

УДК 537.528

## Влияние поверхностного электрического заряда на динамику парового пузыря в жидком диэлектрике

А. В. Коновалов, О. А. Синкевич

Московский энергетический институт (Технический университет), Москва, Россия

*Исследовано совместное влияние электрического поля, поверхностного электрического заряда и джоулева тепловыделения на динамику парового пузыря в жидком диэлектрике. Предложена модель явления, когда электроны, появившиеся в результате эмиссии из катода, размножаются в паровом пузыре за счет механизма Таундсенда. Численно изучено влияние поверхностного заряда на динамику сферически симметричного пузырька, находящегося возле сферического катода. Показано, что в отсутствие поверхностного заряда электрическое поле приводит к сжатию пузырька, а в случае, когда поверхностный электрический заряд превышает некоторое критическое значение, пузырек может расти. Приведен критерий, определяющий границу смены режимов динамики пузырька.*

Развитие пузырей в диэлектрической жидкости в сильных электрических полях представляет интерес для различных разделов технической физики, и в первую очередь для электрического пробоя жидких диэлектриков, являющихся изолятором в высоковольтных аппаратах и трансформаторах [1—3]. Экспериментальные и теоретические исследования импульсного электрического пробоя жидкости сопряжены со сложностью объекта изучения, а именно, с нестационарностью процессов пробоя, быстротечным характером их протекания, непредсказуемостью места и времени пробоя, наличием мощных электромагнитных наводок широкого спектрального диапазона, экранировкой изучаемого объекта слоем жидкости. До сих пор обобщение экспериментальных данных осуществлялось в основном в виде эмпирических зависимостей для частных случаев [1—4]. Существуют оценки влияния длительности импульса, внешнего давления, площади электродов, "эффекта полярности электродов" на величину напряжения электрического пробоя, пригодные для конкретных исследованных диапазонов изменения условий эксперимента. Часто зависимости, полученные в разных работах, противоречат друг другу. Это обусловлено не столько сложностью контроля условий проведения экспериментов, сколько неопределенностью факторов, влияющих на пробой, в особенности на стадию подготовки электродной системы и жидкости.

В динамике "предпробойного" пузырька, образующегося возле электрода в диэлектрической жидкости при наличии электрического поля, можно выделить три стадии:

образование пузырька вблизи поверхности электрода;

развитие сферически симметричного пузырька под действием внешнего электрического поля;

потеря сферичности вследствие неустойчивости и формирование стримеров.

В данной работе изучается вторая стадия пробоя, не рассматривающая механизм формирования пузырька и ограниченная началом развития неустойчивости его формы к бесконечно малым возмущениям.

На данный момент существует несколько математических моделей, описывающих динамику пузырька при аналогичных условиях [1—7]. В этих и других работах считается, что поверхность пузырька является эквипотенциальной и соответствует потенциалу катода. При такой постановке задачи действие электрического давления всегда направлено на растяжение пузырька, хотя известно [1, 2], что электрическое давление в отсутствие поверхностного заряда направлено в сторону диэлектрика с меньшей диэлектрической проницаемостью, т. е. должно приводить к сжатию пузырька. Поэтому нами разработана модель явления, в которой потенциал поверхности пузырька отличается от потенциала катода и учитываются процессы ионизации внутри пузырька, образование электрического заряда на его поверхности, выделение джоулева тепла при протекании тока проводимости внутри пузырька.

### Постановка задачи

Установлено, что в большинстве случаев пробой жидких диэлектриков происходит посредством образования полостей, в частности пузырьков, заполненных газом. Существует много механизмов, приводящих к образованию газового (парового) пузырька на поверхности электрода [2]. Здесь изучается поведение сферически симметричного пузырька, эволюционирующего в бесконечно большом объеме жидкости, когда "предразрядный" пузырек образуется на микровыступе катода (рис. 1) и заполнен паром исходной жидкости. При этом разность потенциалов между катодом и анодом, находящимся на бес-

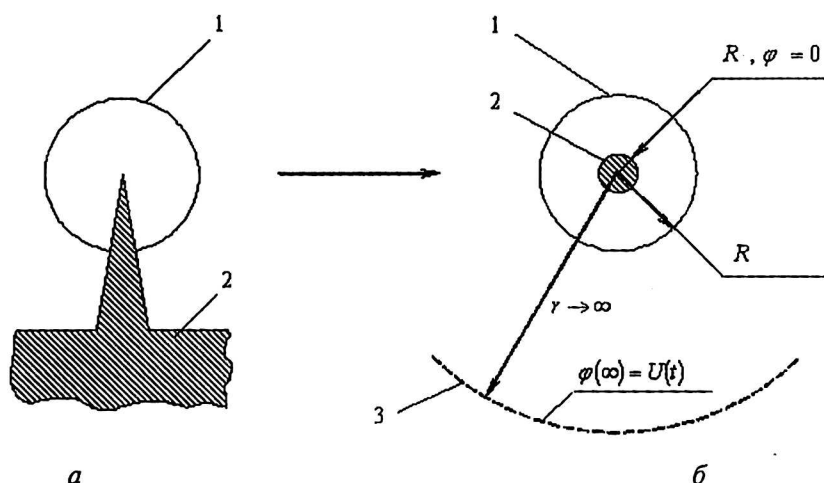


Рис. 1. Качественная (а) и расчетная (б) схемы расположения пузырька на электроде: 1 — пузырек; 2 — катод; 3 — анод

конечности, поддерживается за счет внешнего источника. Электрический ток в пузырьке возникает в момент его образования за счет автоэлектронной (холодной) эмиссии электронов внутрь пузыря, если приложено внешнее напряжение или при существующем пузырьке в момент подачи напряжения. Эмиссия электронов с поверхности приводит к возникновению электронной лавины по механизму Таундсенда [8]. Поскольку подвижность электрических зарядов в жидкости мала, то большинство электронов, достигающих поверхности пузырька (в данной модели все эмитированные электроны), остаются на его границе, образуя поверхностный заряд. При этом учитывается, что при ионизации электронным ударом атома рождается пара электрон и ион, поэтому избыточный электрический заряд возникает только за счет эмитированных электронов. Протекающий в паровом пузыре электрический ток приводит к выделению джоулева тепла, которое расходуется на нагрев пара, испарение жидкости и нагрев ее путем теплопроводности.

Для описания динамики парового пузырька используем обобщенное уравнение Релея, которое выводится в работах [1, 2], и в присутствии внешнего электрического поля и поверхностного заряда принимает вид

$$\frac{d^2 R_v}{dt^2} + \frac{3}{2} \frac{1}{R_v} \left( \frac{dR_v}{dt} \right)^2 + 4\nu \frac{1}{R_v^2} \frac{dR_v}{dt} + \frac{2\sigma_{sur}}{\rho_l R_v^2} = \frac{P_v + \Delta P_e - P_\infty}{\rho_l R_v}, \quad (1)$$

где  $R_v$  — радиус пузырька\*;  
 $t$  — время;  
 $\nu$  — вязкость жидкости;

\* Здесь и далее подстрочный индекс "v" относится к паровой фазе (vapour), а "l" — к жидкой фазе (liquid).

$\sigma_{sur}$  — коэффициент поверхностного натяжения жидкости;

$\rho_l$  — плотность жидкости;

$P_v$  — термодинамическое давление пара внутри пузырька;

$P_\infty$  — давление в жидкости на бесконечности;

$\Delta P_e$  — суммарная сила электрического давления, обусловленная скачкообразным изменением вектора напряженности электрического поля  $E$  на границе раздела фаз и наличием поверхностного заряда на границе раздела фаз, поэтому ее можно представить в виде  $\Delta P_e = \Delta P_{\Delta E} + \Delta P_q$ ;

$\Delta P_{\Delta E}$  — сила электрического давления, обусловленная скачкообразным изменением вектора напряженности электрического поля  $E$  на границе раздела фаз;

$\Delta P_q$  — сила электрического давления, обусловленная наличием поверхностного заряда на границе раздела фаз.

Величины  $P_v$ ,  $\Delta P_{\Delta E}$  и  $\Delta P_q$  находятся из следующих выражений, соответственно:

$$P_v = P_0 \exp \left[ \frac{h_{LG} \mu}{R} \left( \frac{1}{T_0} - \frac{1}{T} \right) \right]; \quad (2)$$

$$\Delta P_{\Delta E} = \frac{\epsilon_l \epsilon_0 E_l^2(R_v)}{2} - \frac{\epsilon_v \epsilon_0 E_v^2(R_v)}{2}; \quad (3)$$

$$\Delta P_q = \frac{q_e E_l(R_v)}{4\pi R_v^2}; \quad (4)$$

где  $T$  — температура внутри пузырька;  
 $(P_0; T_0)$  — любая точка на кривой насыщения, параметры которой известны;  
 $h_{LG}$  — удельная теплота парообразования в точке  $(P_0; T_0)$ ;  
 $R$  — универсальная газовая постоянная;  
 $\mu$  — молярная масса вещества;  
 $E_l$  и  $E_v$  — напряженности электрического поля снаружи (в жидкости) и внутри (в паре) пузырька, соответственно;

$\epsilon_0$  — электрическая постоянная;  
 $\epsilon_l$  и  $\epsilon_v$  — относительные диэлектрические проницаемости жидкости и пара, соответственно;

$q_e$  — поверхностный электрический заряд.

В отличие от классической задачи о динамике парового пузыря в жидкости в данном случае необходимо находить распределение электрического поля в газе и жидкости и учитывать изменение температуры с учетом джоулева тепловыделения.

Распределения электрического потенциала (электрического поля  $E = \partial\phi/\partial r$ ) в жидкости и газе находятся из решения уравнения Лапласа и имеют вид:

$$\text{для жидкости: } \phi_l(r) = c_1 + \frac{c_2}{r}; \quad (5)$$

$$\text{для пара: } \phi_v(r) = c_3 + \frac{c_4}{r}. \quad (6)$$

Константы интегрирования  $c_i$  определяются из граничных условий

$$\epsilon_l E_l(R_v) - \epsilon_v E_v(R_v) = \frac{q_e(t)}{4\pi\epsilon_0 R_v^2};$$

$$\phi_v(R_v) = \phi_l(R_v).$$

Считается, что сферический катод радиуса  $R_k$  находится при нулевом потенциале  $\phi_v(R_k) = 0$ .

$\phi_l(\infty) - \phi_v(R_k) = U(t)$ , где  $U(t)$  — приложенное напряжение.

В этом случае константы  $C_j$ ,  $j = 1, 2, 3, 4$  могут быть записаны в виде:

$$c_1 = U; \quad (7)$$

$$c_2 = -\frac{U\epsilon_v R_v - \frac{q_e}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{R_v}{R_k} - 1\right)}{\epsilon_l \left(\frac{R_v}{R_k} - 1\right) + \epsilon_v}; \quad (8)$$

$$c_3 = \frac{1}{R_k} \frac{U\epsilon_l R_v + \frac{q_e}{4\pi\epsilon_0}}{\epsilon_l \left(\frac{R_v}{R_k} - 1\right) + \epsilon_v}; \quad (9)$$

$$c_4 = -\frac{U\epsilon_l R_v + \frac{q_e}{4\pi\epsilon_0}}{\epsilon_l \left(\frac{R_v}{R_k} - 1\right) + \epsilon_v}. \quad (10)$$

Для определения величины поверхностного заряда воспользуемся уравнением, описывающим размножение электронов в паровой полости

$$\frac{dq_e}{dt} = -I_k(t), \quad (11)$$

где  $I_k$  — ток холодной эмиссии с катода, определяемый через плотность тока катода:

$$I_k = 4\pi R_k^2 i_k. \quad (12)$$

Плотность тока холодной эмиссии можно найти по следующей формуле [9]:

$$i_k = \frac{e^3}{16\hbar\pi^3} \left(\frac{E_k^2}{W}\right) \exp\left[-\frac{\sqrt{8m_e} W^{3/2}}{e\hbar E_k}\right], \quad (13)$$

где  $W$  — работа выхода электрона из материала катода;

$E_k \equiv E_v(R_k)$  — напряженность поля у поверхности катода;

$e$  и  $m_e$  — заряд и масса электрона, соответственно.

Для определения температуры внутри пузыря воспользуемся уравнением энергии, которое после ряда преобразований принимает вид (см. [5] с учетом выражения (2)):

$$\frac{dT}{dt} = 3 \frac{T^2}{R_v} \cdot \frac{1}{1 - \left(\frac{R_k}{R_v}\right)^3} \times \frac{-\left(c_v \frac{\mu}{R} + 1 + \frac{\mu h_{LG}}{RT}\right) \frac{dR_v}{dt} + \frac{Q_e - Q_\lambda}{4\pi R_v^2 P_0 \exp\left(\frac{\mu h_{LG}}{RT_0}\right) \exp\left(\frac{\mu h_{LG}}{RT}\right)}{\left(\frac{\mu h_{LG}}{R}\right) \left(c_v \frac{\mu}{R} - 1 + \frac{\mu h_{LG}}{RT}\right)}, \quad (14)$$

где  $c_v$  — удельная изохорная теплоемкость.

Джоулево тепловыделение внутри пузырька  $Q_e$  рассчитаем по формуле

$$Q_e = I \Delta\phi, \quad (15)$$

где  $\Delta\phi = \phi_v(R_v) - \phi_v(R_k) \equiv \phi_v(R_v)$  — разность потенциалов между поверхностью сферы и катодом.

Сила тока  $I$ , зависящая от тока холодной эмиссии и коэффициента размножения вторичной лавины по механизму Таундсенда, находится из соотношения

$$I = I_k \exp\left[\int_{R_k}^{R_v} \alpha(r) dr\right], \quad (16)$$

где  $\alpha(E(r))$  — коэффициент размножения Таундсенда, который в диапазоне  $\frac{E_v}{P_v} = (150 - 10^3) \frac{B}{\text{см} \cdot \text{Торр}}$  можно подсчитать по формуле

$$\frac{\alpha(r)}{P_v} = A \exp\left(-\frac{BP_v}{E_v(r)}\right); \quad (17)$$

$A$  и  $B$  — константы для данного вещества взяты из работы [8].

Для определения мощности  $Q_\lambda$ , отводимой от поверхности пузырька в жидкость путем теплопроводности, в рамках данной модели воспользуемся стационарным приближением, согласно которому

$$Q_\lambda = 4\pi\lambda_l(T - T_\infty)R_\nu, \quad (18)$$

где  $\lambda_l$  — теплопроводность жидкости.

Хотя данное приближение не является точным (в общем случае надо было бы решать нестационарное уравнение теплопроводности в жидкости), оно позволяет учитывать передачу теплоты из пузыря в жидкость за счет теплопроводности и существенно упрощает систему уравнений.

### Численное моделирование динамики парового пузырька

Численное моделирование поставленной задачи выполнено на основе системы уравнений (1)–(6), (7)–(18) для воды, свойства которой при температуре  $T = 100^\circ\text{C}$  взяты из [8]. В качестве начальных условий выбраны: начальная температура пара и жидкости  $T_1 = T_\infty = 300\text{ K}$ ; радиус катода  $R_k = 1\text{ мкм}$  (работа выхода электрона с поверхности катода из меди  $W = 4,4\text{ эВ}$ ); начальный радиус пузырька  $R_0 = 1,1\text{ мкм}$ ; начальная скорость пузырька равна нулю. Если специально не указано, то начальный поверхностный заряд отсутствует  $q_e(t = 0) = 0\text{ Кл}$ . Представленные расчеты динамики пузырька справедливы до тех пор, пока сферически симметричный пузырек не потеряет устойчивость.

### Динамика парового пузырька при различных режимах эмиссии

В ходе численного моделирования было установлено, что на динамику парового пузырька в электрическом поле существенным образом влияют перенос зарядов и перераспределение электрического поля. В этой связи наиболее интересным является рассмотрение динамики пузырька при различной величине эмитированного заряда — завышенном, нормальном и заниженном.

Моделирование режимов достигается изменением работы выхода электрона с поверхности катода  $W_{eff}$ :  $W_{eff} = 0,1\text{ W} = 0,44\text{ эВ}$  — "завышенный" режим эмиссии;  $W_{eff} = W = 4,4\text{ эВ}$  — "нормальный" режим эмиссии;  $W_{eff} = 10\text{ W} = 44\text{ эВ}$  — "заниженный" режим эмиссии.

Выбор величин  $W_{eff}$  приводит к изменению тока эмиссии с катода на несколько порядков, так, в третьем режиме можно считать, что ток вообще отсутствует. Изменение работы выхода может быть связано с наличием на поверхности катода окисных пленок.

На рис. 2 представлена динамика пузырька при разных значениях работы выхода  $W_{eff}$ . Видно, что при "нормальном" режиме эмиссии заряды на начальном участке уменьшают свои размеры, но при накоплении определенного поверхностного заряда пузырек начинает расти. Если же эмиссия мала ("заниженный" режим эмиссии), пузырек в конечном итоге схлопывается; при "завышенном" режиме эмиссии заряда пузырек все время растёт.

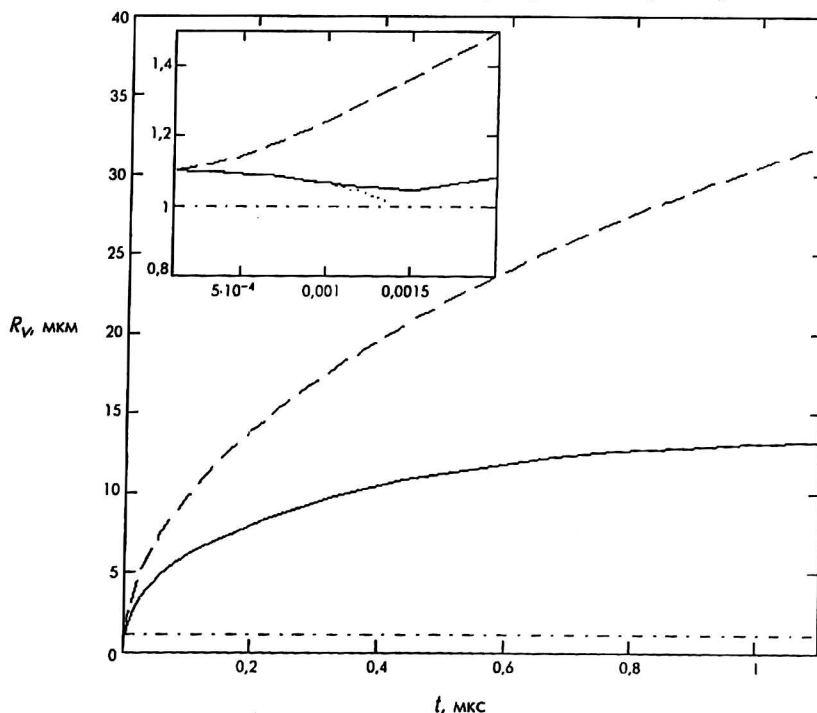


Рис. 2. Зависимость радиуса пузырька  $R_\nu$  от времени  $t$  при постоянном приложенном напряжении  $U = 500\text{ В}$  и различных значениях эффективной работы выхода с поверхности катода  $W_{eff}$ :

- $W_{eff} = W = 4,4\text{ эВ}$  — "нормальный" режим эмиссии;
- ..... —  $W_{eff} = 0,1\text{ W} = 0,44\text{ эВ}$  — "завышенный" режим эмиссии;
- —  $W_{eff} = 10\text{ W} = 44\text{ эВ}$  — "заниженный" режим эмиссии;
- - - - - радиус катода.

На выноске представлена область начала динамики в увеличенном масштабе

### Влияние характера изменения приложенного напряжения на динамику парового пузыря

Изменение величины приложенного напряжения между катодом и анодом, в отличие от влияния величины работы выхода, не приводит к достаточно простому качественному изменению динамики пузыря. Это связано с тем, что приложенное напряжение оказывает влияние не только на величину эмитированного тока с катода, но и на величину электрического давления.

На рис. 3 представлена динамика парового пузыря при различных приложенных напряжениях. Как видно из представленных графиков, наблюдается ряд общих закономерностей:

на начальных участках всех трех графиков наблюдается уменьшение размеров пузырька. При этом скорость уменьшения первоначального радиуса пузыря монотонно зависит от приложенного напряжения: чем выше приложенное напряжение, тем быстрее уменьшаются размеры;

при достижении определенного (критического значения) поверхностного заряда динамика пузыря изменяет свое направление, и пузырек начинает расти. При приложенном напряжении  $U_0 = 100$  В поверхностный заряд пузыря не достигает своего критического значения, поэтому наблюдается схлопывание пузырька.

В ходе численного моделирования рассматривались различные варианты изменения приложенного напряжения (синусоидальный закон изменения напряжения, законы, имитирующие различные режимы работы высоковольтных приборов, и т. д.). Результаты этих расчетов (в данной работе не представлены) содержат лишь количественные особенности динамики пузыря и подтверждают сделанные выше выводы.

### Влияние поверхностного электрического заряда на динамику парового пузыря

Как отмечалось ранее, на динамику парового пузыря существенным образом влияет поверхностный заряд. Поэтому важно установить величину критического поверхностного заряда  $q_{cr}$ , превышение которого может существенным образом изменить динамику парового пузыря. Величину критического поверхностного заряда можно определить из численного решения нелинейного уравнения, соответствующего условию, когда поверхностное силовое воздействие уравновешивает силы, действующие на пузырек извне.

$$\Delta P_e(R_v; U; q_{cr}) = \Delta P,$$

где  $\Delta P$  — учитывает влияние всех силовых факторов, не связанных с электрическим полем и поверхностным зарядом.

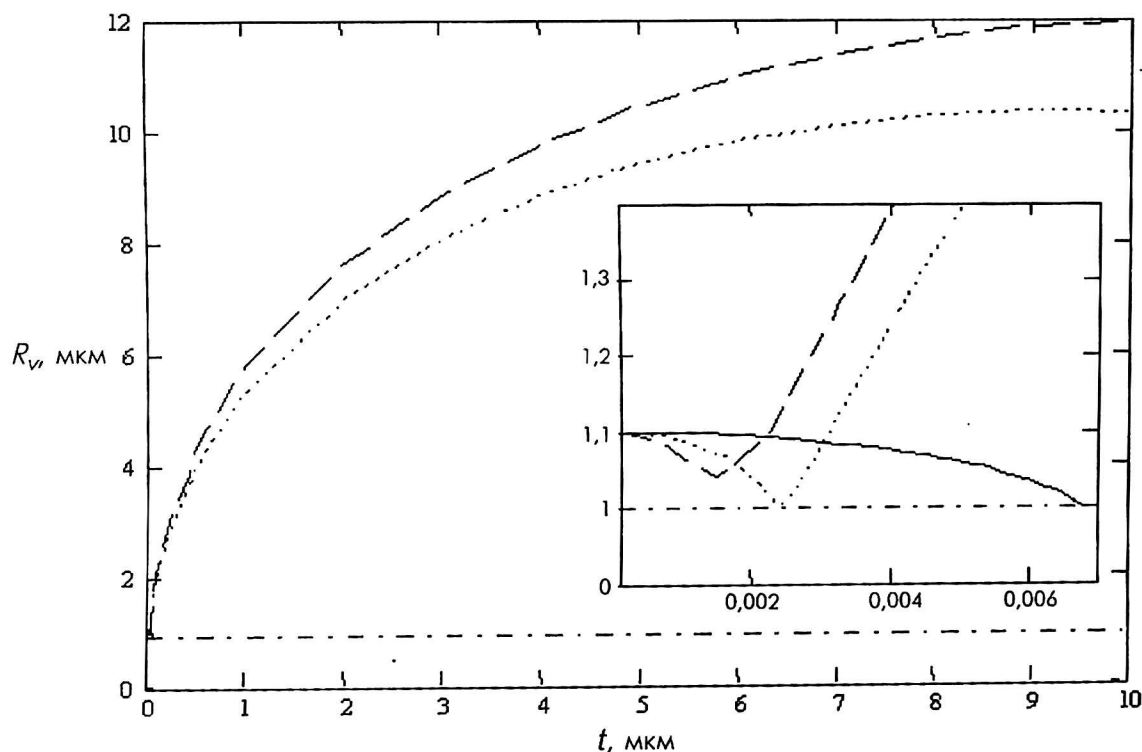


Рис. 3. Зависимость радиуса пузырька  $R_v$  от времени  $t$  при различных значениях постоянного приложенного напряжения:

- $U_0 = 100$  В;
- .....  $U_0 = 300$  В;
- - -  $U_0 = 500$  В;
- · - · - радиус катода.

На выноске представлена область начала динамики в увеличенном масштабе

На рис. 4 представлена зависимость критического поверхностного заряда  $q_{cr}$  от приложенного напряжения и силового фактора  $\Delta P$ , рассчитанная с учетом выражений (3), (4), (8) и (10).

На рис. 5 представлена динамика парового пузыря для трех характерных значений поверхностного заряда в начальный момент времени:

- $q_e(t=0) = q_{cr}$  — в начальный момент времени совместное действие поверхностного заряда и электрического поля уравнивают внешнее силовое воздействие;
- $q_e(t=0) > q_{cr}$  — поверхностный заряд превышает критический заряд;
- $q_e(t=0) < q_{cr}$  — поверхностный заряд меньше критического заряда.

Отметим, что на графиках, представленных на рис. 5, приложенное напряжение между катодом и анодом составляет всего 20 В, но, тем не менее, представленные зависимости наглядно демонстрируют влияние рассматриваемого эффекта: при  $q_e(t=0) = q_{cr}$  наблюдается стационарный пузырек, при  $q_e(t=0) > q_{cr}$  пузырек растет, при  $q_e(t=0) < q_{cr}$  — он коллапсирует. С ростом внешнего напряжения может происходить рост поверхностного заряда за счет эмиссии электро-

нов с поверхности катода — это может привести к "нарушению" зависимостей (1) и (3).

### Заключение

Представлена модель, описывающая динамику парового пузыря в жидком диэлектрике под воздействием электрических полей и учитывающая влияние как внешнего электрического поля, так и поверхностного заряда.

Проведено численное моделирование и показано, что:

- в отсутствие поверхностного заряда действие электрического поля всегда приводит к сжатию пузырька;
- при увеличении поверхностного заряда сжимающее действие электрического давления уменьшается и при достижении определенного значения заряда перестает сжимать пузырек. При дальнейшем увеличении заряда электрическая сила начинает растягивать пузырек;
- приводится критерий, связанный с поверхностным электрическим зарядом, определяющий смену режимов динамики пузыря.

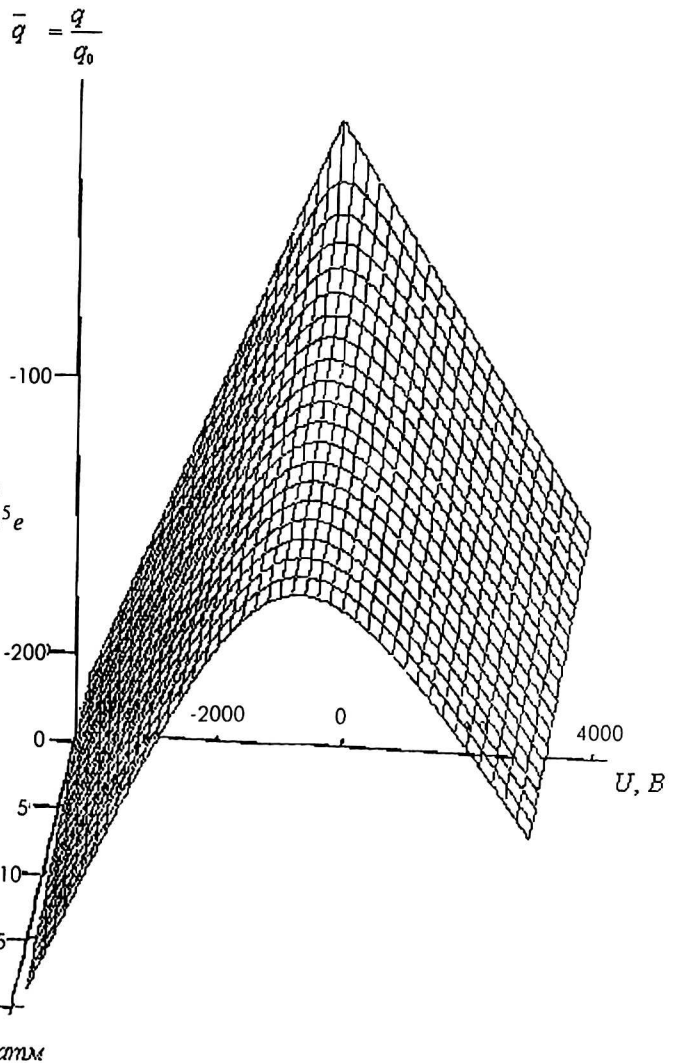


Рис. 4. Зависимость безразмерного критического поверхностного заряда  $q_{cr}$ , при котором пузырек будет находиться в равновесии, от величины приложенного напряжения  $U$  и давления  $\Delta P$ ,  $q_0 = 2,448 \cdot 10^{-14}$  Кл,  $\epsilon = 1,528 \cdot 10^5$

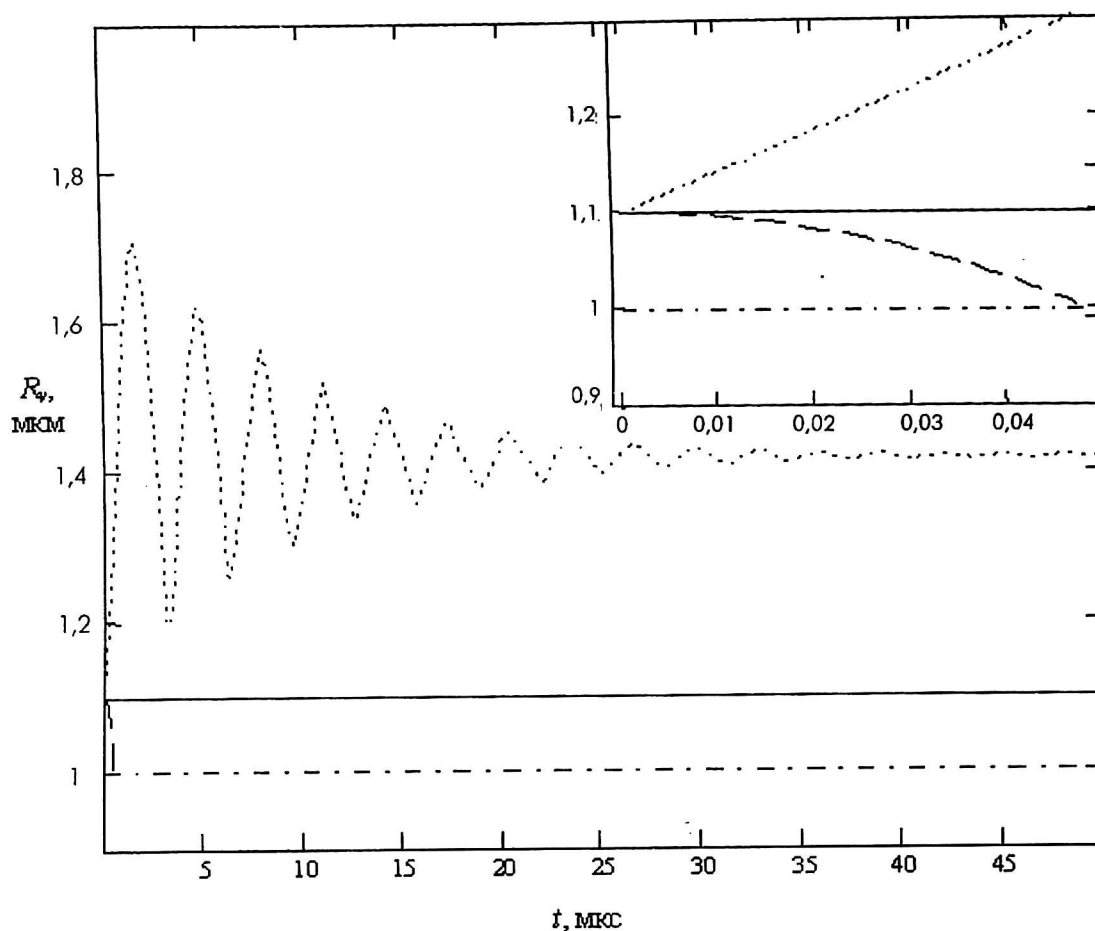


Рис. 5. Зависимость радиуса пузырька  $R_b$  от времени  $t$  при постоянном приложенном напряжении и различных значениях поверхностного заряда в начальный момент времени:

- —  $|q| = |q_{cr}|$ ;  
 ..... —  $|q| > |q_{cr}|$ ;  
 - - - - - —  $|q| < |q_{cr}|$ .  
 - · - · - — радиус катода.

На выноске представлена область начала динамики в увеличенном масштабе

## Л и т е р а т у р а

1. Electrohydrodynamics. Castellanos Ed. A., Springer Wien New York. 1998. P. 363.
2. Sinkevich O. A., Smirnov P. V. A Heterogeneous Mechanism of the Electrical Breakdown of Liquid Dielectrics // J. Moscow Phys. Soc. 1996. V. 6. P. 101–111.
3. Кучинский Г. С., Кизелветтер В. Е., Пинталь Ю. С. Изоляция установок высокого напряжения: Учеб. для вузов. — М.: Энергоатомиздат, 1985. — 368 с.
4. Коробейников С. М. Пузырьковая модель зажигания импульсного электрического разряда в жидкости: Автореф.

на соискание ученой степени д-ра физ.-мат. наук. — Томск: НГТУ, 1998. С. 42.

5. Пылаева И. П., Синкевич О. А., Смирнов П. В. // ТВТ. 1991. Т. 30. № 2. С. 367.
6. Глазков В. В., Синкевич О. А., Смирнов П. В. // Там же. Т. 29. № 6. С. 1095.
7. Ландау Л. Д., Лившиц Е. М. Электродинамика сплошных сред. — М.: Наука, 1982. — 620 с.
8. Райзер Ю. П. Физика газового разряда. — М.: Наука, 1992. — 536 с.
9. Синкевич О. А., Стаханов И. П. Физика плазмы. — М.: Высш. шк., 1991. С. 191.

## Influence of the surface electrical charge on the evolution of a steam bubble in liquid dielectric

A. V. Konovalov, O. A. Sinkevich

Moscow Power Engineering Institute (Technical University), Moscow, Russia

*The joint influence of an electrical field, a surface electrical charge and Joule's heating on dynamics of a steam bubble in liquid dielectrics is investigated. The model includes redistribution of electrical potential in a liquid and in a steam, the electron emission from the*

*cathode and generation of new electrons in a steam bubble by the Townsend mechanism. Influence of the surface electrical charge on dynamics of spherical steam bubble near the spherical cathode is numerically studied. It was shown that in absence of surface electric charges the electrical field results in compression of a steam bubble. In that case, when the surface electrical charge exceeds some critical meaning, the steam bubbles can grow. The criterion determining border of change of bubble dynamics have carried out.*