

УДК 621.385,537.533

Расчет прикатодной области в электронно-оптических системах, формирующих интенсивные пучки заряженных частиц

В. М. Свешников

Институт вычислительной математики и математической геофизики
СО РАН, г. Новосибирск, Россия

Предложены алгоритмы приближенного решения антипараксиальных уравнений для нахождения плотности тока на катоде. Изложены алгоритмы расчета потенциала электрического поля, координат и скоростей заряженных частиц, а также объемного заряда в прикатодной области.

При численном моделировании электронно-оптических систем, формирующих интенсивные пучки заряженных частиц в режиме ограничения тока объемным зарядом, важную роль играет расчет прикатодной области, так как она включает в себя особую поверхность катода (эмиттера) с бесконечной плотностью объемного заряда. По этой причине традиционные алгоритмы, которые предполагают численное решение данной задачи "от катода", не дают приемлемой точности, на что указывалось, например, в работах [1, 2]. Для того чтобы получить адекватное решение самосогласованной задачи, представляется необходимым исключить прикатодную область из численных расчетов, а решение в ней находить из аналитических теорий. В работах [3, 4] предложен и реализован метод итераций по подобластям, основанный на декомпозиции расчетной области на прикатодную и основную подобласти (в дальнейшем просто области). Решение в основной области находится численно, а в прикатодной — аналитически.

Целью настоящей работы является построение решения в прикатодной области по известному распределению нормальной составляющей напряженности электрического поля на коллекторе, как этого требует алгоритм итераций по подобластям. Наиболее полное описание прикатодной области с учетом кривизны эмиттера и неоднородности плотности тока дает антипараксиальная теория, созданная А. В. Сыровым [5, 6]. Антипараксиальные разложения представляют собой, по сути дела, нелинейные дифференциальные уравнения относительно плотности тока, которые необходимо решить. В настоящей работе предлагаются алгоритмы приближенного решения антипараксиальных уравнений. Идея предлагаемого подхода заключается в том, что известная функция напряженности электрического поля на коллекторе разлагается в ряд по степеням малого параметра, а решение ищется в виде ряда по степеням того же параметра с неизвестными коэффициентами. Задача отыскания частного решения дифференциального уравнения при этом сводится к решению системы нели-

нейных алгебраических уравнений, которые допускают простые приближенные решения с точностью, достаточной для практических расчетов. Подчеркнем, что в предлагаемом подходе удается избежать операций численного дифференцирования, которые, как известно, являются некорректными [7], что было необходимым при итерационном разрешении антипараксиальных уравнений [3].

Потенциал электрического поля, координаты и скорости заряженных частиц рассчитываются аналитически по плотности тока и ее производным вдоль эмиттера. Вычисление объемного заряда, который необходим при проведении итерационного процесса по подобластям только вблизи коллектора, удаленного от особой поверхности эмиттера, осуществляется по простым численным алгоритмам.

Апробация предлагаемого алгоритма решения антипараксиальных уравнений проводилась на примере решения задачи Мельтцера [8]. В настоящей работе приводятся результаты численных экспериментов по решению данной задачи с использованием аналитических выражений для напряженности электрического поля на коллекторе, которые свидетельствуют о высокой точности расчетов. В работе [4] даны результаты численного решения данной задачи с помощью алгоритма итераций по подобластям

Аппроксимация прикатодной области

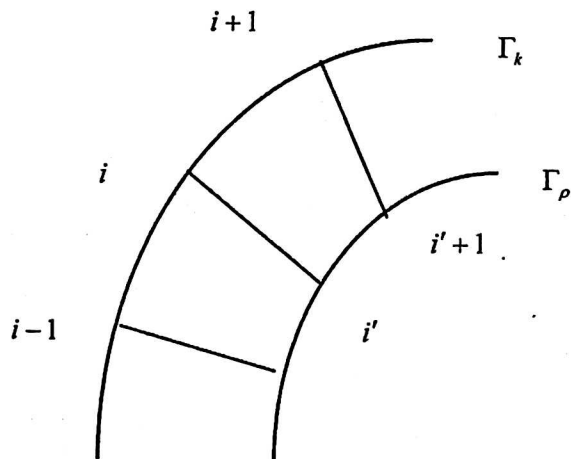
Рассмотрим прикатодную область G_k , ограниченную катодом Γ_k , коллектором Γ_p , а на краях пучка отрезками нормалей к Γ_k , проведенными до пересечения с Γ_p . Определим Γ_p как геометрическое место точек, равноудаленных от эмиттера Γ_k на расстояние d по нормали к нему. Для дискретизации потока заряженных частиц катод Γ_k разбивается на N_T отрезков, с каждого из которых запускается траектория, представляющая собой бесконечно тонкую трубку тока или нить [9].

Пусть $i \pm \frac{1}{2}$ — крайние точки i -го отрезка

($i = 1, 2, \dots, N_T$), а i — серединная точка, такая, что $l_i = \frac{1}{2} \left(l_{i - \frac{1}{2}} + l_{i + \frac{1}{2}} \right)$ (см. рисунок). Точки $i', i' \pm \frac{1}{2}$, соответственно, представляют собой нормальные проекции точек $i, i \pm \frac{1}{2}$ на Γ_p . Обозначим через $\delta_i = \left[i - \frac{1}{2}, i + \frac{1}{2} \right]$ — отрезок на Γ_k длиной h_i , а через $\delta'_i = \left[i' - \frac{1}{2}, i' + \frac{1}{2} \right]$ — его проекцию на Γ_p длиной h'_i . Каждый из отрезков δ_i, δ'_i в случае криволинейного катода аппроксимируем дугами концентрических окружностей или отрезками прямых. Для этого выберем в качестве центра окружностей точку пересечения нормалей к Γ_p , проведенных из точек $i - \frac{1}{2}, i + \frac{1}{2}$. Если при этом радиус одной из окружностей окажется больше характерного линейного размера области, то вместо дуг окружностей строятся отрезки прямых. Мы будем предполагать, что форма катода и число разбиений таковы, что возможна такая аппроксимация. Кроме того, для корректного проведения расчетов в основной области необходимо, чтобы выполнялось неравенство

$$h \ll d, \tag{1}$$

где $h = \max(h_i, h'_i)$.



Аппроксимация прикатодной области

Антипараксиальные разложения

Введем в прикатодной области G_k ортогональную систему координат (s, l) , где s — расстояние по нормали к эмиттеру, l — длина дуги вдоль эмиттера. Пусть

$$r = R(l), \quad z = Z(l) \tag{2}$$

параметрические уравнения эмиттера, а его кривизны определяются по формулам

$$\begin{aligned} \chi_1 &= \frac{R''(l)}{Z'(l)}, & \chi_2 &= \frac{Z'(l)}{R(l)}, \\ \kappa_2 &= -\frac{R'(l)}{R(l)}, & T &= \chi_1 + \chi_2. \end{aligned} \tag{3}$$

В работах В. А. Сырового, например [1], были получены разложения потенциала электрического поля в ряд по степеням s , которые мы запишем в виде

$$\varphi = \left(\frac{j}{c_j} \right)^{\frac{2}{3}} s^{\frac{4}{3}} (F_\varphi^L + s^2 L_\varphi j); \tag{4}$$

$$F_\varphi^L = 1 + s c_1^\varphi T + s^2 [c_2^\varphi (\chi_1^2 + \chi_2^2) + c_3^\varphi \chi_1 \chi_2] + s^3 [c_4^\varphi (T'' - \kappa_2 T') + c_5^\varphi (\chi_1^3 + \chi_2^3) + c_6^\varphi \chi_1 \chi_2 T]; \tag{5}$$

$$L_\varphi j = c_7^\varphi (\bar{j}'' - \kappa_2 \bar{j}') + c_8^\varphi \bar{j}'^2 + s \left[(c_9^\varphi \chi_1 + c_{10}^\varphi \chi_2) \bar{j}'^2 - (c_{11}^\varphi \chi_1 + c_{12}^\varphi \chi_2) \times \right. \tag{6}$$

$$\left. \times (\bar{j}'' - \kappa_2 \bar{j}') - (c_{13}^\varphi \chi_1 + c_{14}^\varphi \chi_2) \bar{j}' \right];$$

$$j' = \frac{dj}{dl}, \quad \bar{j}' = \frac{j'}{j}, \quad \bar{j}'' = \frac{j''}{j}, \tag{7}$$

где c_j — константа, зависящая от сорта частиц (для электронов $c_j \approx 2,33 \cdot 10^{-6}$), параметр s удовлетворяет неравенству $s \leq d$, а числовые коэффициенты $c_i^\varphi, i = 1, 2, \dots, 14$ равны

$$\begin{aligned} c_1^\varphi &= \frac{8}{15}, & c_2^\varphi &= \frac{83}{225}, & c_3^\varphi &= \frac{157}{450}, & c_4^\varphi &= -\frac{37}{990}, \\ c_5^\varphi &= \frac{31463}{111375}, & c_6^\varphi &= \frac{199}{750}, \\ c_7^\varphi &= -\frac{4}{45}, & c_8^\varphi &= \frac{13}{450}, & c_9^\varphi &= \frac{689}{4850}, \\ c_{10}^\varphi &= \frac{221}{14850}, & c_{11}^\varphi &= \frac{1048}{7425}, & c_{12}^\varphi &= \frac{343}{7425}, \\ c_{13}^\varphi &= \frac{27}{2475}, & c_{14}^\varphi &= \frac{8}{2475}. \end{aligned} \tag{8}$$

Эти разложения получили название антипараксиальных, чтобы подчеркнуть тот факт, что они применимы для описания не только узких пучков вблизи оси симметрии, но и для описания широких пучков, для которых известные параксиальные разложения являются неприемлемыми. На оси или линии симметрии $\bar{j}' = 0$, а $\kappa_2 = \infty$, как следует из (2), (3). В антипараксиальных разложениях κ_2 содержится только в

агрегате $\kappa_2 \bar{j}'$. Раскрывая неопределенность, получим $\kappa_2 \bar{j}'|_{l=0} = \bar{j}''$.

В формуле (4) член F_ϕ^L содержит только геометрические параметры и таким образом "отвечает" за криволинейность эмиттера, а член $L_\phi j$ содержит производные от j и "отвечает" за неоднородность плотности тока. Из (4)—(8) следует, что, не учитывая кривизну эмиттера, мы вносим в решение ошибку первого порядка по d , а, предполагая плотность тока на катоде постоянной, — ошибку только второго порядка по d .

Продифференцировав соотношения (4)—(6) по s , получим разложение нормальной составляющей напряженности электрического поля E_s на коллекторе

$$E_s = \frac{4}{3} \left(\frac{j}{c_j} \right)^{\frac{2}{3}} s^{\frac{1}{3}} (F_E^L + s^2 L_E j); \quad (9)$$

$$F_E^L = 1 + s c_1^E T + s^2 [c_2^E (\chi_1^2 + \chi_2^2) + c_3^E \chi_1 \chi_2] + s^3 [c_4^E (T'' - \kappa_2 T') + c_5^E (\chi_1^3 + \chi_2^3) + c_6^E \chi_1 \chi_2 T]; \quad (10)$$

$$L_E j = c_7^E \left(\bar{j}'' - \kappa_2 \bar{j}' \right) + c_8^E \bar{j}'^2 + s \left[(c_9^E \chi_1 + c_{10}^E \chi_2) \bar{j}'^2 - (c_{11}^E \chi_1 + c_{12}^E \chi_2) \times \right. \\ \left. \times \left(\bar{j}'' - \kappa_2 \bar{j}' \right) - (c_{13}^E \chi_1 + c_{14}^E \chi_2) \bar{j}' \right]. \quad (11)$$

Здесь

$$c_1^E = \frac{14}{15}, \quad c_2^E = \frac{83}{90}, \quad c_3^E = \frac{157}{180}, \quad c_4^E = -\frac{481}{2970}, \\ c_5^E = \frac{409019}{334125}, \quad c_6^E = \frac{2587}{2250}, \\ c_7^E = -\frac{2}{9}, \quad c_8^E = \frac{13}{180}, \quad c_9^E = \frac{8957}{44550}, \\ c_{10}^E = \frac{2873}{44550}, \quad c_{11}^E = \frac{13624}{22275}, \quad c_{12}^E = \frac{4459}{22275}, \\ c_{13}^E = \frac{117}{275}, \quad c_{14}^E = \frac{104}{825}. \quad (12)$$

Выражения (9)—(12) используются для нахождения плотности тока и ее производных по алгоритмам, которые изложены ниже.

Алгоритмы решения антипараксиальных уравнений

Опуская индексы s и E , перепишем (9)—(12) в виде

$$E = \frac{4}{3} \left(\frac{j}{c_j} \right)^{\frac{2}{3}} s^{\frac{1}{3}} (F + s^2 Lj); \quad (13)$$

$$Lj = b_1 \bar{j}' + b_2 \bar{j}'^2 + b_3 \bar{j}'' , \quad (14)$$

где F выражается по формулам (10), а b_1, b_2, b_3 — известны. В (14) по сравнению с (11) просто произведена перегруппировка членов, поэтому выражения для b_1, b_2, b_3 очевидны и здесь не приводятся. Рассмотрим окрестность i -й траектории. На отрезке $\delta_i' \in \Gamma_\rho$ представим E в виде ряда

$$E = \bar{E} \left(1 + \bar{a}_1 \xi' + \bar{a}_2 \xi'^2 \right), \quad (15)$$

где $\xi' = l' - l'_{i-\frac{1}{2}}$, $i' = 1, 2, \dots, N_T$. Коэффициенты

$\bar{E}, \bar{a}_1, \bar{a}_2$ определяются из аппроксимации E по его значениям в точках $i', i' \pm \frac{1}{2}$ и выражаются как

$$\bar{E} = E_{i-\frac{1}{2}}; \quad \bar{a}_1 = \frac{-E_{i+\frac{1}{2}} + 4 E_i - 3 E_{i-\frac{1}{2}}}{h_i^2 E_{i-\frac{1}{2}}}; \\ \bar{a}_2 = \frac{2(E_{i+\frac{1}{2}} - 2 E_i + 3 E_{i-\frac{1}{2}})}{h_i^2 E_{i-\frac{1}{2}}}.$$

Будем искать решение уравнений (13)—(14) в виде

$$j = A^2 \left(1 + \sum a_k \xi^k \right), \quad (16)$$

где $\xi = l - l_{i-\frac{1}{2}}$ — длина дуги вдоль Γ_k , а величины $A, a_k, k = 1, 2, \dots$ неизвестны.

Согласно принятой аппроксимации катода

$$\xi' = \eta \xi, \quad (17)$$

где $\eta = 1$, если отрезки δ_i', δ_i прямолинейные, и $\eta = \frac{r_i'}{r_i}$, если они являются дугами окружностей, соответственно, с радиусами r_i', r_i .

Выразим ξ' через ξ согласно (17) и подставим (15), (16) в исходные уравнения (13), (14). В полученных соотношениях, отбрасывая члены порядка $o(h^3)$, приравняем коэффициенты при одинаковых степенях ξ , что даст систему, состоящую из трех нелинейных алгебраических уравнений, содержащую пять неизвестных A, a_1, a_2, a_3, a_4 .

Положим $a_3 = a_4 = 0$, что обусловлено следующими соображениями. Если E постоянно на рассматриваемом отрезке, т. е. $\overline{a_1}, \overline{a_2} = 0$, то поправка на неоднородность плотности тока должна обращаться в нуль, т. е. при этом должно быть $Lj = 0$, что, как будет видно из дальнейшего, приводит к данному выбору a_3, a_4 .

В результате, проводя преобразования, получим, что A выражается как

$$A = c_j^{\frac{2}{3}} \frac{\frac{3}{4} \overline{E}}{s^{\frac{1}{3}} (F + s^2 b_1 a_1 + s^2 b_2 a_1^2 + 2s^2 b_3 a_2)}, \quad (18)$$

а неизвестные a_1, a_2 находятся из следующей системы двух нелинейных уравнений

$$Y_1(a_1, a_2) \equiv F\eta \overline{a_1} + \left(s^2 b_1 \eta \overline{a_1} - \frac{2}{3} F \right) a_1 + s^2 \left[\left(\frac{1}{3} b_1 + b_2 \eta \overline{a_1} \right) a_1^2 + \frac{4}{3} b_2 a_1^3 + 2(b_3 - b_1) a_2 + \left(\frac{2}{3} b_3 - 2b_2 \right) a_1 a_2 \right]; \quad (19)$$

$$Y_2(a_1, a_2) \equiv F\eta^2 \overline{a_2} + \frac{2}{9} (s^2 b_1 + 6F\eta \overline{a_1}) a_1 + \frac{4}{3} (s^2 b_1 \eta \overline{a_1} + \frac{7}{12} F) a_1^2 - \frac{2}{3} F a_2 + s^2 \left[\frac{4}{3} \eta \overline{a_1} b_2 a_1^3 + \frac{2}{9} b_2 a_1^4 + \left(\frac{2}{3} b_3 - 4b_2 \right) a_2^2 + \frac{8}{3} \left(\eta \overline{a_1} b_3 - \frac{5}{8} b_1 \right) a_1 a_2 + \frac{4}{9} (b_3 + 3b_2) a_1^2 a_2 \right] = 0. \quad (20)$$

Систему (19), (20) решаем методом Ньютона, который запишем в виде

$$a^{n+1} = a^n - [Y'(a^n)]^{-1} Y(a^n), \quad n = 1, 2, \dots, \quad (21)$$

где $a = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix}$ — вектор, $Y = \begin{pmatrix} Y_1 \\ Y_2 \end{pmatrix}$ — вектор-функция, а Y' — матрица Якоби вектор-функции Y [10].

Уравнения (19), (20) допускают простые решения с точностью, достаточной для практических расчетов. Действительно, отбрасывая в них члены с малым коэффициентом s^2 , получим

$$a_1 = \frac{3}{2} \eta \overline{a_1}, \quad a_2 = \frac{3}{8} \eta^2 \left(\overline{a_1}^2 + 4\overline{a_2} \right). \quad (22)$$

Плотность тока при этом вычисляется с точностью $o(hd^2)$, что, с учетом (1), можно считать приемлемым. Производные от плотности тока находятся дифференцированием ряда (16). С использованием выражений (22) они опреде-

ляются с точностью $o(d^2)$, но вносят в вычисления погрешность $o(d^4)$, так как входят в расчетные формулы с коэффициентом s^2 .

Итак, в предлагаемом алгоритме плотность тока и ее производные рассчитываются по формулам

$$j = A^{\frac{3}{2}} (1 + a_1 \xi + a^2 \xi^2), \quad (23)$$

$$j' = A^{\frac{3}{2}} (a_1 + 2a_2 \xi), \quad j'' = 2A^{\frac{3}{2}} a_2,$$

где A вычисляется согласно выражению (18), а коэффициенты a_1, a_2 находятся из решения систем (19), (20) методом Ньютона (21) или по приближенным формулам (22).

Расчет прикатодной области

Если напряженность поля E_s на коллекторе Γ_p меняется незначительно, то расчет прикатодной области можно осуществлять по одномерным моделям. В этом случае плотность тока на катоде j и потенциал ϕ в прикатодной области, например, для плоского диода выражаются как

$$j = c_j \left(\frac{3}{4} E_s \right)^{\frac{3}{2}} d^{-\frac{1}{2}}, \quad \phi = \left(\frac{j}{c_j} \right)^{\frac{2}{3}} d^{\frac{4}{3}},$$

а для сферического диода с радиусом катода r_k определяются по формулам

$$j = c_j \left(\frac{3}{4} E_s \right)^{\frac{3}{2}} \frac{1}{(-\alpha)^{\frac{1}{2}}} \left(-\alpha \right)^{-\frac{1}{2}} r_k^{-2}, \quad \phi = \left(\frac{j}{c_j} \right)^{\frac{2}{3}} (-\alpha r_k)^{\frac{4}{3}},$$

где α — функция Ленгмюра, которая представлена в виде ряда по степеням $\mu = \ln \frac{r}{r_k}$

$$-\alpha = -\mu + 0,3\mu^2 - 0,075\mu^3 + 0,0143182\mu^4 - 0,0021609\mu^5 + 0,0002679\mu^6 - \dots$$

Данные соотношения получаются в результате дифференцирования решений, полученных в работах Ленгмюра [11].

Траектории заряженных частиц в этих случаях идут по нормали к катоду, а скорость v вычисляется как

$$v = \sqrt{-2\beta\phi}, \quad (24)$$

где β — отношение заряда к массе частицы.

В случае криволинейного катода со значительной неоднородностью E_s вдоль Γ_p расчет плотности тока и ее производных осуществляет-

ся по формулам (23), а потенциал находится из антипараксиальных разложений (4)–(8). Координаты траектории, стартующей из точки i (см. рисунок), согласно антипараксиальной теории описываются уравнением

$$\lambda = a_i^T s^2 + b_i^T s^3 + c_i^T s^4,$$

где

$$\begin{aligned} a_i^T &= \frac{1}{10} \bar{j}_i', \quad b_i^T = \frac{1}{150} (4\chi_1 - \chi_2) \bar{j}' + \frac{1}{30} T'; \\ c_i^T &= \left(\frac{7}{660} \chi_1^2 - \frac{23}{6600} \chi_1 \chi_2 - \frac{3}{1100} \chi_2^2 \right) \bar{j}' + \frac{73}{330} \chi_1 \chi_1' + \\ &+ \frac{37}{220} \chi_1 \chi_2' + \frac{3}{220} \chi_2 \chi_2' + \frac{1}{2640} \chi_2 \chi_1' + \frac{7}{825} \bar{j}' \bar{j}'' - \\ &- \frac{1}{200} \bar{j}'^2 - \frac{1}{825} \kappa_2 \bar{j}'^2 + \frac{1}{330} \left(\kappa_2 \bar{j}' + \kappa_2 \bar{j}'' - \bar{j}''' \right). \end{aligned}$$

Здесь введена локальная декартова система координат (λ, s) с центром в точке i .

Модуль скорости v вычисляется по формуле (24), а для определения составляющих скорости рассчитывается угол θ наклона траектории к нормали

$$\theta = \operatorname{arctg} \frac{d\lambda}{ds}.$$

Вычисление объемного заряда можно также проводить по аналитическим формулам, следующим из приведенных выше выражений. Однако знание объемного заряда необходимо только вблизи коллектора Γ_p для адекватного проведения численных расчетов вне прикатодной области в методе итераций по подобластям. В связи с этим расчет объемного заряда осуществляется численно по следующему простому алгоритму. Интервал $[0, d]$ разбивается на заданное число N_p подынтервалов равной длины $d_p = \frac{d}{N_p}$, и определяются координаты (λ_k, s_k) центра подынтервалов по формулам

$$s_k = \left(k + \frac{1}{2} \right) d_p, \quad \lambda_k = a_k^T s_k^2 + b_k^T s_k^3 + c_k^T s_k^4.$$

В этих же точках по формуле (24) вычисляется скорость. Тогда время τ_k пролета k -го подынтервала можно рассчитать как

$$\tau_k = \frac{d_p}{v(\lambda_k, s_k)}$$

и, следовательно, объемный заряд $q_{i,k}$ с данного подынтервала будет равен

$$q_{i,k} = I_i \tau_k,$$

где I_i — ток рассматриваемой трубки тока.

Численные эксперименты

Решалась задача о потоке Мельтцера [8] с известным аналитическим выражением для потенциала

$$\begin{aligned} \varphi &= \frac{1}{2} r^{-2} \sin^3 \left(\frac{3}{2} \psi \right), \\ r &= \sqrt{x^2 + y^2}, \quad \psi = \operatorname{arctg} \frac{x}{y}. \end{aligned} \quad (25)$$

Дифференцируя (25) по x , получим выражение для нормальной составляющей напряженности электрического поля E_x на коллекторе

$$E_x = - \frac{\sin^3 \left(\frac{3}{2} \psi \right)}{r^4} \left(y \cos \left(\frac{3}{2} \psi \right) - x \sin \left(\frac{3}{2} \psi \right) \right). \quad (26)$$

Данная задача имеет аналитическое решение для плотности тока, которое можно записать в виде

$$j = c_j \frac{9}{8\sqrt{2}} y^{-5}. \quad (27)$$

В численных расчетах эмиттером служил отрезок прямой $\Gamma_k = \{x = 0, 2 \leq y \leq 4\}$, который разбивался на 64 интервала. Напряженность поля вычислялась в расчетных точках коллектора Γ_p по формуле (26), а плотность тока рассчитывалась по алгоритму, изложенному выше, с использованием приближенных выражений (22) при различных прикатодных расстояниях $d_k = \frac{1}{2^{k-1}}$, $k = 1, 2, 3, 4$. В таблице приводятся значения относительной ошибки $\delta_j\%$ вычисления плотности тока в процентах, которая определяется по формулам

$$\delta_i^j \% = \left| \frac{j_i - j_i^*}{j_i^*} \right| 100\%, \quad i = 1, 2, \dots, 64, \quad \delta_j \% = \max \delta_i^j \%,$$

где j_i — приближенное, а j_i^* — точное значение плотности тока (последнее рассчитывается по формуле (27)).

d	d_1	d_2	d_3	d_4
1	9,0	0,67	0,08	0,01
2	33	9,4	2,4	0,62

Здесь цифрой "1" обозначен расчет с учетом производных от плотности тока ($Lj \neq 0$), а цифрой "2" — расчет, проведенный по закону "3/2" для плоского диода, т. е. плотность тока предполагается при этом однородной ($Lj = 0$). Приведенные в таблице результаты свидетельствуют о значительном (в десятки раз) увеличении точно-

сти расчетов по предлагаемому алгоритму по сравнению с расчетами по закону "3/2".

Работа выполнена при поддержке грантом "Университеты России" № УР.03.01.011.

Литература

1. Акимов П. И., Осипова Г. П., Сыровой В. А. // Журн. вычисл. мат. и матем. физики. 1989. Т 29. № 3. С. 405.
2. Свешников В. М. Численный расчет пучков заряженных частиц на локально модифицированных сетках: Препринт 1189/ИВМиМГ СО РАН, 1997.

3. Свешников В. М., Сыровой В. А. // Журн. вычисл. мат. и матем. физики. 1990. Т. 30. № 11. С. 1675.
4. Свешников В. М. // Прикл. физика. 2003. №. 4. С. 105.
5. Кузнецов Ю. Е., Сыровой В. А. // Журн. прикл. механ. и техн. физики. 1966. № 2. С. 41.
6. Сыровой В. А. // Радиоэлектроника. 1991. Т 36. № 3. С. 540.
7. Самарский А. А., Гулин А. В. Численные методы. — М.: Наука, 1989.
8. Meltzer V. // Proc. Phys. Soc. 1949. V. 62. № 355B. P. 431.
9. Ильин В. П. Численные методы решения задач электрофизики. — М.: Наука, 1985.
10. Вержбицкий В. М. Численные методы. Линейная алгебра и нелинейные уравнения. — М.: Высшая школа, 2000.
11. Langmuir I. // Phys. Rev. 1929. V. 33. № 5. P. 954.

Calculation of the cathode area in electron-optical systems forming the intensive beams of charged particles

V. M. Sveshnikov

Institute of Computational Mathematics and Mathematical Geophysics SB RAS, Novosibirsk, Russia

The algorithms of an approximate solution of the antiparaxial equations for finding a current density on the cathode are offered in the article. Enunciated are algorithms of calculation of an electric field potential, coordinates and rates of charged particles, and also bulk charge in the cathode area.