

# Физическая аппаратура и ее элементная база

УДК 519.6:517

## О возможности применения вейвлетов к обработке спектров катодолюминесценции

С. Е. Степанов, М. А. Степович

Калужский филиал МГТУ им. Н. Э. Баумана, г. Калуга, Россия

*Рассмотрен метод обработки спектров катодолюминесценции с помощью вейвлетов второго поколения. Приведен практический пример такого использования.*

Во многих практических задачах основным видом информации о процессе или объекте являются наборы данных  $\{f(x_i)\}$ , как правило, имеющие погрешности. Они могут возникать из-за ошибок при измерениях, передаче данных, ограниченной точности измерительных приборов и т. д.

Для дальнейшей работы с такими данными их необходимо обработать — устранить погрешности измерения, подготовить данные для хранения и последующего восстановления, иметь возможность построить непрерывную функцию, описывающую исследуемый объект или процесс. Желательно также, чтобы способ обработки данных был в какой-то мере оптимальным, т. е. позволяющим производить действия над ними с наименьшими затратами (временными, стоимостными и т. п.), а хранимый массив данных был бы относительно невелик по объему используемой памяти.

Если измеряемый объект описывается непрерывной функцией  $f^*(x)$ , а точки измерения  $x_i$  расположены достаточно близко, то измеренные значения  $\{f(x_i)\}$  во многих случаях значительно коррелируют между собой. В этом случае часть полученных значений может быть удалена, а соответствующие приближения будут вычисляться, используя оставшиеся значения. При этом, вероятно, будут сглажены и случайные погрешности измерения, а систематические погрешности (фона) — легче исследовать и описать. Количество хранимой информации в этом случае существенно уменьшается, а восстановление хранимой информации можно провести без заметного округления.

Для такой обработки экспериментальных данных был выбран метод, основанный на использовании так называемых "вейвлетов второго поколения", получаемых с помощью схемы лифтинга.

Вейвлеты первого поколения были предложены в середине 80-х годов XX века рядом исследователей, и к настоящему времени изучены достаточно хорошо, равно как и приложения вейвлетов к различным областям науки [1—5].

Предложенная в середине 90-х годов В. Свелденсом схема лифтинга и основанные на ней вейвлеты второго поколения имеют ряд значительных преимуществ по сравнению с традиционными вейвлетами:

- увеличена скорость вейвлет-преобразования;
- не требуется дополнительной памяти при обработке сигнала;
- имеется более простое и всегда существующее обратное вейвлет-преобразование, позволяющее легко восстановить оригинальный сигнал;
- это простой и наглядный способ построения вейвлетов, не требующий использования необходимого в классическом случае преобразования Фурье.

В данной работе мы опираемся на исследование работы [6, 7].

Используемый метод был применен к задаче обработки спектров катодолюминесценции (КЛ) полупроводников и показал свою эффективность.

### Метод решения

Пусть информацией о спектре КЛ является измеренное множество дискретных значений интенсивности  $\{I_0(\lambda_k)\} = \{I_{0,k}\}$ , где  $\lambda_k \in [\lambda_0, \lambda_n]$  — длина волны, а  $n$  — число длин волн, на которых производится измерение, и измерение происходит с постоянным шагом по длине волны.

В этом случае целью обработки является декорреляция исходного сигнала, т. е. уменьшение взаимосвязи между обработанными данными, что позволяет сохранить информацию, содержащуюся в сигнале, в меньшем количестве данных. При этом желательно, чтобы различие между оригинальным и восстановленным сигналами было как можно меньше.

Для этого разложим исходный сигнал на две последовательности — четные и нечетные значения.

Четные значения  $I_{0,2k} = I_{-1,k}$ ,  $k = 0, \dots, n/2$  сохраняются и могут рассматриваться как новый исходный сигнал. Обозначение  $I_{-1,k}$  соответствует терминологии, принятой в теории вейвлетов [3, 4], и естественному подходу, что множество с меньшим номером содержится в множестве с большим:  $\{I_{-1,k}\} \subset \{I_{0,k}\}$ .

Основная идея метода состоит в том, что кроме значений  $I_{-1,k}$  мы будем хранить не нечетные значения  $I_{0,2k+1}$ , а некоторые числа, взаимосвязанные с ними.

Аппроксимируем нечетные значения  $I_{0,2k+1}$  с помощью соседних значений. Аппроксимацию можно проводить различными способами, но в данной работе выбран наиболее простой из способов — линейная аппроксимация по двум соседним значениям

$$I'_{-1,k} = (I_{-1,k} + I_{-1,k+1})/2.$$

Разностью между измеренным значением  $I_{0,2k+1}$  и линейным приближением  $I'_{-1,k}$  будет величина

$$d_{-1,k} = I_{0,2k+1} - I'_{-1,k},$$

которая и будет храниться. Для сохранения объема используемой памяти при обработке сигнала поместим эту разность в ту же ячейку памяти, где были расположены значения  $I_{0,2k+1}$ .

Исходный сигнал может быть восстановлен, используя множества значений  $\{I_{-1,k}\}$  и  $\{d_{-1,k}\}$ . Действительно,

$$I_{0,2k} = I_{-1,k}; \quad I_{0,2k+1} = (I_{-1,k} + I_{-1,k+1})/2 + d_{-1,k}.$$

Поскольку  $d_{-1,k}$  является разностью между линейной аппроксимацией и измеренным значением, то значительная часть этих коэффициентов весьма мала по абсолютной величине. Если положить их равными нулю, то происходит существенное сжатие информации. При этом возможно даже более точное представление исходного сигнала, поскольку сглаживаются случайные погрешности измерения, имеющие высокую частоту и незначительную амплитуду.

Полученный "новый сигнал"  $\{I_{-1,k}\}$  может использоваться вместо оригинального, но его небольшой недостаток состоит в том, что он имеет среднее значение, равное половине среднего значения измеренного сигнала  $\{I_{0,2k}\}$ . Для сохранения среднего значения полагается

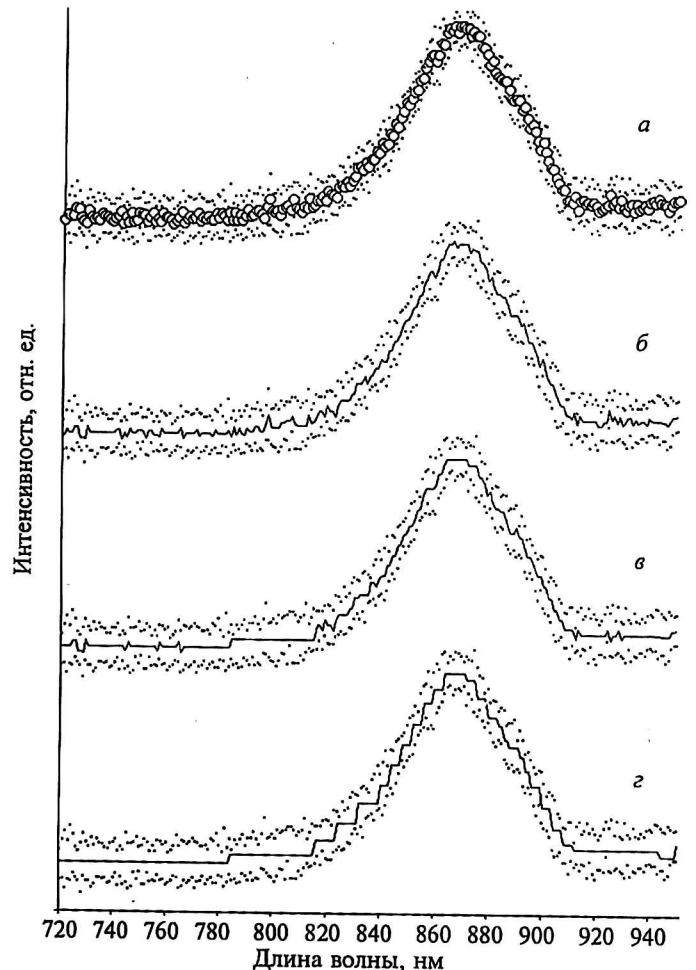
$$I_{-1,k} = I_{-1,k} + (d_{-1,k} + d_{-1,k+1})/4.$$

Несложно проверить, что среднее значение в этом случае сохраняется, восстановление по-прежнему легко осуществимо, а сама схема получения значений  $\{I_{-1,k}\}$  и  $\{d_{-1,k}\}$  носит название схемы лифтинга. В работе [6] показано, что полученное преобразование есть не что иное, как классическое биортогональное вейвлет-преобразование Коэна-Добеши-Фово [8].

Схема лифтинга продолжается до тех пор, пока не будет найдено единственное значение  $I_{-n,0}$ , которое и хранится в памяти наряду со всеми значениями  $\{d_{-j,k}\}$ ,  $j = 1, \dots, n$ . Таким образом, объем памяти не увеличивается, а за счет того, что большая часть значений  $\{d_{-j,k}\}$  полагается равной 0, — существенно уменьшается.

### Результаты применения

Данный метод был применен к обработке спектров КЛ арсенида галлия. На рисунке точками показаны измеренные значения спектра, а сплошными линиями — результаты аппроксимации данных с помощью вейвлетов второго поколения. Значения  $\epsilon$ , являющиеся границами обнуления, равны, соответственно, 0,05; 0,10; 0,15. Как видно из рисунка, они достаточно хорошо приближают непрерывный сигнал, а число нулевых коэффициентов (размер сжатия) составляет, соответственно, 48, 68 и 87 %.



Обработка спектров КЛ арсенида галлия с границами погрешностей, равными  $2\sigma$ :

a — измеренное значение спектра; б — обработанные данные с погрешностью округления 0,05; в — обработанные данные с погрешностью округления 0,10; з — обработанные данные с погрешностью округления 0,15

Выбор достаточно большого  $\epsilon$ , кроме существенного сжатия информации, позволяет увидеть

и выделить систематическую погрешность измерения (фон), имеющую низкую частоту.

Предложенный метод весьма эффективен при обработке сигналов различной физической природы. Давая высокую степень сжатия, он позволяет, кроме того, выделять и устранять погрешности измерения как случайные, так и систематические. Простота, быстрдействие и оптимальность по емкости используемой памяти позволяют широко использовать его в процессах обработки, хранения и восстановления различной информации.

*Исследования проведены при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований и администрации Калужской области (грант № 02-02-96017).*

## **About a possibility to apply wavelets to process cathodoluminescence spectra**

*S. E. Stepanov, M. A. Stepovich*

Kaluga Branch of Moscow Bauman State Technical University, Kaluga, Russia

*A method of processing cathodoluminescence spectra based on second generation wavelets is described. An example of such processing is shown.*

### **Л и т е р а т у р а**

1. Астафьева Н. М. // УФН. 1996. Т. 166. № 11. С. 1145–1170.
2. Дремин И. М., Иванов О. В., Нечитайло В. А. // Там же. 2001. Т. 171. № 5. С. 465–501.
3. Переберин А. В. // Выч. методы и программирование. 2001. Т. 2. № 2. С. 133–158.
4. Добеши И. Десять лекций по вейвлетам. — М. — Ижевск: РХД, 2001.
5. Чуи К. Введение в вейвлеты. — М.: Мир, 2001.
6. Sweldens W. // SIAM J. Math. Anal. 1998. V. 29. № 2. P. 511–546.
7. Sweldens W. // J. Appl. Comput. Harmonic Anal. 1996. V. 3. P. 186–200.
8. Cohen A., Daubechies I., Feauveau J. // Comm. Pure Appl. Math. 1992. V. 45. P. 485–560.