

УДК 537.533

Формирование субфемтосекундных электронных пучков в нестационарных электрических полях

С. В. Андреев, М. А. Монастырский, В. А. Тарасов, М. Я. Щелев
Институт общей физики РАН, Москва, Россия

Д. Э. Гринфельд
НПО "ОРИОН", Москва, Россия

Даны объяснения новых теоретических аспектов временной фокусировки фотоэлектронного сгустка в переменных во времени полях. Представлены результаты компьютерного моделирования электрооптической системы с комбинированными времязависимым электрическим и статическим магнитными полями. Система обеспечивает пространственную фокусировку сгустка и его временное сжатие вплоть до субфемтосекундного уровня.

Электронные пучки фемтосекундной длительности наряду с ультракороткими лазерными импульсами применяются для исследования фундаментальных свойств материи, что представляет собой целое научное направление — электронную дифракцию с временным разрешением (TRED) [1]. По сравнению с лазерными импульсами электронные пучки имеют ряд преимуществ. Во-первых, благодаря электрическому заряду электроны сильнее взаимодействуют с веществом, чем фотоны, во-вторых, длина волны электронов, ускоренных до нескольких десятков килоэлектронвольт, достаточно мала для исследования дифракции на кристаллических решетках твердых тел, а также на отдельных молекулах веществ в газовой фазе.

Общепринятым методом получения ультракоротких электронных пучков является облучение фотокатодов импульсным лазером с последующим ускорением фотоэлектронов до требуемой энергии. Однако в отличие от фотона скорость электрона зависит от его энергии, и даже небольшой неизбежный разброс фотоэлектронов

по начальным энергиям приводит к значительному разбросу времени их прихода на изучаемый образец. В течение более 50 лет, начиная с изобретения Куртни-Праттом первого времяанализирующего ЭОП [2], основным способ подавления временной хроматической aberrации состоял в увеличении напряженности электрического поля вблизи фотокатода. На этом пути были решены многие сложные технические проблемы, связанные с электронно-оптической регистрацией быстропротекающих процессов. В частности, требование высокой напряженности поля вблизи фотокатода привело к использованию мелкоструктурной сетки, размещаемой вблизи фотокатода. Это требование всегда было стимулирующей целью, шла ли речь о создании сложных электронных схем управления импульсным режимом питания промежуток "сетка — фотокатод" или о разработке специальной "сеточно-ориентированной" технологии напыления фотокатода.

Временное разрешение лучших времяанализирующих камер, представленных на мировом

рынке, составляет примерно 150—200 фс, что обеспечивается напряженностью поля на фотокатоде порядка 10 кВ/мм и выше. Тем не менее, имеются веские основания говорить об определенном кризисе в области регистрации быстропротекающих процессов, если иметь в виду дальнейшее повышение временного разрешения. Основная причина этого кризиса состоит в том, что технические возможности повышения напряженности поля в прикатодной области, имеющиеся сегодня в распоряжении исследователей, в значительной мере исчерпаны.

Можно ли получить электронный пучок с длительностью в несколько фемтосекунд, что сопоставимо с длительностью электромагнитного излучения современных импульсных лазеров, или даже меньше? Цель настоящей работы — показать, что это может быть практически осуществлено путем пространственно-временной фокусировки электронных пучков в нестационарных электрических полях.

Принцип временного сжатия пучков заряженных частиц в нестационарных полях известен. Он успешно применяется в ряде микроволновых приборов, таких как, например, клистроны, а также в некоторых конструкциях времяпролетных масс-спектрометров [3]. Вместе с тем формирование сверхкоротких фотоэлектронных пучков фемтосекундной длительности до сих пор остается нерешенной задачей, требующей тщательного теоретического анализа.

В настоящей статье рассматриваются теоретические принципы временной фокусировки в нестационарных электрических полях. Исследуется зависимость длительности пучка от разброса начальных скоростей и времени старта электронов в первом порядке малости и показана принципиальная возможность временной фокусировки. Рассматривается простая модель временной фокусировки нестационарным электрическим полем, в котором уравнение движения допускает точное аналитическое решение. Выводится общее уравнение временной фокусировки, дано описание приближения тонкой “временной” линзы. Рассматриваются временные aberrации второго порядка и вопрос о квантовом пределе длительности электронного пакета, и, наконец, в приближении временных aberrаций до третьего порядка включительно приводится расчет электронно-оптической системы, осуществляющей временную фокусировку с частичной компенсацией временных aberrаций второго порядка.

Временная фокусировка первого порядка

Рассмотрим систему с аксиальной симметрией, в которой пучок электронов, эмитированных фотокатодом, ускоряется и фокусируется нестационарным электрическим полем, создаваемым системой электродов, а затем направляется на

изучаемый образец. Ось системы обозначим как ось Z , причем положению катода будет соответствовать точка $z = 0$. Для определенности будем предполагать потенциал катода равным нулю: $\Phi(z, t)|_{z=0} = 0$ для всех $t \geq 0$. Электрон, эмитированный катодом, будем характеризовать осевой и радиальной компонентами его начальной энергии ε_z и ε_r , соответственно, а также моментом времени τ его старта с фотокатода. Здесь и далее энергию будем выражать в единицах потенциала, поделив ее на элементарный заряд e . Траекторию частицы с $\varepsilon_z = \varepsilon_r = 0$ и $\tau = 0$ будем называть главной траекторией и обозначать как

$$z_0(t) = z(t; \tau, \sqrt{\varepsilon_z}, \sqrt{\varepsilon_r})|_{\tau=0, \varepsilon_z=\varepsilon_r=0} \quad (1)$$

Уравнение движения вдоль оси Z имеет вид

$$\ddot{z} = \frac{e}{m} \Phi'(z, t), \quad (2)$$

где m — масса электрона.

Здесь и далее точки ($\ddot{}$) означают дифференцирование по времени, а штрих ($\dot{}$) — дифференцирование по координате z . Начальные условия на катоде имеют вид

$$\begin{aligned} z(\tau; \tau, \sqrt{\varepsilon_z}, \sqrt{\varepsilon_r}) &= 0; \\ \dot{z}(\tau; \tau, \sqrt{\varepsilon_z}, \sqrt{\varepsilon_r}) &= \sqrt{\frac{2e}{m}} \sqrt{\varepsilon_z}. \end{aligned} \quad (3)$$

Траекторию любой частицы можно разложить в степенной ряд по времени старта τ и компонентам начальной скорости, характеризуемым величинами $\sqrt{\varepsilon_z}$ и $\sqrt{\varepsilon_r}$. В силу аксиальной симметрии поля радиальная компонента начальной энергии ε_r входит в уравнение для координаты z только в целых степенях. С точностью до членов первого порядка малости по совокупности малых параметров $\tau, \sqrt{\varepsilon_z}, \sqrt{\varepsilon_r}$ получим:

$$z(t; \tau, \sqrt{\varepsilon_z}, \sqrt{\varepsilon_r}) = z_0(t) + z_\tau(t) \tau + z_z(t) \sqrt{\varepsilon_z} + \dots \quad (4)$$

Дифференциальные уравнения относительно входящих в (4) вариаций z_τ и z_z , а также начальные условия для этих уравнений легко получить варьированием (2) и (3) по соответствующим параметрам τ и $\sqrt{\varepsilon_z}$ на главной траектории:

$$\ddot{z}_\tau(t) = (e \Phi'' / m) z_\tau(t); \quad z_\tau(0) = 0, \quad \dot{z}_\tau(0) = -(e/m) E_0; \quad (5)$$

$$\ddot{z}_z(t) = (e \Phi'' / m) z_z(t); \quad z_z(0) = 0, \quad \dot{z}_z(0) = \sqrt{2e/m}, \quad (6)$$

где $E_0 = \Phi'(0,0)$ — напряженность нестационарного электрического поля на катоде в начальный момент времени $t = 0$.

Нас интересует время T прихода частицы на плоскость $z = z_0(t)$ при фиксированном t . Как функция времени t на главной траектории и начальных параметров $\tau, \sqrt{\varepsilon_z}, \sqrt{\varepsilon_r}$ это время определяется уравнением

$$z[T(t; \tau, \sqrt{\varepsilon_z}, \sqrt{\varepsilon_r}); \tau, \sqrt{\varepsilon_z}, \sqrt{\varepsilon_r}] = z_0(t). \quad (7)$$

Функцию $T(t; \tau, \sqrt{\varepsilon_z}, \sqrt{\varepsilon_r})$ мы также можем разложить в ряд по начальным параметрам

$$T(t; \tau, \varepsilon_z, \varepsilon_r) = t + T_\tau(t)\tau + T_z(t)\sqrt{\varepsilon_z} + \dots, \quad (8)$$

причем варьирование уравнения (7) приводит к простым соотношениям между вариациями первого порядка функций $z(\cdot)$ и $T(\cdot)$:

$$T_\tau = -z_\tau / \dot{z}_0; \quad T_z = -z_z / \dot{z}_0. \quad (9)$$

Вариации T определены всюду, где осевая компонента скорости частицы отлична от нуля. Аналогичным образом можно получить и уравнения для вариаций более высокого порядка. Обратим внимание на весьма важный факт: вариации функции $z(\cdot)$ по τ и $\sqrt{\varepsilon_z}$ удовлетворяют одинаковым линейным однородным дифференциальным уравнениям второго порядка (5), (6) с пропорциональными начальными условиями и, следовательно, остаются пропорциональными для любых t . Подобно (9) это же можно утверждать относительно вариаций функции $T(\cdot)$:

$$T_z = -\frac{1}{E_0} \sqrt{\frac{2m}{e}} T_\tau. \quad (10)$$

Можно показать, что даже в отсутствие аксиальной симметрии аналогичное условие пропорциональности вариаций времени прихода частицы на произвольную гладкую поверхность по времени старта и по нормальной к поверхности катода компоненте начальной скорости имеет место в произвольных, достаточно гладких электромагнитных полях. Коэффициент пропорциональности при этом зависит от напряженности E_0 электрического поля в точке старта на катоде в начальный момент времени $t = 0$.

Если поле стационарно, то параметр τ , очевидно, входит в выражение для времени прихода T только в виде отдельного слагаемого, и, следовательно, $T_\tau \equiv 1$. Из условия пропорциональности (10) немедленно следует, что коэффициент временной хроматической aberrации первого порядка T_z в стационарном поле также постоянен и равен

$$(T_z)_{stat} = -\frac{1}{E_0} \sqrt{\frac{2m}{e}}, \quad (11)$$

что свидетельствует о том, что временная хроматическая aberrация первого порядка, опреде-

ляющая предел временного разрешения ЭОП, является неустранимой в статических полях. В соответствие с (11) временное уширение фотоэлектронного пакета, обусловленное разбросом осевой компоненты начальных энергий фотоэлектронов $\delta\varepsilon_z$, может быть оценено как

$$\delta T_{stat} = \frac{1}{E_0} \sqrt{\frac{2m}{e}} \sqrt{\delta\varepsilon_z}. \quad (12)$$

Впервые формула (13) было получена Е. К. Забойским и С. Д. Фанченко в середине 50-х гг. [4] для однородных полей, и в конце 70-х гг. была применена М. А. Монастырским и М. Я. Щелевым для описания произвольных статических электрических и магнитных полей [5].

Выражение (13) показывает, что в классе статических полей у нас имеются только две возможности уменьшить длительность пакета. Первая возможность, которая, по крайней мере, формально вытекает из (15), — это поиск фотокатодов с малой (порядка 0,05 эВ и менее) величиной энергетического разброса фотоэлектронов. Несмотря на то, что некоторые обнадеживающие результаты в этом направлении получены для фотокатодов с отрицательным электронным сродством [6], имеются веские основания полагать, что применение фотокатодов с малой шириной энергетического спектра не позволит радикально разрешить рассматриваемую проблему. Как показывают результаты компьютерного моделирования [6], для фотокатодов, близких к монохроматическим, резко возрастает и становится существенно преобладающим вклад в длительность пакета кулоновского взаимодействия между частицами.

Второй путь лежит в увеличении напряженности электрического поля E_0 на поверхности катода. Технически величина E_0 ограничена опасностью электрического пробоя, и даже в импульсном режиме она не может превышать 10^4 В/мм. Полагая $e\phi \approx 0,5$ эВ, что примерно соответствует большинству известных фотокатодов, легко подсчитать, пользуясь формулой (12), что предельно достижимая при этих ограничениях длительность электронного пучка составляет $\delta T_{stat} \approx 150$ фс, что не позволяет говорить о временном разрешении в единицы фемтосекунд.

Выход из этого тупика, на первый взгляд, лежит в замене электростатического поля на электрическое поле, зависящее от времени. Тождество $\delta T / \delta t \equiv 1$ в этом случае уже не имеет места, а потому можно надеяться, что коэффициенты T_z и T_τ в разложении (10) в некоторой точке опорной траектории одновременно (в силу их пропорциональности!) обратятся в нуль при соответствующем выборе нестационарного электрического поля. Такую точку $z^* = z_0(t^*)$ будем называть временным фокусом, а условия

$$T_\tau(t^*) = 0, \quad T_z(t^*) = 0 \quad (13)$$

условиями временной фокусировки первого порядка. При этом предполагается, что в точке временного фокуса скорость на главной траектории $\dot{z}_0(t^*)$ отлична от нуля.

Таким образом, соотношение (10), являясь прямым обобщением формулы Завойского-Фанченко на случай нестационарных полей, указывает принципиальный путь к временному сжатию фотоэлектронных пакетов за счет обеспечения временной фокусировки первого порядка.

Здесь уместно провести историческую аналогию. Впервые прототип электронно-оптического усилителя, знаменитый "стакан Холста" [7], был создан в Германии в середине 30-х гг. прошлого столетия. Фотокатод и люминесцентный экран представляли собой две плоскопараллельные пластины, между которыми фотоэлектроны ускорялись однородным электрическим полем, двигаясь по параболическим траекториям. Весьма низкое разрешение прибора (несколько пар линий на 1 мм) было обусловлено разбросом скоростей электронов в поперечном направлении. И только открытие, а затем и практическое использование того факта, что пространственно-неоднородные, т. е. зависящие от пространственных координат электрические поля, позволяют собрать (сфокусировать) электроны с различными начальными скоростями в одной точке экрана, и тем самым увеличить разрешение электронно-оптических преобразователей.

Таким образом, нестационарное электрическое поле может фокусировать фотоэлектроны во времени подобно тому, как пространственно-неоднородное статическое поле может фокусировать их в пространстве.

Следует отметить, что временная фокусировка не может улучшить временное разрешение времяанализирующих электронно-оптических преобразователей по отношению к входному оптическому излучению, поскольку "временное увеличение" $\delta T/\delta \tau$ падает вместе с уменьшением временной дисперсии первого порядка, обусловленной разбросом фотоэлектронов по начальным энергиям. В частности, в точке временной фокусировки вся информация о временной структуре входного оптического излучения полностью теряется. Что же касается задачи получения сверхкоротких электронных пучков, то благодаря соотношению (13) фотоэлектронный пакет можно "сжать" до длительности даже меньшей, чем длительность инициирующего его лазерного импульса.

Модель временной фокусировки в нестационарном поле

В качестве примера, иллюстрирующего возможность временной фокусировки в нестационарном электрическом поле, рассмотрим одномерное движение электронов в параболической потенциальной яме, движущейся со скоростью V_0 . Пусть распределение потенциала во времени и в пространстве дается выражением

$$\Phi(z, t) = -\frac{m\omega^2}{2e} \left[z - \frac{e}{m\omega^2} E_0 - V_0 t \right]^2, \quad (14)$$

в котором $E_0 = \Phi'(0, 0)$ есть напряженность электрического поля на катоде при $z = 0$ в начальный момент времени $t = 0$.

Пусть в интервале времени $[-\delta\tau/2, +\delta\tau/2]$, где $\delta\tau \ll 1/\omega$, катод эмитирует электроны с различными энергиями $e\varepsilon \ll mV_0^2/2$ в положительном направлении оси z . В системе отсчета, движущейся вместе с ямой, движение электронов представляет собой изохронные гармонические колебания с частотой ω , а в неподвижной системе отсчета траектория электрона дается выражением

$$z(t; \tau, \sqrt{\varepsilon}) = V_0 t + \frac{eE_0}{m\omega^2} - \left(V_0 \tau + \frac{eE_0}{m\omega^2} \right) \times \\ \times \cos[\omega(t - \tau)] + \left(\sqrt{\frac{2e}{m}} \sqrt{\varepsilon} - V_0 \right) \frac{\sin[\omega(t - \tau)]}{\omega}. \quad (15)$$

Через половину периода колебаний (при $t = t^* = \pi/\omega$) все частицы, эмитированные в один и тот же момент времени, соберутся в одной и той же точке с координатой $z^* = \pi V_0 / \omega + 2eE_0 / m\omega^2$ независимо от своей начальной энергии.

Таким образом, $\delta^n z / \delta(\sqrt{\varepsilon})^n \Big|_{\tau=0, \varepsilon=0} = 0$ при $t = t^*$ для любого натурального n . Продифференцировав (15) по τ , можно убедиться (это следует также из условия пропорциональности (10)), что частицы с различным временем старта с фотокатода также собираются в точке z^* в момент времени $t^* = \pi/\omega$, но уже только в первом порядке малости по τ . Таким образом, в соответствии с принятым выше определением, точка $t^* = \pi/\omega$ является точкой временной фокусировки первого порядка по совокупности параметров $\tau, \sqrt{\varepsilon}$.

На рис. 1 показаны траектории частиц с различными начальными энергиями и моментами старта.

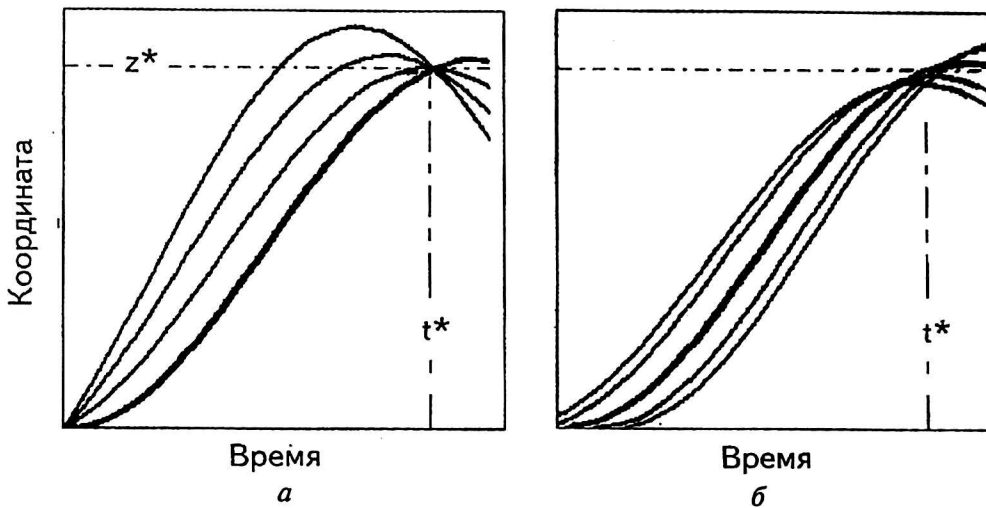


Рис. 1. Траектории электронного пакета в поле движущейся потенциальной ямы:
 а — траектории частиц с различными начальными энергиями;

б — траектории частиц с различными моментами старта; главная — показана более толстой линией

В рассматриваемом примере скорость пакета частиц в точке временной фокусировки с точностью до начального энергетического разброса составляет $\dot{z}(t^*; 0) = 2V_0$, т. е. фокусировка достигается при отличной от нуля энергии электронов пучка, что в стационарном пределе ($V_0 = 0$) недостижимо.

Однако следует отметить, что, во-первых, реализовать распределение потенциала (15) на практике крайне трудно, во-вторых, исследуемый объект должен располагаться в переменном электрическом поле, в-третьих, описанная система, очевидно, не обеспечивает пространственной фокусировки электронного зонда в радиальном направлении. Это делает описанную модель интересной только с теоретической точки зрения и заставляет искать иные конструкции, более пригодные для практического воплощения.

Уравнение временной фокусировки первого порядка

Имея в виду пропорциональность коэффициентов первого порядка в абберационном разложении (8), перепишем его в виде

$$T(t; \tau, \varepsilon_z) = t + F(t) \left[\tau - \frac{1}{E_0} \sqrt{\frac{2m}{e}} \sqrt{\varepsilon_z} \right] + \dots \quad (16)$$

и рассмотрим подробнее эволюцию коэффициента $F = T_\tau(t)$. Дифференцируя первое из соотношений (9) по времени и учитывая уравнение движения (2), получаем

$$\dot{F} = -\frac{\dot{z}_\tau}{\dot{z}_0} + \frac{e}{m} \frac{z_\tau}{\dot{z}_0^2} \Phi' = -\frac{W_\tau - \Phi_\tau}{2W} = -\frac{E_\tau}{2W}, \quad (17)$$

где $W = (m/2e) \dot{z}_0^2$ — кинетическая энергия частицы на главной траектории (в единицах потенциала);

$W_\tau = (m/e) \dot{z}_0 \dot{z}_\tau$, $\Phi_\tau = \Phi' z_\tau$, E_τ — вариации кинетической энергии, потенциала и полной энергии на главной траектории, соответственно.

Варьируя по параметру τ уравнение для полной энергии

$$\dot{E}(t, \tau, \sqrt{\varepsilon_z}) = \frac{\partial}{\partial t} \Phi [z(t; \tau, \sqrt{\varepsilon_z}), t],$$

можно получить дифференциальное уравнение для вариации E_τ :

$$\dot{E}_\tau = -\frac{\partial^2 \Phi}{\partial t \partial z} z_\tau = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t \partial z} F \dot{z}_0 \quad (18)$$

с начальным условием $E_\tau(0) = 0$.

Для решения системы обыкновенных уравнений первого порядка (17), (18) требуется еще одно начальное условие на катоде, которое имеет вид $F(0) = 1$.

Как видно из полученных уравнений, вторая смешанная производная потенциала ответственна за появление вариации полной энергии и, как следствие, изменение во времени коэффициентов первого порядка в разложении (8). Ясно, что в статических полях $F = 1$, и временная фокусировка невозможна.

Приближение тонкой временной линзы

Имея в распоряжении уравнения (17), (18) для функций E_τ и F , можно приблизить ход наших рассуждений к практике и рассмотреть кон-

струкцию простейшей временной линзы. Она представляет собой три диафрагмы, расположенные последовательно по ходу электронного пакета, как показано на рис. 2.

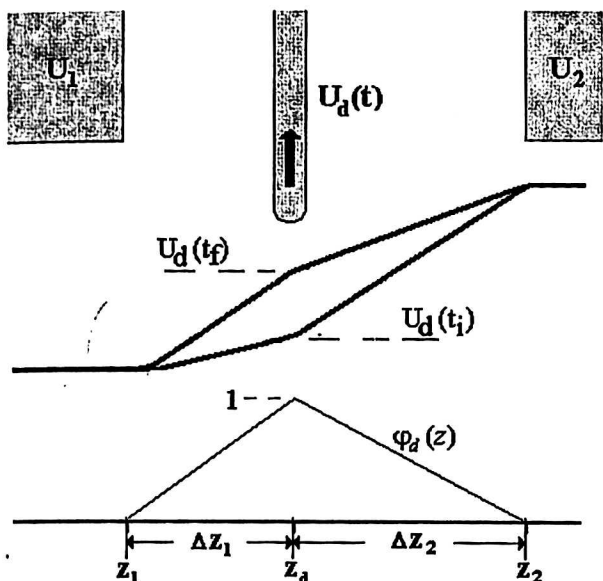


Рис. 2. Распределение электрического потенциала вдоль оси в различные моменты времени

Потенциал левой и правой диафрагм постоянен и равен U_1 и U_2 , соответственно, а потенциал средней диафрагмы $U_d(t)$ изменяется во времени при прохождении электронного пакета от левой диафрагмы к правой. В силу принципа суперпозиции электрический потенциал на оси линзы можно представить в виде суммы

$$\Phi(z, t) = \varphi_1(z)U_1 + \varphi_d(z)U_d(t) + \varphi_2(z)U_2.$$

Если диаметр отверстий в диафрагмах достаточно мал, то электрическое поле между ними можно считать однородным, а функции φ , соответственно, кусочно-линейными, в частности имеем:

$$\varphi_d(z) = \begin{cases} \frac{z - z_1}{z_d - z_1}, & z < z_d \\ \frac{z_2 - z}{z_2 - z_d}, & z > z_d. \end{cases} \quad (19)$$

Рассмотрим случай, когда изменение F внутри временной линзы мало по сравнению с начальным значением. В этом приближении, аналогичном приближению тонкой линзы в статической оптике, мы можем положить $F = 1$ в правой части уравнения (18) и таким образом вычислить вариацию полной энергии

$$E_\tau|_{z > z_2} = \int_0^t \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t \partial z} \dot{z}_0 dt = \frac{\partial \Phi}{\partial t} \Big|_{t_i}^{t_f} - \int_{t_i}^{t_f} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} dt,$$

где моменты времени t_i и t_f соответствуют началу и завершению периода изменения потенциала средней диафрагмы.

Если потенциал диафрагмы изменяется со временем по линейному закону ($\dot{U}_d(t) = \text{const}$), то интеграл от второй частной производной Φ по времени равен нулю, и вариация полной энергии E_τ на выходе из линзы определяется скоростью изменения U_d и разностью значений функции φ_d в точках, через которые проходит пакет в моменты начала и окончания изменения поля во времени

$$E_\tau^* = E_\tau(z_2) = \dot{U}_d \varphi_d(z_0(t)) \Big|_{t=t_i}^{t=t_f}. \quad (20)$$

Пусть U_d увеличивается со временем. Из (20) видно, что E_τ^* будет максимально, если поле начинает изменяться в момент входа электронного пакета в линзу через левую диафрагму (или раньше), где $\varphi_d = 0$ и прекращает изменение в момент прохождения пакета через центральную диафрагму, где $\varphi_d = 1$. В этом случае $E_\tau^* = \dot{U}_d > 0$, т. е. энергия частиц на заднем фронте пакета превосходит энергию частиц на переднем фронте. Через некоторое время задние частицы догонят передние, и длительность пакета в этот момент будет минимальна (рис. 3). Очевидно, что в случае, когда U_d уменьшается во времени, аналогичную функцию временной фокусировки принимает на себя область поля, расположенная между центральной и правой диафрагмами.

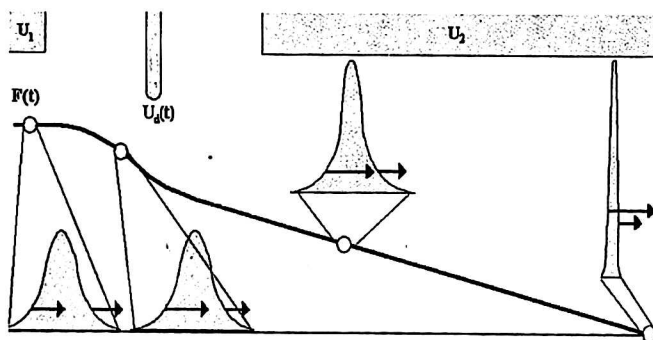


Рис. 3. Изменение длительности электронного пакета при прохождении временной линзы и пространства со статическим полем

Длина стрелок показывает соотношение между полной энергией электронов на переднем и заднем фронтах пакета

После выхода из линзы пакет электронов движется в статическом поле с кинетической энергией $W(z) = \Phi(z) + E_0^*$, где E_0^* — приращение энергии электронов при прохождении нестационарного поля линзы

$$E_0^* = \int_{t_i}^{t_f} \frac{\partial \Phi(z_0(t), t)}{\partial t} dt. \quad (21)$$

Таким образом, при $z > z_2$ уравнение (21) для коэффициента F приобретает вид

$$\dot{F} = -\frac{1}{2} \frac{\dot{U}_d}{\Phi(z_0(t)) + E_0^*}.$$

В частном случае, когда пространство за линзой эквипотенциально и скорость пакета в нем постоянна и равна $\sqrt{2e(U_2 + E_0^*)/m}$, коэффициент F обращается в нуль в некоторой точке z^* , отстоящей от линзы на расстояние

$$f = \sqrt{\frac{8e}{m} \frac{(U_2 + E_0^*)^{3/2}}{\dot{U}_d}}.$$

Эту величину, по аналогии со случаем пространственной фокусировки, можно назвать фокусным расстоянием временной линзы.

Итак, временная линза позволяет в разложении (8) обратить в нуль члены первого порядка по параметрам τ и $\sqrt{\varepsilon_z}$ в некоторой плоскости, которая может рассматриваться как плоскости мишени. Если эта цель достигнута, то длительность электронного зонда определяют члены второго порядка, которые будут рассмотрены ниже.

Временная фокусировка как преобразование фазового объема. Временные aberrации второго порядка

Уравнения движения частиц в поле, зависящем от времени, остаются гамильтоновыми по форме, а потому объем, занимаемый пакетом частиц в пространстве (E, T) , где E — полная энергия частицы, а T — время ее прихода в некоторую плоскость z (плоскость мишени), остается неизменным вдоль всего пути пакета — от катода до мишени. Отсюда следует необходимость внесения дополнительного разброса частиц по энергии, если мы хотим "сжать" пакет по временной координате. Для того чтобы лучше понять принцип временной фокусировки, проследим эволюцию фазового объема электронного пакета в простой электронно-оптической системе, состоящей из фотокатода, тонкой временной линзы и мишени (рис. 4).



Рис. 4. Принципиальная схема электронно-оптической системы с тонкой временной линзой: a, b, c — точки, для которых на рис. 5 приведены фазовые диаграммы

Не будем ограничиваться рассмотрением только линейных членов разложения времени прихода частицы на плоскость мишени, поэтому перепишем (16), добавив члены второго порядка по параметрам $\tau, \sqrt{\varepsilon_z}$:

$$T(t; \tau, \sqrt{\varepsilon_z}) = t + F(t)[\tau - \chi\sqrt{\varepsilon_z}] + T_{zz}\varepsilon_z + T_{z\tau}\tau\sqrt{\varepsilon_z} + T_{\tau\tau}\tau^2 + \dots, \tag{22}$$

где χ — константа $(1/E_0)\sqrt{2m/e}$.

Абстрагируясь от эффектов "затягивания" электронного импульса в толще фотокатода (это время составляет $\sim 10^{-15}$ с), можно с достаточной точностью утверждать, что сразу же после эмиссии электронов из фотокатода в вакуум длительность фотоэлектронного пакета равна длительности лазерного импульса $\delta\tau$, которая для современных фемтосекундных импульсных лазеров составляет единицы фемтосекунд. Ширина энергетического спектра фотоэлектронов $\delta\varepsilon$, определяемая длиной волны лазерного излучения и свойствами самого фотокатода, составляет десятые доли электрон-вольта. В предположении, что моменты времени выхода фотоэлектронов в вакуум и их начальные энергии между собой не коррелируют, фазовый объем может быть условно представлен прямоугольником, как показано на рис. 5, a .

Через весьма короткий промежуток времени, когда средняя энергия пакета в несколько раз превышает его энергетический разброс, быстрые частицы существенно опережат медленные, и длительность пакета будет определяться временной хроматической aberrацией первого порядка (14).

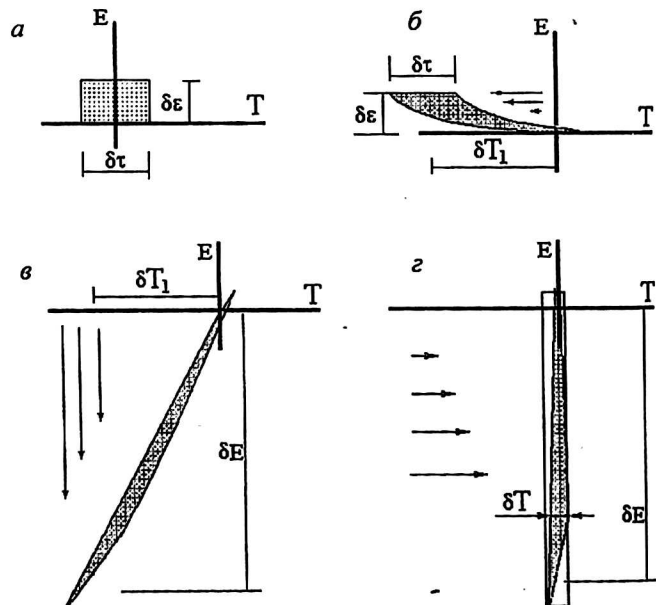


Рис. 5. Эволюция электронного пакета в фазовом пространстве:

a — на фотокатоде; b — до входа во временную линзу; c — после временной линзы; z — в точке временной фокусировки

Зависимость времени прихода частицы с начальной энергией ε на некоторую, близкую к катоду, плоскость $z = z_1$ от момента эмиссии τ с точностью до членов второго порядка имеет вид

$$T_1 = T_1^{(0)} + \tau - \chi\sqrt{\varepsilon_z} + \lambda_1\varepsilon_z,$$

где $T_1^{(0)}$ — время прихода главной траектории;

λ_1 — некоторый коэффициент, зависящий от z_1 .

При условии, что начальная длительность пакета на фотокатоде существенно меньше его временного уширения за счет разброса начальных скоростей, длительность пакета в плоскости $z = z_1$ может быть приближенно оценена как $\delta T_1 = \chi\sqrt{\delta\varepsilon_z}$. Соответствующее распределение частиц пакета в фазовом пространстве иллюстрируется рис. 5, б.

В интервале от фотокатода до временной линзы пакет движется в стационарном поле, и для времени прихода в плоскость линзы мы можем записать

$$T_2 = T_2^{(0)} + \tau - \chi\sqrt{\varepsilon_z} + \lambda_2\varepsilon_z,$$

причем коэффициент λ_2 отличен от λ_1 . Действительно, при кинетической энергии пакета (на главной траектории) $W \gg \delta\varepsilon_z$, скорость частицы с начальной энергией ε_z отличается от скорости частицы на главной траектории на величину порядка ε_z

$$\begin{aligned} \dot{z}(t; \tau, \sqrt{\varepsilon_z}) - \dot{z}_0(t) &= \sqrt{2e(W + \varepsilon_z)/m} - \\ &- \sqrt{2eW/m} \approx \sqrt{e/2mW} \varepsilon_z, \end{aligned}$$

и эта разность скоростей приводит к изменению разброса времени прихода частиц в том же порядке малости по начальной энергии.

Действие нестационарного электрического поля тонкой временной линзы, по сути, сводится к тому, что разные частицы пакета получают или теряют разную энергию. Изменение энергии частицы при этом определяется, главным образом, ее положением в пакете, т. е. величиной $\Delta T_2 = T_2 - T_2^{(0)}$. Так, полная энергия частицы после прохождения линзы составит $E(\tau, \sqrt{\varepsilon_z}) = \varepsilon_z + E^*[T_2(\tau, \sqrt{\varepsilon_z})]$, причем функция $E^*(\cdot)$, описывающая приращение энергии частиц на выходе из временной линзы, определяется геометрией линзы и режимом ее работы. Для анализа временных абберационных коэффициентов первого и второго порядков необходимо разложение E^* в ряд Тейлора с точностью до квадратичного члена:

$$E^*(\Delta T_2) \approx E_0^* + E_\tau^* \Delta T_2 + \frac{E_{\tau\tau}^*}{2} \Delta T_2^2,$$

коэффициенты которого могут быть вычислены методом тау-вариаций. В частности, для тонкой линзы коэффициенты E_0^* , E_τ^* этого разложения даются формулами (20), (21). Соответствующая фазовая диаграмма после прохождения линзы представлена на рис. 5, в.

Справа от временной линзы пакет движется до мишени снова в статическом поле. Как и на участке от катода до линзы, при подходе пакета к плоскости мишени в выражении для времени прихода также появляется член, пропорциональный вариации полной энергии частицы, с той лишь разницей, что эта вариация равна не ε_z , а $\varepsilon_z + E^*[\Delta T_2(\tau, \varepsilon_z)] - E_0^*$. Итак, на мишени имеем следующее:

$$\begin{aligned} T_3(\tau, \sqrt{\varepsilon_z}) &= T_3^{(0)} + \tau - \chi\sqrt{\varepsilon_z} + \lambda_2\varepsilon_z + \lambda_3 \times \\ &\times \left[\varepsilon_z + E_\tau^*(\tau - \chi\sqrt{\varepsilon_z} + \lambda_2\varepsilon_z) + \frac{E_{\tau\tau}^*}{2} (\tau - \chi\sqrt{\varepsilon_z})^2 \right] + \dots, \end{aligned} \quad (23)$$

где $T_3^{(0)}$ — время прихода главной траектории на мишень.

Условие временной фокусировки означает исчезновение членов первого порядка в (23), что соответствует такому расстоянию от линзы до мишени, при котором $\lambda_3 = -1/E_\tau^*$. Фазовое распределение пучка на мишени иллюстрируется рис. 5, г.

Разложение (23) можно обобщить и на случай, когда пространство со статическим полем между катодом и линзой отсутствует и напряженность электрического поля на катоде во время эмиссии пакета имеет ненулевую производную по времени $\dot{E}_0 = \partial^2\Phi(0,0)/\partial z\partial t$. Формально введем вариацию зависящего от E_0 коэффициента χ в формуле Завойского-Фанченко по времени старта: $\chi_\tau = (\partial\chi/\partial E_0)\dot{E}_0 = -\sqrt{2m/e} \dot{E}_0/E_0^2$. Учет этого эффекта приведет к появлению в правой части (23) дополнительного слагаемого вида $\lambda_3 E_\tau^* (0,5\chi_\tau \varepsilon_z - \chi_\tau \tau \sqrt{\varepsilon_z})$.

Сравнивая (23) с общим видом разложения времени прихода частицы (22), получаем выражения для абберационных коэффициентов второго порядка в точке временной фокусировки тонкой линзой

$$\begin{aligned} T_{zz} &= -\frac{1 + \frac{\chi^2}{2} E_{\tau\tau}^*}{E_\tau^*} - \frac{\chi\chi_\tau}{2}; \quad T_{\tau z} = \frac{\chi E_{\tau\tau}^*}{E_\tau^*} + \chi_\tau; \\ T_{\tau\tau} &= -\frac{1}{2} \frac{E_{\tau\tau}^*}{E_\tau^*}. \end{aligned} \quad (24)$$

Итак, значения трех абберационных коэффициентов второго порядка в точке временного

фокуса полностью определяются первой и второй вариациями функции E^* , т. е. конструкцией и режимом работы временной линзы, а также производной напряженности электрического поля на катоде, и не зависят от участков со стационарным полем, расположенных до и после линзы. При условии $\chi\sqrt{\delta\epsilon_z} \gg \delta\tau$ из трех рассматриваемых абберационных членов основной вклад в длительность пакета вносит член $T_{zz}\epsilon_z$, а следующим по величине является член $T_{tz}\tau\sqrt{\epsilon_z}$. Допустим, нам удалось сконструировать линзу, в которой коэффициент T_{zz} исчезает в точке временной фокусировки, т. е. согласно (24) выполняется условие $\chi E_{tz}^* + \chi_\tau E_\tau^* = -2/\chi$, тогда коэффициент $T_{tz} = 2/(\chi E_\tau^*)$ должен быть отличен от нуля. Он определяет длительность пакета

$$\delta T \approx \frac{2}{\chi E_\tau^*} \delta\tau\sqrt{\delta\epsilon_z}. \quad (25)$$

Таким образом, одновременно устранить все коэффициенты временных аббераций второго порядка невозможно. Временной разброс частиц на входе в линзу определяется преимущественно абберацией первого порядка и приблизительно равен $\delta T_2 \approx \chi\sqrt{\delta\epsilon_z}$. Это означает, что энергетический разброс в пакете после прохождения линзы равен $\delta E \approx E_\tau^* \chi\sqrt{\delta\epsilon_z}$, и формула (25) приводит к соотношению

$$\delta T \delta E \approx 2\delta\tau\delta\epsilon_z, \quad (26)$$

связывающему минимальную длительность электронного зонда δT и разброс частиц по энергии δE с длительностью освещающего фотокадод лазерного импульса и начальным энергетическим разбросом электронов.

Соотношение (26) выражает закон сохранения фазового объема для гамильтоновых систем и является крайне важным для теории временной фокусировки, поскольку определяет теоретический предел сжатия электронных пакетов. Отметим, что коэффициент 2 отражает тот факт, что фазовый объем прямоугольника $\delta T \times \delta E$ (см. рис. 5, 2) приблизительно в два раза превышает объем, занимаемый электронным пакетом. Более строгий вывод, не использующий приближения тонкой линзы, приводит к соотношению

$$\frac{\delta^2 T}{\delta\tau\delta\sqrt{\epsilon_z}} \frac{\delta E}{\delta\sqrt{\epsilon_z}} = 2,$$

которое всегда выполняется во временном фокусе второго порядка, где одновременно обращаются в нуль коэффициенты F и T_{zz} .

В этой связи нужно коснуться еще одного вопроса, а именно, каков предел длительности зонда, налагаемый волновыми свойствами электрона. Известно, что электромагнитный импульс фемтосекундного лазера обладает некогерентностью, обусловленной его очень малой длительностью. Ширина спектра такого импульса составляет $\delta\omega \approx 2\pi/\delta\tau$ и ей соответствует квантово-механическая неопределенность энергии фотона

$$e\delta\epsilon_q = \hbar\delta\omega \approx \frac{2\pi\hbar}{\delta\tau}.$$

Когда фотоны поглощаются фотокатодом, передавая свою энергию электронам, энергетическая неопределенность последних не может быть меньше этой величины, что приводит к неравенству

$$\delta T \delta E \geq 4\pi\hbar/e.$$

Величина $\delta\epsilon_q$ для фемтосекундных лазеров составляет десятые доли вольта. Например, при $\delta\tau = 20$ фс квантовая неопределенность энергии равна $e\delta\epsilon_q \approx 0,2$ эВ. В действительности фотоны выбивают электроны с различных энергетических уровней, а также имеет место потеря энергии электронами на колебаниях кристаллической решетки материала фотокадод, поэтому начальный энергетический разброс эмитированных частиц, а также длительность электронного пакета на мишени превышают квантовый минимум.

Электронно-оптическая система с временной фокусировкой и коррекцией временных аббераций второго порядка

Ниже приводится численный расчет осесимметричной электронно-оптической системы, формирующей электронный зонд с длительностью около 1 фс. Для расчета временных аббераций применен метод тау-вариаций, позволяющий эффективно вычислять коэффициенты разложения координат частиц и времени пролета по любой совокупности малых параметров. В данном случае в качестве таких параметров фигурируют время τ эмиссии электрона с фотокадод, величины $\sqrt{\epsilon_z}$ и $\sqrt{\epsilon_r}$, которые с точностью до постоянного множителя $\sqrt{2e/m}$ совпадают с осевой и радиальной компонентами начальной скорости электрона, соответственно, а также радиальная координата R_c точки старта электрона с фотокадод. С учетом симметрии системы абберационное разложение третьего порядка времени прихода частицы в произволь-

ную плоскость $z = \text{const}$ по совокупности выбранных параметров имеет вид

$$T(z, \tau, \sqrt{\epsilon_z}) = T_0(z) + F(z) \left[\tau - \frac{1}{E_0} \sqrt{\frac{2m}{e}} \sqrt{\epsilon_z} \right] + T_{zz}\epsilon_z + T_{rr}\epsilon_r + T_{tz}\tau\sqrt{\epsilon_z} + T_{tt}\tau^2 + T_{cc}R_c^2 + T_{zzz}\epsilon_z^{3/2} + T_{zrr}\epsilon_r\sqrt{\epsilon_z} + T_{tzz}\tau\epsilon_z + T_{trr}\tau\epsilon_r + T_{ttz}\tau^2\sqrt{\epsilon_z} + T_{ttt}\tau^3 + T_{cr}R_c\sqrt{\epsilon_r} + T_{tcc}\tau R_c^2 + T_{tcr}\tau R_c\sqrt{\epsilon_r} + \dots,$$

в котором мы ограничились членами до третьего порядка малости. $T_0(z)$ — время прихода главной траектории, и является функцией, обратной к (1). Остальные коэффициенты разложения определяют длительность зонда. Их также удобно вычислять как функции координаты z .

Как известно, в стационарных полях основной вклад в длительность зонда (сотни фемтосекунд) дает хроматическая aberrация первого порядка (12). Длительность импульса δt современных импульсных лазеров, как правило, существенно меньше (порядка 10 фс) и, соответственно, существенно меньшим оказывается вклад члена $F(z)\delta t$. Аналогичная ситуация наблюдается и в членах более высокого порядка: наибольший по величине вклад дают те из них, которые не содержат τ .

Чтобы получить короткий электронный зонд в плоскости мишени, необходимо в этой плоскости обратить в нуль коэффициенты при наибольших по абсолютной величине членах разложения (27). Такими коэффициентами являются F , T_{zz} и T_{rr} . Среди оставшихся членов второго порядка наибольшим является член $T_{tz}\tau\sqrt{\epsilon_z}$, который невозможно устранить одновременно с коэффициентом T_{zz} . Однако это не означает, что мы вправе пренебречь вкладом членов третьего порядка. Среди них есть члены $T_{zzz}\epsilon_z^{3/2}$ и $T_{zrr}\epsilon_r\sqrt{\epsilon_z}$, не содержащие параметра τ , в то время как оставшиеся члены второго порядка этот параметр содержат.

Приведенный ниже пример иллюстрирует возможность одновременно обратить в нуль все три коэффициента F , T_{zz} и T_{rr} в плоскости кроссовера, где сечение пучка минимально. Требование устранения продольной хроматической aberrации второго порядка T_{zz} привело к необходимости использования временной линзы с двумя диафрагмами, потенциал которых зависит от времени, причем на одной из диафрагм по-

тенциал повышается, а на другой — понижается. Скорость изменения потенциала составляет не более 10 кВ за 1 нс, что является вполне достижимым в настоящее время.

Пространственная фокусировка пакета в радиальном направлении в принципе может быть обеспечена подбором диаметров отверстий в диафрагмах или введением в оптическую систему дополнительной электростатической линзы. Однако, как показывают расчеты, в режиме электростатической фокусировки коэффициент радиальной хроматической aberrации T_{rr} резко возрастает, достигая значений в сотни фс/В. Поэтому представляется перспективным использовать магнитную фокусировку. Магнитная линза вносит гораздо меньший вклад в aberrацию T_{rr} и не оказывает влияния на коэффициенты F , T_{zz} . Последнее обстоятельство позволяет сделать прибор более простым в калибровке. Интересно, что если продольное магнитное поле пространственно совпадает с переменным электрическим, коэффициент T_{rr} , значительно возрастая в области магнитного поля, далее приобретает отрицательную производную и уменьшается по величине. Подбором конструктивных параметров оказывается возможным добиться его обращения в нуль в точке временной фокусировки.

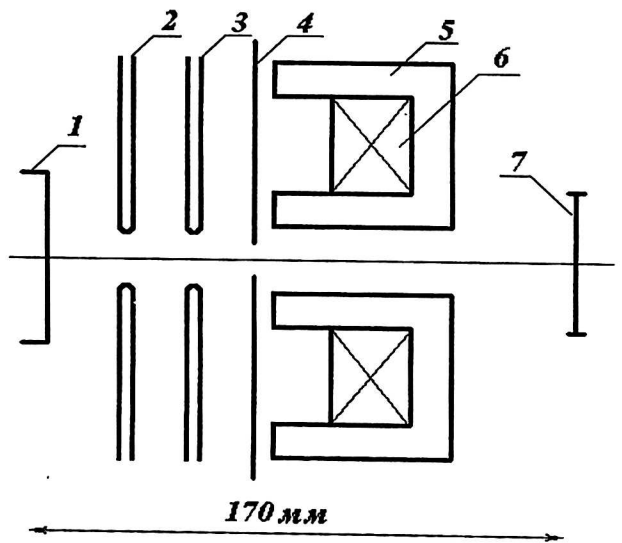


Рис. 6. Принципиальная электронно-оптическая схема устройства:

- 1 — фотокатод; 2, 3 — диафрагмы с изменяющимися во времени потенциалами; 4 — выходная диафрагма; 5 — магнитопровод; 6 — соленоид; 7 — плоскость мишени

На рис. 6 представлена принципиальная электронно-оптическая схема устройства, на рис. 7, а показаны коэффициенты aberrаций первого порядка как функции координаты z , а также время пролета $T_0(z)$ на главной траектории. Коэффициент временной aberrации первого порядка F обращается в нуль в той же точке,

что и предельная параксиальная траектория $W(z)$, определяющая положение кроссовера и электронно-оптическое увеличение. Таким образом, в рассматриваемой системе временной фокус совпадает с кроссовером системы. На рис. 7, б представлены коэффициенты временных хроматических aberrаций второго порядка T_{zz} и T_{rr} , обращающиеся в нуль в той же точке.

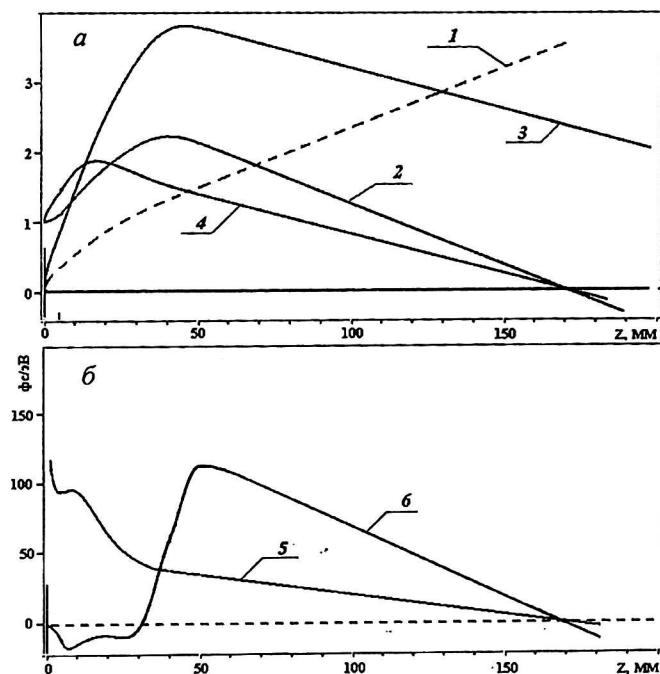


Рис. 7. Коэффициенты aberrаций первого порядка (а); коэффициенты временных хроматических aberrаций второго порядка (б):

- 1 — время вдоль главной траектории (наносекунды);
- 2 — параксиальная траектория W (безразмерная);
- 3 — параксиальная траектория V (относительные единицы);
- 4 — коэффициент F (безразмерный);
- 5 — продольная хроматическая aberrация T_{zz} ;
- 6 — поперечная хроматическая aberrация T_{rr}

На рис. 8 представлены распределения числа частиц пучка по времени прихода на мишень при старте всех частиц из одной точки в центре катода. Время по горизонтальной оси отсчитывается от момента прихода на мишень главной траектории. При относительно большой длительности лазерного импульса ($\delta t = 100$ и 50 фс) основной вклад в длительность пакета на мишени дает aberrация второго порядка $T_{zz}\tau\sqrt{\epsilon_z}$, коэффициент которой равен $T_{zz} = -0,03 \text{ В}^{-0,5}$. Длительность зонда при этом оказывается пропорциональной длительности лазерного импульса с коэффициентом пропорциональности, приблизительно равным $1/50$. Однако получить зонд длительностью существенно меньше фемтосекунды представляется затруднительным из-за наличия aberrаций третьего порядка, не зависящих от δt . В рассматриваемом случае расчетные значения этих коэффициентов равны $T_{zzz} = -3 \text{ фс} \cdot \text{В}^{-1,5}$, $T_{zrr} = 9 \text{ фс} \cdot \text{В}^{-1,5}$, и при $\delta t = 15$ фс именно их вклад является определяющим.

В заключение рассмотрим вклад aberrаций, дающих вклад в длительность зонда при конечном размере эмитирующей области катода R_c . Это в первую очередь члены $T_{cc}R_c^2$ и $T_{cr}R_c\sqrt{\epsilon_r}$, коэффициенты при которых равны $T_{cc} = -470 \text{ фс} \cdot \text{мм}^{-2}$, $T_{cr} = 230 \text{ фс} \cdot \text{мм}^{-2} \cdot \text{В}^{-0,5}$.

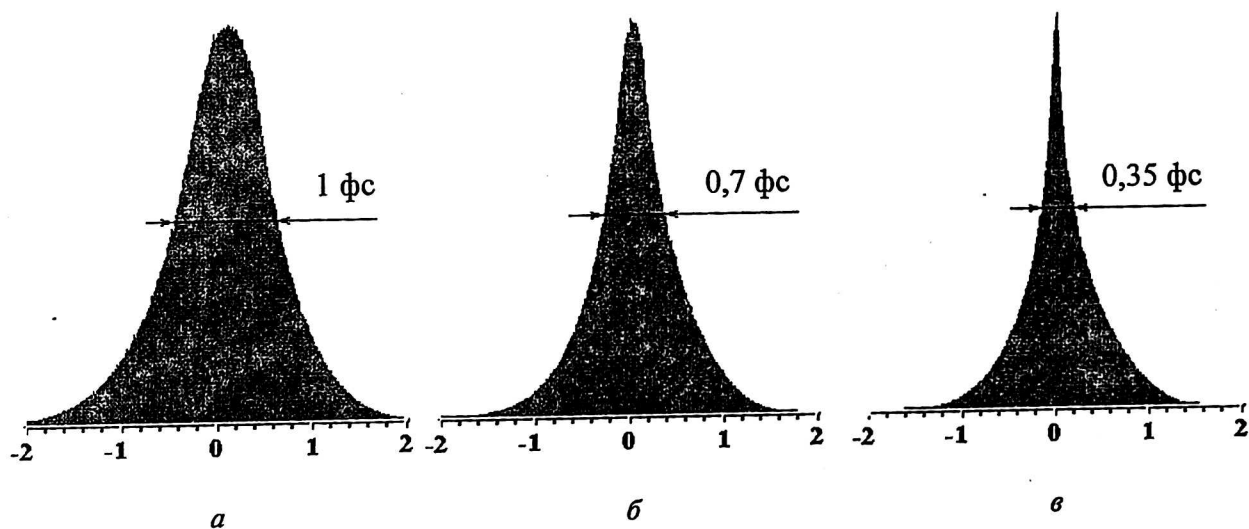


Рис. 8. Функция распределения частиц по времени прихода на мишень при максимальной начальной энергии фотозлектронов $\epsilon_0 = 0,6 \text{ эВ}$ и различных длительностях входного лазерного импульса δt : а — 100 фс; б — 50 фс; в — 15 фс

Выводы

1. Получено обобщение формулы Завойского-Фанченко на случай нестационарных электрических полей. Показано, что применение нестационарных электрических полей обеспечивает одновременную временную фокусировку первого порядка относительно разброса по осевой компоненте начальной скорости фотоэлектронов и разброса моментов времени старта фотоэлектронов с фотокатода.

2. Рассмотрена аналитическая модель временной фокусировки первого порядка в нестационарном электрическом поле, представляющем собой квадратичную потенциальную яму, движущуюся с постоянной скоростью вдоль направления распространения электронного пучка.

3. На основе метода тау-вариаций получена система двух линейных дифференциальных уравнений относительно временной aberrации первого порядка и первой вариации полной энергии частицы на главной траектории. Исследование этой системы уравнений показало, что временная фокусировка обусловлена перераспределением полной энергии частиц пакета при прохождении им области нестационарного электрического поля.

4. Проведен детальный анализ закономерностей временной фокусировки в приближении тонкой временной линзы и получена простая формула для ее фокусного расстояния.

5. Исследован вклад в длительность фотоэлектронного пакета временных aberrаций второго порядка, проанализирована возможность их частичной компенсации и рассмотрен вопрос о

квантовом пределе временного сжатия фотоэлектронных пакетов.

6. Приведены результаты расчета электронно-оптической системы с комбинированными нестационарным электрическим и стационарным магнитным полями, обеспечивающими одновременно пространственную фокусировку и временное сжатие фотоэлектронного пучка до субфемтосекундного уровня за счет частичной компенсации временных aberrаций второго порядка.

Авторы благодарны А. А. Макарову и Г. И. Брюхневичу за полезное обсуждение материалов данной работы.

Работа частично поддержана грантами РФФИ № 02-02-17548 и № 02-02-39017.

Литература

1. Williamson J. C., Dantus M., Kim S. B. and Zewail A. H. // *Chemical Physics Letters*, 1992. V. 196 (6). P. 529–534.
2. Courtney-Pratt J. S. // *Research*. 1949. № 2. P. 287.
3. Kovtoun S. V. // *Rapid Communications in Mass Spectrometry*. 1997. V. 11. P. 433–436.
4. Завойский Е. К., Фанченко С. Д. // *ДАН СССР*. 1956. Т. 108. № 2. С. 218–221.
5. Монастырский М. А., Щелев М. Я. // *ФИАН СССР*. — М., 1980 (препринт).
6. Monastyrski M. A., Degtyareva V. P., Schelev M. Ya. and Tarasov V. A. // *Nuclear Instruments & Methods in Physics Research*. 1999. V. A 427. P. 225–229.
7. Holst G., de Boer J. H., Teves M. C., Veenemans C. F. // *Physica*. 1934. № 1. P. 297.

Formation of sub-femtosecond photoelectron bunches in time-dependent electric fields

S. V. Andreev, M. A. Monastyrski, V. A. Tarasov, M. Ya. Schelev
General Physics Institute, Russian Academy of Science, Moscow, Russia

D. E. Greenfield
ORION Federal Research-and-Production Association, Moscow, Russia

In the paper new theoretical aspects of temporal focusing of photoelectron bunch in time-dependent fields are elucidated. The results of computer modeling on electron-optical system with combined time-dependent electric and static magnetic fields which ensure both spatial focusing of the bunch and its temporal compressing up to the sub-femtosecond level are presented.