

УДК 621.362.1

Оптимизация ветви термоэлемента в режимах максимального перепада температуры и максимальной холодопроизводительности

О. И. Марков

Орловский государственный университет, г. Орел, Россия

Впервые решена нелинейная граничная задача для расчета температурного поля стационарных режимов ветви термоэлемента. В приближении невырожденных носителей найдена оптимальная концентрация носителей тока для однородной ветви, а также установлен интервал выбора перепада концентрации для неоднородной ветви в случае линейного распределения носителей. Рассмотрены режимы максимального перепада температуры и максимальной холодопроизводительности.

Рост производства термоэлектрических охладителей, обозначившийся в последнее время, с большей остротой ставит задачу повышения

термоэлектрической добротности полупроводниковых материалов. Достигнутые на сегодня показатели еще очень далеки от теоретических

пределов [1]. Одним из направлений повышения термоэлектрической добротности является использование неоднородных по длине ветвей термоэлемента [2]. Известно [3], что термоэлектрическая добротность ветви термоэлемента повышается, если проводимость растет, а термоЭДС уменьшается от горячего конца к холодному. Более последовательный подход к расчету оптимальных параметров неоднородной ветви термоэлемента раскрыт в работе [4]. Оптимальное распределение концентрации носителей заряда вдоль длины ветви найдено в результате решения граничной задачи стационарной теплопроводности. Авторы работы [4] предполагали, что коэффициенты термоЭДС, теплопроводности и электропроводности слабо зависят от температуры, и вкладом эффекта Томсона можно пренебречь. Линеаризация задачи позволила воспользоваться формализмом Понтрягина, но снизила ценность полученных результатов. Кроме того, авторы [4] ограничились рассмотрением лишь одного режима — максимального перепада температуры. В настоящей работе сделана попытка учесть температурную зависимость кинетических коэффициентов, а также с учетом эффекта Томсона и распределенного эффекта Пельтье получить решение граничной задачи [4] при линейном законе распределения носителей в широком интервале температур.

Цель данной работы — показать, что использование неоднородной по длине ветви термоэлемента позволяет повысить термоэлектрическую эффективность в режимах максимального перепада температуры и максимальной холодопроизводительности при учете эффекта Томсона и температурной зависимости подвижности носителей, а также оценить интервал разумного выбора концентрации носителей заряда. Температурная зависимость подвижности учтена в виде зависимости $\text{const} T^{-3/2}$. Тепловые процессы в однородной ветви описывает уравнение стационарной теплопроводности с учетом эффекта Томсона

$$\frac{d}{dx} \left(\chi \frac{dT}{dx} \right) + \frac{y^2}{\sigma} - yT \frac{d\alpha}{dT} \frac{dT}{dx} = 0$$

и граничными условиями

$$\chi \frac{dT}{dx} \Big|_{x=0} = \alpha y T \Big|_{x=0}; \quad T \Big|_{x=1} = T_1,$$

где χ — коэффициент теплопроводности;
 σ — коэффициент электропроводности;
 α — дифференциальная термоЭДС.

Для удобства решения задачи, в отличие от [4], был введен параметр $y = Il/S$ [5], по которому проводилась оптимизация (l — длина ветви, S — сечение ветви). Введенный параметр y ,

зависящий только от термоэлектрических свойств вещества (а не от геометрии ветви), может быть назван удельным током.

Температурное поле одномерной адиабатически изолированной неоднородной ветви термоэлемента с учетом эффекта Томсона описывается стационарным уравнением теплопроводности

$$\frac{d}{dx} \left(\chi \frac{dT}{dx} \right) + \frac{y^2}{\sigma} + \frac{k}{e} y T \left(\frac{1}{n} \frac{dn}{dx} - \frac{3}{2T} \frac{dT}{dx} \right) = 0 \quad (1)$$

с граничными условиями

$$\chi \frac{dT}{dx} \Big|_{x=0} = \alpha y T \Big|_{x=0} - q; \quad T \Big|_{x=1} = T_1, \quad (2)$$

где $q = \frac{Ql}{S}$, причем $q < 0$ — для пассивной ветви, $q = 0$ — для максимального снижения температуры и $q > 0$ — для активной ветви. Введенная величина, не зависящая от геометрии ветви термоэлемента и характеризующая холодоотворную способность термоэлектрика, оказалась весьма удобной характеристикой для сравнения эффективности термоэлектрических модулей и является по сути дела удельной холодопроизводительностью ветви.

Кинетические коэффициенты для невырожденных носителей заряда имеют следующий вид:

$$\sigma = enu, u = -\text{const} T^{-3/2}; \quad \chi = \chi_p + 2 \left(\frac{k}{e} \right)^2 T \sigma;$$

$$\alpha = \frac{k}{e} \left(2 + \ln \frac{2(2\pi mkT)^{3/2}}{nh^3} \right),$$

где e — элементарный заряд;
 n — концентрация носителей;
 u — подвижность носителей;
 k — постоянная Больцмана;
 h — постоянная Планка;
 m — эффективная масса носителей.

Решеточная теплопроводность, коэффициент пропорциональности в температурной зависимости подвижности носителей $\text{const} T^{-3/2}$ и эффективная масса m подбирались так, чтобы термоэлектрическая добротность соответствовала термоэлектрикам с эффективностью $Z = 3,0 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$ при $T_1 = 300 \text{ K}$. Поскольку в случае нелинейной задачи найти оптимальное распределение решением вариационной задачи не представляется возможным, предполагалось, что концентрация носителей заряда вдоль ветви меняется по линейному закону

$$n = n_0(1 - gx).$$

При решении граничной задачи проводилась численная оптимизация перепада температуры по приведенному току и концентрации n_0 на холодном конце ветви термоэлемента при заданном значении g . Был выбран достаточно широкий интервал вариации величины $0 \leq g \leq 0,999$, что соответствует изменению отношения концентраций носителей на холодном и горячем концах $c = n_0/n_1$ в пределах $1 \leq c \leq 10^3$.

Результаты численного решения граничной задачи представлены графически. Сначала рассмотрим результаты решения для однородной ветви термоэлемента, работающей в режиме максимального перепада температуры. На рис. 1 изображен график зависимости максимального перепада температуры от температуры горячего конца ветви термоэлемента. Следует отметить, что при низких температурах расчет максимального перепада температуры дает завышенные значения перепада температуры по сравнению с известными термоэлектриками, имеющими указанную термоэлектрическую эффективность при комнатной температуре горячего конца ветви термоэлемента.

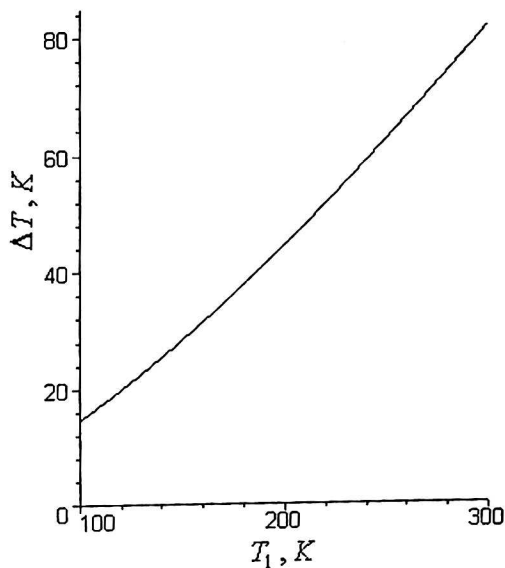


Рис. 1. Зависимость максимального перепада температуры от температуры горячего конца ветви термоэлемента

Решение задачи (1), (2) для неоднородной ветви в режиме максимального перепада температуры подтвердило возрастание термоэлектрической эффективности ветви по сравнению с однородной. Зависимость максимального перепада температуры на длине ветви от отношения концентраций носителей заряда на холодном и горячем концах ветви термоэлемента показана на рис. 2 для разных температур горячего конца ветви. Как видно из графика, практически использовать для увеличения снижения температуры перепады концентрации носителей заряда

более чем в 8–10 раз при линейном законе распределения нецелесообразно, так как добавки к температурному перепаду при больших отношениях становятся крайне малыми. Так, 10-кратный перепад концентрации приводит к увеличению перепада температур на 16,8 %, а 1000-кратный — на 21,3 % при температуре горячего конца ветви 300 К. С уменьшением температуры горячего конца до 100 К температурные перепады увеличиваются на 20,6 и на 26,4 %, соответственно.

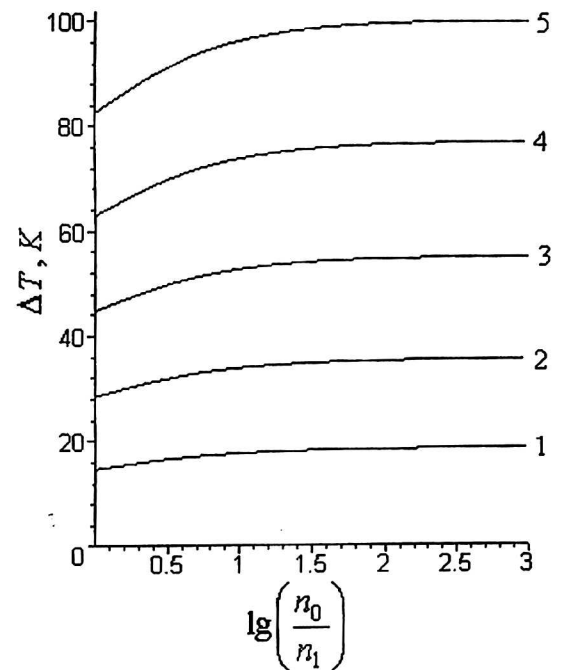


Рис. 2. Зависимость максимального перепада температуры на длине ветви от логарифма отношения концентраций на холодном и горячем спаях:

1 — для $T_1 = 100$ К; 2 — для 150 К; 3 — для 200 К; 4 — для 250 К; 5 — для 300 К

Использование классической статистики носителей заряда позволило установить оптимальную концентрацию носителей ветви в зависимости от температуры на холодном конце ветви. Наличие градиента концентрации носителей заряда приводит к понижению температуры холодного конца ветви за счет частичной или полной компенсации теплоты Джоуля теплотой распределенного эффекта Пельтье. Из графиков на рис. 3 следует, что при оптимизации по концентрации на холодном конце ветви при наличии градиента концентрации оптимальное значение последней n_0 меняется в сторону увеличения при разных температурах горячего конца ветви. Рост оптимальной концентрации на холодном конце приводит к снижению значения термоЭДС в этой точке ветви, а следовательно, является неблагоприятным фактором, так как способствует уменьшению возможного перепада температуры.

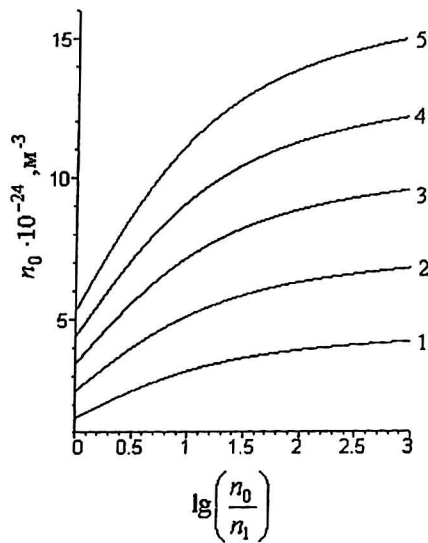


Рис. 3. Зависимость оптимального значения концентрации n_0 от логарифма перепада концентрации на холодном и горячем концах ветви для разных температур горячего конца ветви: 1 — для $T_1 = 100$ К; 2 — для 150 К; 3 — для 200 К; 4 — для 250 К; 5 — для 300 К

В работе [4] режим максимальной холодопроизводительности не рассматривался, однако именно он представляет наибольший интерес с практической точки зрения, так как фактически любая ветвь термоэлемента либо активна, либо пассивна, а режим максимального перепада температур для обеих ветвей термоэлемента достигается только при полном совпадении их характеристик (с учетом знака термоЭДС). На рис. 4 приведены нагрузочные кривые удельной холодопроизводительности в зависимости от температуры горячего конца однородной ветви при разных перепадах температуры. Как видно, охлаждающая способность ветви быстро убывает с падением температуры горячего конца ветви термоэлемента.

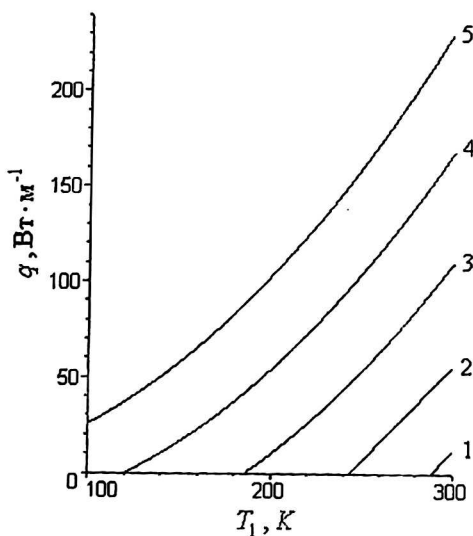


Рис. 4. Зависимость удельной холодопроизводительности однородной ветви от температуры горячего конца ветви при разных перепадах температуры: 1 — при 80 К; 2 — 60 К; 3 — 40 К; 4 — 20 К; 5 — 0 К
Результаты решения граничной задачи (1), (2)

показали, что применение неоднородных по концентрации носителей ветвей позволяет повысить и термоэлектрическую эффективность ветви термоэлемента, работающего в режиме максимальной холодопроизводительности. Неоднородность распределения концентрации носителей заметно увеличивает холодопроизводительность ветви термоэлемента. На рис. 5 изображены нагрузочные кривые для холодопроизводительности ветви в зависимости от перепада концентрации в ветви при температуре горячего конца ветви 300 К при разных перепадах температуры. В большей степени это обусловлено действием распределенного эффекта Пельтье, а в меньшей тем, что электропроводность растет от горячего конца ветви к холодному. Как следует из рис. 5, разумный выбор перепада концентраций, необходимого для получения максимальной холодопроизводительности, составляет 10–20 раз.

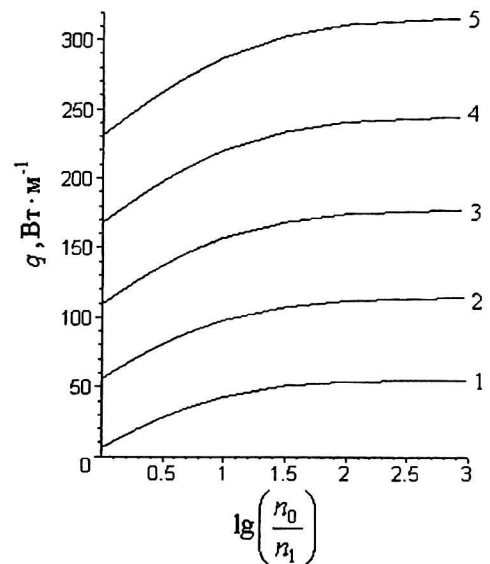


Рис. 5. Зависимость удельной холодопроизводительности ветви от перепада концентрации в ветви при температуре горячего конца ветви 300 К при разных перепадах температуры: 1 — для перепада 80 К; 2 — 60 К; 3 — 40 К; 4 — 20 К; 5 — 0 К

Заключение

Рассчитаны оптимальные характеристики однородной ветви термоэлемента (как в режиме максимального перепада температуры, так и в режиме максимальной холодопроизводительности); показано, что при учете эффекта Томсона и температурной зависимости подвижности для ветви термоэлемента в режиме максимального перепада температуры и в режиме максимальной холодопроизводительности наибольшие значения соответствующих величин достигаются для неоднородных ветвей термоэлемента. В результате численной оптимизации тепловых процессов в ветви установлены значения оптимальной концентрации носителей на холодном конце ветви и определены разумные границы перепада

концентрации при линейном законе распределения для случая классической статистики носителей заряда.

Л и т е р а т у р а

1. Rittner E. S.// J. Appl. Phys. 1959. V. 30. №. 3. P. 702.
2. Boerijk A. H.// Ibid. 1961. V. 32. №. 8. P. 1584.

3. Семенов В. А.// Теплофизика и теплотехника. 1978. Вып. 35. С. 80.
4. Иванова К. Ф., Ривкин Ф. С.// ЖТФ. 1982. № 5. Вып. 7. С. 1406.
5. Марков О. И, Мызникова О. А.// Сб. докл. VIII межгосударственного семинара "Термоэлектрики и их применение". — СПб.: ФТИ им. А. Ф. Иоффе, 2002. С. 327.

The process of optimization of a branch of thermoelement under conditions of maximal temperature swing and maximal production of cold

O. I. Markov

Orel State University, Orel, Russia

For the first time one has solved a nonlinear marginal problem in order to calculate temperature field of stationary conditions of thermoelement's branch. In approximation of ulterior carriers one has found an optimal concentration of current carriers for the homogeneous branch. Besides one has established the interval of choice of concentration swing for the inhomogeneous branch in case of linear distribution of carriers. One has considered conditions of maximal temperature swing and maximal production of cold.