}\vec{e}_1\cdot\vec{\beta} - \Gamma\left(1+\frac{\pi_\parallel^2}{m_0^2c^2\Gamma^2}\right)\vec{e}_1\cdot\vec{\varepsilon}\right\}\right\}e^{i\Psi_{res}} + \frac{e\pi_\perp}{2}\left\{\vec{e}_-\right\}\cdot\left\{\vec{\varepsilon} - \frac{i\pi_\parallel}{m_0\Gamma c}\vec{\beta} - \frac{1}{c}\left[\vec{\beta},\vec{\nu}_E\right]\right\} + \frac{\pi_\perp}{m_0^2c^3}\vec{e}_-\cdot\vec{\nu}_E\times$$

$$\times\left\{i\pi_\perp \vec{e}_1\cdot\vec{\beta}-\frac{m_0^2c^2+\pi_\perp^2}{m_0c\Gamma}\vec{e}_1\cdot\vec{\varepsilon}\right\}\Bigg\}e^{i\Psi_{res}}+\text{к.с.}\Bigg].$$

Уравнениями (7) описывается движение заряженной частицы в области черенковского резонанса. Циклотронно-резонансное взаимодействие частицы с волной описывается уравнениями (8). Анализ этих уравнений будет проведен в последующих работах.

Заключение

В работе построена релятивистская дрейфовая теория движения заряженных частиц в квазистационарных и высокочастотных электромагнитных полях в случае "сильного" квазистационарного электрического поля.

Основные уравнения получены в предположении, что скорость электрического поля мала по сравнению со скоростью света. Учитывались только линейные члены по этому отношению. Это предположение, как правило, соответствует реальным условиям.

Методом усреднения по быстрым фазам получены общие уравнения нулевого приближения, описывающие поведение заряженной частицы в областях черенковского, а также циклотронного резонансов при условии, что перекрытия резонансов не происходит.

Развиваемая теория может иметь приложения как для лабораторной плазмы, так и для плазмы в астрофизических условиях.

Приложение

Коэффициенты уравнений (3)—(6):

$$a_0=e\vec{e}_1\cdot\vec{E}_0+\frac{\pi_\perp^2}{2m_0\Gamma}div\,\vec{e}_1+m_0\Gamma\vec{v}_E\cdot D\vec{e}_1;$$

$$a_1=\frac{\pi_\perp}{2}\left\{\vec{e}_-\cdot D\vec{e}_1+\vec{v}_E\vec{e}_-:\nabla\vec{e}_1\right\};$$

$$a_2=\frac{\pi_\perp^2}{4m_0\Gamma}\vec{e}_-\vec{e}_-:\nabla\vec{e}_1;$$

$$a_3=e\vec{e}_-\cdot\vec{\varepsilon};$$

$$a_4=\frac{ei\pi_\perp}{2m_0\Gamma c}\vec{e}_-\cdot\vec{\beta};$$

$$a_5=-\frac{ei\pi_\perp}{2m_0\Gamma c}\vec{e}_+\cdot\vec{\beta};$$

$$b_0=-\frac{\pi_\perp}{2}\left\{\frac{\pi_\parallel}{m_0\Gamma}div\,\vec{e}_1+\left(\hat{I}-\vec{e}_1\vec{e}_1\right):\nabla\vec{v}_E\right\};$$

$$b_1=\frac{1}{2}\vec{e}_-\cdot\left\{e\left(\vec{E}_0+\frac{iB_0}{c}\vec{v}_E\right)-\pi_\parallel D\vec{e}_1-m_0\Gamma D\vec{v}_E\right\};$$

$$b_2=\frac{\pi_\perp}{4}\left\{\frac{\pi_\parallel}{m_0\Gamma}\vec{e}_-\vec{e}_-:\nabla\vec{e}_1+\vec{e}_-\vec{e}_-:\nabla\vec{v}_E\right\};$$

$$b_3=0;$$

$$b_4=\frac{e}{2}\vec{e}_-\cdot\left\{\vec{\varepsilon}-\frac{i\pi_\parallel}{m_0\Gamma c}\vec{\beta}-\frac{1}{c}\left[\vec{\beta},\vec{v}_E\right]\right\};$$

$$b_5=\frac{e}{2}\vec{e}_+\cdot\left\{\vec{\varepsilon}+\frac{i\pi_\parallel}{m_0\Gamma c}\vec{\beta}-\frac{1}{c}\left[\vec{\beta},\vec{v}_E\right]\right\};$$

$$c_0=\frac{1}{2}\left\{\frac{\pi_\parallel}{m_0\Gamma}\vec{e}_1\cdot rot\,\vec{e}_1-\vec{e}_1\cdot rot\,\vec{v}_E+\right.$$

$$\left.+\frac{1}{2i}\left(\frac{e\Gamma}{2m_0c^2}\vec{e}_-\vec{e}_+:\vec{v}_E\vec{E}_0-\vec{e}_+\cdot D\vec{e}_-\right)\right\};$$

$$c_1=-\frac{1}{2}\left\{\frac{1}{i\pi_\perp}\vec{e}_-\cdot\left(e\vec{E}_0+\pi_\parallel D\vec{e}_1-m_0\Gamma D\vec{v}_E\right)+\right.$$

$$\left.+\frac{eB_0}{c\pi_\perp}\vec{e}_-\cdot\vec{v}_E+\frac{\pi_\perp}{im_0\Gamma}\vec{e}_+\vec{e}_-:\nabla\vec{e}_-\right\};$$

$$c_2=-\frac{1}{4i}\left\{\frac{\pi_\parallel}{m_0\Gamma}\vec{e}_-\vec{e}_-:\nabla\vec{e}_1-\vec{e}_-\vec{e}_-:\nabla\vec{v}_E\right\};$$

$$c_3=-\frac{e}{m_0\Gamma c}\vec{e}_1\cdot\vec{\beta};$$

$$c_4=-\frac{e}{2\pi_\perp}\vec{e}_-\cdot\left\{\frac{1}{i}\left(\vec{\varepsilon}-\frac{1}{c}\left[\vec{\beta},\vec{v}_E\right]\right)-\frac{\pi_\parallel}{m_0\Gamma c}\vec{\beta}\right\};$$

$$c_5=\frac{e}{2\pi_\perp}\vec{e}_+\cdot\left\{\frac{1}{i}\left(\vec{\varepsilon}+\frac{1}{c}\left[\vec{\beta},\vec{v}_E\right]\right)+\frac{\pi_\parallel}{m_0\Gamma c}\vec{\beta}\right\};$$

$$d_1=\vec{k}\cdot\left\{\frac{\pi_\perp\vec{e}_-}{2m_0\Gamma}+\frac{\pi_\parallel\pi_\perp}{2m_0^2c^2}\vec{e}_1\vec{e}_-\cdot\vec{v}_E\right\};$$

$$d_2=\frac{\pi_\perp^2}{4m_0^2c^2}\vec{e}_-\vec{e}_-:\vec{k}\,\vec{v}_E;$$

$$A_1=-\frac{ei\pi_\parallel\pi_\perp B_0}{2m_0^2c^3}\vec{e}_-\cdot\vec{v}_Ee^{i\theta_c}-\frac{e}{2m_0c^2}\vec{v}_E\cdot\left\{\pi_\parallel\Gamma\left(2+\frac{\pi_\perp^2}{m_0^2c^2\Gamma^2}\right)\times\right.$$

$$\left.\times\left(\vec{\varepsilon}+\frac{\pi_\parallel}{m_0\Gamma c}\left[\vec{e}_1,\vec{\beta}\right]\right)-\left[\vec{e}_1,\vec{\beta}\right]\frac{\pi_\perp^2}{m_0c}\left(1+\frac{\pi_\parallel^2}{m_0^2c^2\Gamma^2}\right)\right\}e^{i\theta}+$$

$$+\frac{e\pi_\perp}{2m_0c^2}\vec{e}_-\cdot\vec{v}_E\left\{\frac{i\pi_\parallel}{m_0c}\vec{e}_1\cdot\vec{\beta}-\Gamma\left(1+\frac{\pi_\parallel^2}{m_0^2c^2\Gamma^2}\right)\vec{e}_1\cdot\vec{\varepsilon}\right\}e^{i(\theta+\theta_c)}-$$

$$-\frac{e\pi_\perp}{2m_0c^2}\vec{e}_+\cdot\vec{v}_E\left\{\frac{i\pi_\parallel}{m_0c}\vec{e}_1\cdot\vec{\beta}+\Gamma\left(1+\frac{\pi_\parallel^2}{m_0^2c^2\Gamma^2}\right)\vec{e}_1\cdot\vec{\varepsilon}\right\}e^{i(\theta-\theta_c)}-$$

$$-\frac{e\pi_\perp^2}{4m_0^2c^3\Gamma}\vec{e}_-\cdot\vec{\nu}_E\left\{\frac{\pi_\parallel}{m_0c}\left(\vec{e}_-\cdot\vec{\varepsilon}-\frac{i\pi_\parallel}{m_0\Gamma c}\vec{e}_-\cdot\vec{\beta}\right)+i\Gamma\right\}\times$$

$$\times\left\{1+\frac{\pi_\parallel^2}{m_0^2c^2\Gamma^2}\right\}\vec{e}_-\cdot\vec{\beta}\Big\}e^{i(\theta+2\theta_c)}-\frac{e\pi_\perp^2}{4m_0^2c^3\Gamma}\vec{e}_+\cdot\vec{\nu}_E\times$$

$$\times\left\{\frac{\pi_\parallel}{m_0c}\left(\vec{e}_+\cdot\vec{\varepsilon}+\frac{i\pi_\parallel}{m_0\Gamma c}\vec{e}_+\cdot\vec{\beta}\right)-i\Gamma\left(1+\frac{\pi_\parallel^2}{m_0^2c^2\Gamma^2}\right)\vec{e}_+\cdot\vec{\beta}\right\}e^{i(\theta-2\theta_c)};$$

$$A_2=\frac{ei\pi_\perp B_0}{2m_0^2c^3}\vec{e}_-\cdot\vec{\nu}_E e^{i\theta_c}-\frac{e}{2m_0c^2}\vec{\nu}_E\cdot\left\{\Gamma\left(3+\frac{m_0^2c^2+\pi_\perp^2}{m_0^2c^2\Gamma^2}\right)\times\right.$$

$$\times\left(\vec{\varepsilon}+\frac{\pi_\parallel}{m_0\Gamma c}\left[\vec{e}_1,\vec{\beta}\right]\right)-\left[\vec{e}_1,\vec{\beta}\right]\frac{\pi_\parallel\left(m_0^2c^2+\pi_\perp^2\right)}{m_0^3c^3\Gamma^2}\Big\}e^{i\theta}+$$

$$+\frac{e\pi_\parallel}{2m_0^2c^3}\vec{e}_-\cdot\vec{\nu}_E\left\{i\pi_\perp\vec{e}_1\cdot\vec{\beta}-\frac{m_0^2c^2+\pi_\perp^2}{m_0c\Gamma}\vec{e}_1\cdot\vec{\varepsilon}\right\}e^{i(\theta+\theta_c)}-$$

$$-\frac{e\pi_\parallel}{2m_0^2c^3}\vec{e}_+\cdot\vec{\nu}_E\left\{i\pi_\perp\vec{e}_1\cdot\vec{\beta}-\frac{m_0^2c^2+\pi_\perp^2}{m_0c\Gamma}\vec{e}_1\cdot\vec{\varepsilon}\right\}e^{i(\theta-\theta_c)}+$$

$$+\frac{e\pi_\perp}{4m_0c^3}\vec{e}_-\cdot\vec{\nu}_E\left\{\Gamma\left(\frac{m_0^2c^2+\pi_\perp^2}{m_0^2c^2\Gamma^2}-1\right)\left(\vec{e}_-\cdot\vec{\varepsilon}-\frac{i\pi_\parallel}{m_0\Gamma c}\vec{e}_-\cdot\vec{\beta}\right)-\right.$$

$$-\frac{i\pi_\parallel\left(m_0^2c^2+\pi_\perp^2\right)}{m_0^3c^3\Gamma^2}\vec{e}_-\cdot\vec{\beta}\Big\}e^{i(\theta+2\theta_c)}+\frac{e\pi_\perp^2}{4m_0c^2}\vec{e}_+\cdot\vec{\nu}_E\times$$

$$\times\left\{\left(\Gamma\frac{m_0^2c^2+\pi_\perp^2}{m_0^2c^2\Gamma^2}-1\right)\left(\vec{e}_+\cdot\vec{\varepsilon}+\frac{i\pi_\parallel}{m_0\Gamma c}\vec{e}_+\cdot\vec{\beta}\right)+\right.$$

$$+\frac{i\pi_\parallel\left(m_0^2c^2+\pi_\perp^2\right)}{m_0^3c^3\Gamma^2}\vec{e}_+\cdot\vec{\beta}\Big\}e^{i(\theta-2\theta_c)};$$

$$A_3=\frac{eB_0}{2m_0^2c^3}\vec{e}_-\cdot\vec{\nu}_E e^{i\theta_c}+\frac{e\Gamma}{4im_0c^2\pi_\perp}\vec{e}_-\vec{e}_-:\vec{\nu}_E\vec{E}_0 e^{2i\theta_c}+$$

$$+\frac{e}{2m_0c^2\Gamma}\vec{\nu}_E\cdot\left\{\frac{\pi_\perp-\Gamma^2}{\pi_\perp}\left(\frac{\pi_\parallel}{m_0c\Gamma}\vec{\beta}-\left[\vec{e}_1,\vec{\varepsilon}\right]\right)-\frac{\pi_\parallel}{m_0c\Gamma}\vec{\beta}\right\}e^{i\theta}+$$

$$+\frac{e}{2m_0c^2}\vec{e}_-\cdot\vec{\nu}_E\left\{\frac{\pi_\perp}{m_0c\Gamma}\vec{e}_1\cdot\vec{\beta}+\frac{\pi_\parallel}{i\Gamma\pi_\perp}\vec{e}_1\cdot\vec{\varepsilon}\right\}e^{i(\theta+\theta_c)}+$$

$$+\frac{e}{2m_0c^2}\vec{e}_+\cdot\vec{\nu}_E\left\{\frac{\pi_\perp}{m_0c}\vec{e}_1\cdot\vec{\beta}-\frac{\pi_\parallel}{i\Gamma\pi_\perp}\vec{e}_1\cdot\vec{\varepsilon}\right\}e^{i(\theta-\theta_c)}+$$

$$+\frac{e}{4m_0c^2\Gamma}\vec{e}_-\cdot\vec{\nu}_E\left\{\frac{\Gamma^2+\pi_\perp}{i\pi_\perp}\left(\vec{e}_-\cdot\vec{\varepsilon}-\frac{i\pi_\parallel}{m_0\Gamma c}\vec{e}_-\cdot\vec{\beta}\right)+\right.$$

$$+\frac{\pi_\parallel}{m_0c\Gamma}\vec{e}_-\cdot\vec{\beta}\Big\}e^{i(\theta+2\theta_c)}-\frac{e}{4m_0c^2\Gamma}\vec{e}_+\cdot\vec{\nu}_E\times$$

$$\times\left\{\frac{\Gamma^2+\pi_\perp}{i\pi_\perp}\left(\vec{e}_+\cdot\vec{\varepsilon}+\frac{i\pi_\parallel}{m_0\Gamma c}\vec{e}_+\cdot\vec{\beta}\right)-\frac{\pi_\parallel}{m_0c\Gamma}\vec{e}_+\cdot\vec{\beta}\right\}e^{i(\theta-2\theta_c)}$$

Работа выполнена по программе "Университеты России — фундаментальные исследования".

Литература

1. *Морозов А. И., Соловьев Л. С.*//Движение заряженных частиц в электромагнитных полях/ Под ред. М. А. Леонтовича. — М.: Госатомиздат, 1963. Т. 2. С. 177.

2. *Милантьев В. П.* Дрейфовая теория движения заряженных частиц в электромагнитных полях. 1987. Изд. УДН.

3. *Карнилович С. П., Милантьев В. П.*//ЖЭТФ. 1989. Т. 95. № 2. С. 537.

4. *Милантьев В. П.*//ЖТФ. 1994. Т. 64. № 6. С. 166.

5. *Милантьев В. П.*// УФН. 1997. Т. 167. № 1. С. 3.

Relativistic drift theory of motion of the charged particles in the case of strong electric field

V. P. Milantiev, T. B. Permyakova
Peoples' Friendship University of Russia, Moscow, Russia

Relativistic generalization of the drift theory of motion of the charged particles in the quasistationary and HF fields in the case of the strong quasistationary electric field is considered.