УДК 681.178

"Физическая" теорема Нётер в фотонике и computer science. Часть I*

П. А. Правильщиков

ФГУП «Научно-производственное объединение "Орион"» — государственный научный центр Российской Федерации, Москва, Россия

"По-видимому, физика слишком трудна для физиков"
Д. Гильберт

Утверждается, что единство различных областей знания может быт установлено, в частности, на основе использования одного и того же математического формализма, например, на основе путезависимого формализма, вариационных принципов и известной "физической" теоремы Нётер. Изложен дискретный путезависимый формализм D-алгоритмов, основанных на структурном законе выбора тестов и исчислении кубических комплексов. Показано, как с помощью ЭВМ используется этот формализм для решения логических и других уравнений, а также для построения тестов. Особое внимание уделено возможности использования этого формализма для описания и объяснения корреляционных экспериментов в фотонике и квантовой механике.

В науке единство различных областей знания базируется не только на общей "*понятийной сетке*", но часто и на использовании одних и тех же количественных отношений или математических формализмов, которые почти без изменения используются в разных дисциплинах. При этом иногда, по словам А. Эйнштейна, имеется "*поразительная возможность овладеть предметом математически, не понимая существа дела*". Под математикой здесь имеется в виду не элементарная арифметика, а достаточно сложный математический аппарат: бинарные отношения, математическая логика, некоторые базовые соотношения теории вероятностей, "*физические*" теоремы, законы и принципы, выраженные в математической форме, а также некоторые виды исчисления дискретной математики, включая и алгоритмы, основанные на них. Так, например, при описании движения часто пользуются понятием действия, вариационными принципами, понятием группы и известной теоремой Нётер, которая устанавливает связь между свойствами симметрии физической системы и законами сохранения. В соответствии с теоремой Нётер, если известны свойства симметрии системы, то для нее могут быть найдены законы сохранения и наоборот**. Иногда, в той или иной относительно молодой научной дисциплине, бывают ситуации, когда не известны ни свойства симметрии физической системы, ни законы сохранения для нее. Подобная ситуация была и в *computer science****, где до работ автора [1—3] процесс вычислений, процесс решения уравнений с помощью ЭВМ на основе упорядоченного ("*регулярного*") перебора как специфическая форма движения не рассматривался. Поэтому и отсутствовала потребность в упомянутом аппарате для описания этого специфического движения. Как следствие, часто формулировалась, например, проблема минимизации длины теста, а затем разрабатывались соответствующие алгоритмы построения минимальных тестов, но не ставилась проблема минимизации времени их вычислений, а это ключевая проблема для всей дисциплины, т. е. всей информатики.

Встречаются также ситуации, когда известен закон сохранения, но неизвестны свойства симметрии системы, а без этого часто остается неизвестной природа этих законов. Примером может служить ситуация в теории элементарных частиц, где известен *закон сохранения лептонного заряда*, но неизвестна его природа. Если удастся установить природу этого закона (а для этого, следует установить свойства симметрии *процессов*, которые проходят в "*лептонных*" реакциях), то это позволит пролить свет на новые свойства электрона и его взаимодействие с фотонами. Для фотоники это имело бы большое значение, так как именно эта научно-техническая дисцип-

* Часть II данной статьи будет опубликована в № 1 за 2006 г.

** Про "*наоборот*" часто забывают даже опытные исследователи. Забывают, что если известен *закон сохранения*, то можно найти свойства симметрии физической системы. Знание свойств симметрии может помочь при определении природы или интерпретации того или иного закона сохранения, так как иногда, овладев предметом математически, легче понять и существо дела.

*** Иногда англоязычный термин "*computer science*" переводят на русский язык словом "*информатика*", но многим специалистам, в том числе и автору, такой перевод не нравится.

лина исследует физические принципы использования света в системах приема, переработки, хранения, передачи и отображения информации [4]. Таким образом, фотоника, с одной стороны, включает в себя знания современной оптики, физики соединений и физики твердых сплавов, необходимые для разработки фотоэлектронной аппаратуры, а с другой — знания, накопленные информатикой и связанные с обработкой, хранением, передачей и отображением информации. Примером фотоэлектронной аппаратуры могут служить матричные фотоприемники, предназначенные для функционирования в инфракрасном диапазоне [5]. Фотоприемники выступают датчиками сигналов, которые в дальнейшем подлежат обработке, хранению, передаче и/или отображению, например на дисплее. В этом фотоника сходится (т. е. имеет общую область исследований) с *computer science*: для решения многих современных проблем фотоники большое значение имеет цифровая обработка сигналов.

Наконец, в физике и в фотонике часто имеет место ситуация, когда известны свойства симметрии системы, но не найдены законы сохранения ("*не дошли руки*"). Особенно часто такие ситуации возникают вместе с открытием новых физических явлений. К такой ситуации мы еще вернемся в связи с новыми опытными данными, полученными в так называемых *корреляционных экспериментах* [6—23]. Здесь же заметим, что математический аппарат современной физики и, в частности классической и квантовой механики, нарабатывался веками. В XIX веке немало сделал для развития математического аппарата современной физики и Э. Галуа — один из создателей теории групп, без которой невозможно представить поиск и обнаружение всевозможных симметрий в физике и других дисциплинах. Важное событие произошло в 1918 г., когда была сформулирована и доказана упомянутая выше *теорема Нётер*. Эта теорема утверждает, что для всякой физической системы, для которой уравнения движения могут быть получены из *вариационного принципа*, каждому однопараметрическому непрерывному преобразованию, оставляющему *вариационный функционал* инвариантным, соответствует один дифференциальный закон сохранения [24]. Совокупность однопараметрических непрерывных преобразований вместе с операцией их композиции обычно образует некоторую группу (например, *группу Лоренца, группу Пуанкаре* или *группу путей* [25], а в некоторых дискретных случаях и *симметрическую группу* S_n [3]).

В методологическом плане *теорема Нётер* является самым универсальным средством, позволяющим находить *законы сохранения* в классической и квантовой механике, в теории поля и других отраслях научного знания, так как позволяет явно выписать сохраняющуюся величину. Наиболее часто в качестве *вариационного принципа* при использовании *теоремы Нётер* выступает *принцип наименьшего действия*. В световой оптике используется его частный случай — *принцип наименьшего времени* (*принцип Ферма*)*. В естественных и научно-технических отраслях знания сочетание вариационных принципов, теории групп и теоремы Нётер образует некоторый математический *путезависимый формализм* [25], позволяющий осуществить количественное описание самых разных форм движения. Этот формализм позволяет получить достаточно полное описание движения физической системы даже в тех случаях, когда описание на основе динамических законов либо невозможно, либо слишком сложно, т. е. тогда, когда лапласовский детерминизм с его абсолютизированным *принципом причинности* практически не применим. В этом отношения ярким примером служит квантовая электродинамика (КЕД).

После некоторой модификации путезависимого формализма — модификации, связанной с применением дискретной математики, — этот формализм удалось применить и для описания вычислительного процесса при решении систем различных уравнений. Применение дискретной математики в путезависимом формализме объясняется тем, что вычислительный процесс является дискретным процессом и может рассматриваться только как дискретное движение — движение в некотором лабиринте [1—3]**. После удачного применения модифицированного дискретного путезависимого формализма в *computer science* стало ясно, что он может быть применен также и для количественного описания новых физических явлений и новых форм движения в физике. Напомним, что начиная с конца шестидесятых годов прошлого века в физике появились новые опытные факты, связанные с тем, что получило в дальнейшем такие названия, как "*корреляционные эксперименты*", "*сцепленное*" (или "*перепутанное*") состояние квантовой сис-

* Здесь уместно напомнить, что *принцип Ферма* утверждает: при движении из точки А в точку В в среде с переменным коэффициентом преломления луч света (*фотон*) выбирает путь с наименьшим временем. При этом, как утверждает квантовая механика, в частности КЕД, фотон движется одновременно по всем возможным траекториям (путям). Подчеркнем, что в электронной и ионной оптике, где изучаются законы распространения пучков заряженных частиц — электронов и ионов — принцип наименьшего действия столь же универсален, как и принцип Ферма в световой оптике.

** Такой лабиринт можно назвать *вычислительным*. В случае построения тестов его называют *диагностическим лабиринтом*. Последний является частным случаем *вычислительного лабиринта* — см. далее.

темы, “*квантовая телепортция*”* и др. Новые факты позволяют с совершенно других позиций взглянуть на *принцип Ферма* и *теорему Нётер*, а также основанный на них путезависимый формализм. С этих позиций следует взглянуть и на изучение движения в пространстве путей вычислительного лабиринта и прежде всего на движение по минимальным маршрутам в таких лабиринтах, образующихся при решении различных задач в *computer science.* Поэтому здесь сначала будет рассмотрено использование путезависимого формализма, основанного на принципе Ферма, теории групп и теореме Нётер для описания вычислительного процесса, т. е. для описания движения в некотором вычислительном лабиринте. Такой подход имеет большое практическое значение, в частности, для создания сопроцессоров персональных компьютеров (ПК) с новой архитектурой. Уже сейчас такие сопроцессоры могут обладать потенциально неограниченной производительностью [3] и конкурировать в процессах решения систем различных уравнений с современными кластерами (суперкомпьютерами). Могут они служить и дополнением существующих возможностей ПК (и тех же кластеров) при решении сложных задач цифровой обработки сигналов.

С другой стороны, использование дискретного путезависимого формализма может помочь в решении проблем корреляционных экспериментов при описании квантовых объектов в сцепленном состоянии. Это позволило бы создать новую элементную базу для квантовых компьютеров с потенциально неограниченной тактовой частотой. Более того, на основе квантовой телепортации, как полагают некоторые специалисты, можно осуществить и квантовые телекоммуникации со сверхсветовой скоростью [23]. Отметим, что некоторые специалисты считают создание “*сверхсветового телеграфа*” [26], сверхсветовой компьютерной почты, невозможным делом [27]**. В противоположность этому мнению автор согласен с другими физиками [17—23, 26], для которых “*идея о том, что информация распространяется со сверхсветовой скоростью, а priory не кажется абсурдной*” и “*сверхсветовая связь является необходимой*” [26]. *«Мы находимся только в начале пути»* [23], а ученые и инженеры уже преодолевают стоящие на этом пути препятствия***.

Тот же самый путезависимый формализм с переходом на параллельные вычисления с механизмом гипермассового параллелизма [3] можно использовать для организации вычислительного процесса в новой форме. В такой форме движение, т. е. вычислительный процесс, должно подчиняться *принципу Ферма.* Для этого необходимо перейти к новому виду архитектуры компьютеров — архитектуры, которая дает возможность получения эффективного параллельного решения разных задач, например эффективного решения различных видов уравнений. Но сначала следует поставить вопрос: *чем же не устраивают нас существующие вычислительные процессы и существующая последовательная и параллельная архитектура вычислительных систем*? Отвечая на этот вопрос, подчеркнем, что архитектура однопроцессорных ЭВМ, в частности архитектура ПК, позволяет осуществлять только последовательное выполнение команд в процессе решения той или иной задачи. Решение сложных переборных задач с использованием таких компьютеров, как показывают асимптотические оценки, может длиться десятилетия (и даже столетия). Потребность же в быстром решении таких задач с использованием высокопроизводительных вычислений в наукоемких отраслях промышленности, биотехнологиях, ме-

* Термин *“entangled state”*, используемый в зарубежных статьях, в отечественных работах переводят как *сцепленное* (или *перепутанное, спутанное*) состояние. Основным свойством сцепленной пары фотонов или пары фотонов в сцепленном состоянии является принципиальная невозможность определить состояние каждого из фотонов пары по отдельности. Термин “*телепортация*” обычно понимается как способность путешествовать путем исчезновения здесь и возникновения (без потери времени) в некотором определенном месте. Под *“квантовой телепортацией”* понимается мгновенная передача импульса одного из сцепленных фотонов другому. независимо от расстояния между ними [20, 21]. Список литературы по проблеме "*квантовой телепортации*" в настоящее время насчитывает сотни статей. И большинство публикаций, учитывая новизну и сложность проблемы, трактует факты по-разному.

** В истории науки и науковедении подмечено, что существует роковая неумолимость: чем крупнее открытие и значительнее грозящие перемены в науке, тем отчаяннее сопротивление, обрекающее новое на бесплодное существование в ранге невостребованных знаний. И более всего удивительно, что часто сами авторы открытий не могут оценить и понять их значения — значения, содеянного ими, объявляя войну против практического использования собственных идей. Так, например, известно, что после экспериментального обнаружения электромагнитных волн Г. Герцем, нашлось немало энтузиастов, готовых осуществить на деле новую систему связи — без столбов, без проводов и кабелей. Удивительнее всего то, что против практической реализации своего открытия выступил ... сам Г. Герц. Он обнародовал расчеты, которые должны были *“доказать”*, невозможность беспроволочной передачи сигналов. Более того, ученый заявил, что найденные им электромагнитные волны вообще никогда не найдут какого-либо практического применения. Он даже просил Дрезденскую палату коммерции, от которой зависело финансирование научных работ, запретить исследования радиоволн как бесполезные. (*Сухотин А. К.* Превратности научных идей. — М.: “Мол. гвардия”, 1991. С. 10.).

*** В июне 2004 г. промелькнуло сообщение агентства AFP, что объединенная группа американских и австрийских ученых сделала новый значительный шаг вперед по пути мгновенной передачи огромных количеств информации. Совместными усилиями им удалось передать на расстояние полную информацию об атоме — его энергии, движении, магнитном поле. В результате возникла точная копия исходного атома. По существу это и означает, что американские и австрийские физики на созданной ими специальной установке осуществили квантовую телепортацию атома на значительное расстояние.

дицине, цифровой обработке сигналов, генетике, геологоразведке, для контроля окружающей среды, прогноза погоды и многих других очень высока. Так, для решения систем сложных дифференциальных уравнений *математической физики* при расчетах ядерных взрывов и для моделирования ядерного оружия требуется необычайно много машинного времени. Есть и другие сложные задачи, которые сводятся к решению систем уравнений и для решения которых требуется не меньшее время*.

Опыт проектирования и эксплуатации компьютеров с механизмом общего или массового параллелизма, а также исследования в области *computer science* показали, что подобные вычислительные системы обладают существенными недостатками (особенно при выполнении большого числа мелких, побитовых (*fine-grain*) операций):

- проблема *"ленивых"* процессоров (т. е. не работающих в данный момент процессоров);
- проблема повторных вычислений;
- проблема связности [3].

Названные проблемы и некоторые другие, не упомянутые здесь, приводят к тому, что увеличение числа процессоров в системах с механизмом общего и массового параллелизма становится не эффективным: стоимость системы растет значительно быстрее, чем ее производительность. Необходима новая архитектура вычислительных систем для качественно новой организации параллельных вычислений на базе нового уровня интеграции БИС**. Новые формы организации вычислительного процесса и новую архитектуру ЭВМ подсказывает характер движения фотона и новый дискретный путезависимый формализм. Движение фотонов подчиняется *принципу Ферма*, так как при перемещении из точки А в точку В фотон одновременно (т. е. параллельно) движется по всем возможным путям, так он и *"выбирает"* путь с наименьшим временем движения. Подобным же образом может быть организовано и решение различных систем уравнений. Например, в процессе построения тестов для цифровых БИС, когда этот процесс одновременно, т.е. параллельно, выполняется для всех возможных (*виртуальных*) существенных путей (см. далее). С другой стороны, изучение параллельного движения в *computer science* позволяет лучше понять и смоделировать некоторые свойства тех квантовых объектов, для описания движения которых используется путезависимый формализм [25].

В *computer science* относительно давно было установлено, что процесс решения проблем человеком, т. е. движение к некоторой поставленной цели, может быть представлено как движение по некоторому дереву — дереву подцелей. Такое дерево часто называют также лабиринтом Λ [28]***. В частности, *лабиринтной моделью* может быть представлено решение NP-*полных* (переборных) задач, а также решение путем регулярного перебора систем различных уравнений. В работах [1—3] было показано, что и в области *computer science процессы* построения тестов, *процессы* диагностического моделирования и *процессы верификации* БИС являются процессами решения систем различных уравнений и могут быть представлены как движение в *вычислительном* (в частности *диагностическом*) *лабиринте* Λ^{∂} [1—3]. Чтобы проиллюстрировать сказанное, рассмотрим простейшее алгебраическое уравнение:

$$x^2 - 12x - 28 = 0. \quad (1)$$

Решение данного уравнения возможно различными способами. Например, решение (1) может быть осуществлено с помощью обычной школьной формулы:

$$x_{1,2} = -\frac{12}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{12}{2}\right)^2 + 28}; \quad (2)$$

$$x_1 = 6 + 8 = 14; \quad x_2 = 6 - 8 = -2. \quad (3)$$

Решение уравнения (1) может быть получено и с помощью различных вариантов перебора. При этом можно выделить две задачи — *прямую* и *обратную*. *Прямая* задача состоит в определении для заданного значения переменной x (например, для $x = 10$ или для $x = 14$) справедливости рассматриваемого уравнения. При $x = 10$ уравнение (1) не выполняется: $100 - 120 - 28 \neq 0$. При $x = 14$ уравнение (1) выполняется: $196 - 168 - 28 = 0$. *Обратная* задача состоит в нахождении, в частности, путем упорядоченного перебора значений переменной x, при котором данное уравнение выполняется. В этом случае на практике еще до начала процесса перебора

* Например, для тестирования по всем возможным путям передачи управления в программном обеспечении системы наведения одной из модификаций американской баллистической ракеты "Титан " потребовалось бы 60 000 ч машинного времени (≈ 7 лет) — см. кн. *Майерса Г.* "Надежность программного обеспечения". — М.: Мир, 1980. С. 178—179.

** Рост уровня интеграции БИС происходит в соответствии с эмпирическим *законом Мура*: каждые полтора года уровень интеграции удваивается (т. е. удваивается число транзисторов или вентилей в БИС). Эмпирический *закон Мура* — единственный закон, который до работ автора был известен в *computer science*.

*** Подчеркнем, что движение в лабиринте практически не изучалось ни математикой, ни физикой, в частности теоретической механикой, которая считала такое движение редким и не характерным ни для природы, ни для техники. Не изучалось движение в лабиринте и собственно *computer science*, так как большинство специалистов в нашей области математики, исповедующие математический идеал научности знания. У многих "*чистых*" математиков возникают определенные трудности при исследовании движения.

часто задается некоторая подобласть области определения величины x. Например, такой подобластью может быть целочисленный отрезок: $-15 \le x \le 15$, т. е. заранее может быть получено множество M целых чисел: $M = \{x_i\} = \{-15, -14, -13, -12, -11, -10, -9, -8, -7, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15\}$; $|M| = 31$. Заметим, что сжатие или сокращение области определения переменной x может быть выполнено и до некоторой значительно меньшей подобласти $\widetilde{M}$. Однако здесь с целью экономии объема статьи это не сделано: определение множества M является отдельной проблемой, для решения которой уже предложены разные алгоритмы, которые здесь не рассматриваются. *Обратная задача* в рассматриваемом случае может быть решена разными способами, в частности, и путем многократного решения *прямой задачи* для всякого значения $x_i \in M$ (или $\widetilde{M}$). Таким образом, осуществляется перебор всех значений $x_i \in M$, поэтому этот процесс и называется *процессом перебора,* а точнее *процессом выбора* значений x_i, для которых выполняется уравнение (1). В результате будут получены те же два значения для x_1, и x_2, что и в (3). Здесь уместно заметить, что возможны и другие формы *процесса перебора* — другие рецепты и правила перебора.

На первый взгляд кажется, что решение *обратной задачи* с использованием радикалов в выражении (2) значительно менее трудоемкий процесс, чем решение той же задачи путем перебора. Действительно, для решения таких школьных уравнений, как уравнение (1), использование радикалов вполне оправдано и не требует применения вычислительной техники. Однако вся беда в том, что за пределами школы встречаются задачи, приводящие к уравнениям, которые неразрешимы в радикалах*. Так, например, любой сеточный метод для решения дифференциальных уравнений математической физики приводит к большим системам линейных алгебраических уравнений. Например, в случае многомерных стационарных задач число уравнений достигает порядка 10^4—10^6 [29]. Использование же *итерационных методов* для решения таких многомерных сеточных задач, по сути, представляет собой одну из разновидностей перебора, хотя и с некоторыми ограничениями, сокращающими этот перебор. Эти ограничения приблизительно такие же, как и ограничения или сжатие области определения для переменной x в уравнении (1).

Упорядоченные процессы перебора при решении уравнений выполняются в соответствии с тем или иным предписанием, которое и называют вычислительным алгоритмом. В настоящее время существует достаточно много полных и эвристических алгоритмов *регулярного* перебора для решения систем различных уравнений (логических, алгебраических, дифференциальных, интегральных и интегродифференциальных). К решению подобных систем уравнений, имеющих большую размерность, сводятся многие задачи в различных областях знания. К сожалению, и так сложилось исторически со времен СССР, в нашей *"диссертационной"* науке решение уравнений с использованием прямого перебора не пользуется популярностью. В области *computer science* в России превалирует математический идеал научности знания. Критериями научности для этого идеала являются: аподиктичность, лабильность, непротиворечивость, полнота и независимость выбранных аксиом, стремление к поиску исчерпывающего решения [30]. Отсюда все логически возможные алгоритмы решения уравнений должны быть тщательно логически обоснованы в рамках той или иной теории и ведут, как правило, не к приемлемому для практики решению, а к исчерпывающему оптимальному решению, которое для большинства практических задач не достижимо вследствие их размерности.

Например, при решении систем логических уравнений строят минимальные по длине тесты T_{min}. Подобные алгоритмы напоминают алгоритмы решения простых школьных уравнений с помощью радикалов: они применимы к небольшим учебным примерам. Однако далеко не все логически возможные и строго обоснованные алгоритмы — алгоритмы, обоснованные логико-математическими теориями, удовлетворяющими математическому идеалу научности знания, могут пройти экспериментальную апробацию в процессе решения реальных задач с учетом размерности решаемых уравнений, с учетом быстродействия и объемов памяти существующих вычислительных средств. Многие из таких логически возможных и строго обоснованных алгоритмов практически неприменимы, т. е. не отвечают одному из требований физико-технического идеала научности — требованию эмпирической оправдываемости [30]. Они не удовлетворяют и другому требованию физико-технического идеала — требованию предвидения: на их основе невозможно спроектировать новые технические средства вычислительных систем — средства, которые бы сделали обоснованные алгоритмы применимыми для решения встречающихся на практике задач.

Для многих *"чистых"* математиков главное — это создать логически непротиворечивую математическую теорию, строго обосновывающую некий логически возможный алгоритм решения какого-либо вида уравнений (например логических). В качестве примера таких логико-

* Еще в первой половине XIX века норвежский математик Н. Х. Абель, а за ним и французский математик Э. Галуа показали, что уравнения выше 4-й степени в общем случае не разрешимы в радикалах.

математических теорий можно привести общую теорию тестов [31], теорию логических экспериментов с конечными автоматами [32] или теорию автоматического доказательства корректности программ [33]. Однако инженерная практика показывает, что строго обоснованные упомянутыми теориями алгоритмы не применимы из-за размерности встречающихся задач*. Однако, как думают многие *"чистые"* математики, после того, как *"хрустальные дворцы мыслей"* логических теорий уже построены, все остальное — дело вычислительной техники и программистов. А если современная вычислительная техника не способна реализовать их алгоритмы, то тем хуже для этой техники. При этом они ссылаются на вычислительную технику будущего. Однако можно предположить, что в будущем появятся и более эффективные алгоритмы, применимые на практике.

В вычислительной математике существует общепринятая, сложившаяся парадигма. В соответствии с ее нормами процесс перебора, процесс вычислений как процесс движения — движения в вычислительном лабиринте — *"чистыми"* математиками в *computer science* не рассматривается**. Но несмотря на это процесс вычислений, процесс перебора, выполняемый тем или иным вычислительным алгоритмом, представляет собой перемещение в некотором лабиринте (отображается лабиринтом). Другими словами, процесс решения уравнений путем перебора есть некоторая форма *движения*. И это *движение* для случая решения сложных задач с использованием ЭВМ можно изучать, анализировать, исследовать, привлекая и иногда модифицируя упомянутый выше математический формализм, выработанный физиками для описания движения.

В связи с этим здесь уместно напомнить понятие *действия* и привести выражения для *гамильтониана* и *лагранжиана* в виде конечных сумм: в *computer science* приходится иметь дело с дискретной математикой и движением в пространстве дискретного лабиринта, т. е. с дискретным движением. Итак, *действие* — это фундаментальная физическая величина, имеющая размерность произведения энергии на время и являющаяся одной из существенных характеристик движения системы, полностью определяющей ее динамику**. Для механической системы *действие* обладает следующим важным свойством. Если рассмотреть некоторую совокупность возможных движений этой системы между двумя ее положениями, то истинное (т. е. фактически происходящее) движение системы будет отличаться от этих возможных движений тем, что для него значение *действия* является наименьшим. Это свойство в физике, и, в частности в механике, носит наименование *принципа наименьшего действия*. Используя его, можно найти уравнения движения механической системы и изучить это движение. В зависимости от свойств механической системы и применяемого метода изучения ее движения рассматривают разные выражения для величины действия. Если какой-нибудь промежуток времени $t - t_0$ разбить на очень малые интервалы Δt_i и для каждого интервала вычислить так называемую функцию Лагранжа

---

* В физике о подобных логико-математических теориях А. Эйнштейн писал: "Само по себе логико-математическое теоретизирование, каким бы ярким оно ни было, еще не гарантирует истинности, и самая изящная логическая теория в естественных науках ничего не стоит без сравнения ее с результатами наблюдений и экспериментов". В этой связи заметим, что и в *computer science* для проверки логических теорий использовались вычислительные эксперименты, которые и показали их неприменимость на практике.

** Повторим, что в отличие от физиков многие *"чистые"* математики не любят исследовать непосредственно *движение*, так как оно внутренне противоречиво: движущееся физическое тело одновременно находится в некоторой заданной точке и не находится в ней. Такая противоречивость движения не согласуется с одним из главных критериев математического идеала научности знания — требованием непротиворечивости математических рассуждений. Поэтому *"чистые"* математики, работающие в *computer science*, любят, чтобы кто-то проделал за них *"грязную работу"* по созданию непротиворечивой модели движения, а уж после этого можно будет строить "хрустальные дворцы мыслей". В этой связи уместно вспомнить высказывание академика Мандельштама *"Если бы науку с самого начала двигали такие точные и строгие умы, которыми обладают некоторые современные математики, которых я очень уважаю, точность не позволила бы двигаться вперед"*. Справедливости ради следует вспомнить, что и некоторые физики не дооценивали и пренебрегали рассмотрением движения в процессе эксперимента. Достаточно вспомнить неудачу швейцарского физика Колладона открыть явление электромагнитной индукции и соответствующий закон, который позднее стали называть законом Фарадея. Как свидетельствуют летописи науки, Колладон недооценил именно движение (возможно даже из-за случайного стечения обстоятельств). Это и помешало ему совершить открытие электромагнитной индукции, хоть и начал он работать в этом направлении почти одновременно с Фарадеем (и даже немного ранее). Пытаясь с помощью магнита получить ток в катушке, он пользовался гальванометром, легкая магнитная стрелка которого помещалась внутри катушки прибора. Чтобы магнит, вдвигаемый в подопытную катушку, не оказывал непосредственного влияния на стрелку, концы проводника подопытной катушки, в которую Колладон вдвигал магнит, надеясь получить ток, были выведены в соседнюю комнату и там присоединены к гальванометру. Вставив магнит в катушку, Колладон шел в соседнюю комнату и с огорчением убеждался, что гальванометр не показывает тока. Стоило бы ему все время наблюдать за гальванометром, а кого-нибудь попросить заняться магнитом, замечательное открытие было бы сделано им. Но этого не случилось: покоящийся относительно катушки магнит не вызывает в ней тока. Открытие электромагнитной индукции было сделано М. Фарадеем 31 августа 1831 г. Фарадей додумался до главного: только движущийся магнит или изменяющееся во времени магнитное поле может возбудить ток в катушке. Если рассматривается постоянный магнит, вдвигаемый в катушку, то именно движение магнита в катушке может вызвать ток.

** См., например, учебник Тарг С. М. Краткий курс теоретической механики. — М.: Физматгиз, 1958. — 400 с. См. также с. 642—644 в кн. Лурье А. И. Аналитическая механика. — М.: Физматгиз, 1961. — 824 с.

$$L_i = T_i - \Pi_i,$$

где T_i и Π_i — средние значения кинетической и потенциальной энергии системы за время Δt_i, то величина S^*, равна сумме произведений $L_i{\cdot}\Delta t_i$:

$$S^* = \Sigma\ L_i{\cdot}\Delta t_i \tag{4}$$

и называется *действием по Гамильтону* (или *гамильтонианом*) за промежуток времени $t - t_0$. Эта величина входит в выражение *принципа наименьшего действия* в форме Гамильтона-Остроградского.

Вычисленная аналогичным образом величина

$$W = \Sigma\ 2{\cdot}T_i{\cdot}\Delta t_i \tag{5}$$

называется *действием по Лагранжу* (или *лагранжианом*) за промежуток времени $t - t_0$ и входит в выражение *принципа наименьшего действия* в форме Мопертюи-Лагранжа. Равенства (4) и (5) определяют значения гамильтониана S^* и лагранжиана W тем точнее, чем меньше интервалы времени Δt_i. В случае *непрерывного* движения системы точные значения величин S^* и W получают при переходе к пределу и даются интегралами

$$S^* = \int_{t_0}^{t} L dt; \qquad W = \int_{t_0}^{t} 2T dt\cdot$$

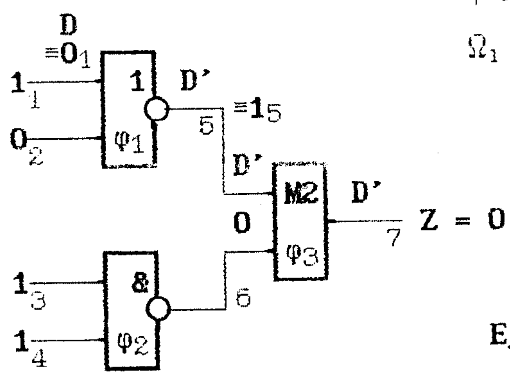
Подчеркнем, что помимо классической механики понятием о действии пользуются в теории упругости, электродинамике, термодинамике обратимых процессов, в квантовой механике. Повторим, что этим понятием пользуются и в электронной и ионной оптике.

Как уже отмечалось выше, частным случаем *принципа наименьшего действия* является *принцип* Ферма. Наиболее просто проиллюстрировать применение этого *принципа* в *computer science* при решении уравнений путем перебора можно, если в качестве примера для описания движения использовать диагностический лабиринт — лабиринт, который отображает процесс решения системы логических уравнений в технической диагностике* при построении тестов для дискретных *комбинационных устройств* (КУ). Для описания таких устройств применяется математический аппарат формальной логики — булева алгебра. Теперь рассмотрим *логическую сеть* достаточно простого КУ на рисунке. Каждый логический элемент этой схемы реализует некоторую логическую функцию, которая может быть задана аналитически в виде логической формулы либо задана таблично (табл. 1—3).

* *Техническая диагностика* — одна из нескольких современных дисциплин, которые и образуют *computer science*. Предметной областью *технической диагностики* являются процессы диагностирования, т. е. процессы обнаружения и поиска неисправностей, а также ошибок проектирования и разработки в технических объектах разных классов для автоматизации этих процессов.

$$\mathbf{TC_Q} = \overset{1}{\mathbf{D}}\ \overset{2}{\mathbf{0}}\ \overset{3}{\mathbf{1}}\ \overset{4}{\mathbf{1}}\ \overset{5}{\mathbf{D'}}\ \overset{6}{\mathbf{0}}\ \overset{7}{\mathbf{D'}}; \quad \Omega = \{\omega_r\} = \{\equiv 0_1, \equiv 1_1, \equiv 0_2, \equiv 1_2, \equiv 0_3, \equiv 1_3, \equiv 0_4, \equiv 1_4,$$
$$\equiv 0_5, \equiv 1_5, \equiv 0_6, \equiv 1_6, \equiv 0_7, \equiv 1_7\}.$$

$$\mathbf{n = 4; \quad m = 1.}$$



$$|\ \Omega\ | = \mathbf{2N = 14}; \qquad X_i = \langle \overset{1}{1}\ \overset{2}{0}\ \overset{3}{1}\ \overset{4}{1} \rangle;$$

$$\Omega_1 = \{\omega_r\} = \{\equiv 0_1, \equiv 0_3, \equiv 0_4, \equiv 1_5, \equiv 1_6, \equiv 1_7\}.$$

$$\Omega_i \subset \Omega; \qquad \forall \omega_r \in \Omega_i\ [X_i = X_{i,}\omega_r].$$

$$\mathbf{Cx_0} = \mathbf{Cx_0}(V_{лс}, E_{лс}), \quad \text{где}$$

$$\mathbf{V_{лс}} = \{\varphi_k\} = \{\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3\};$$

$$\mathbf{K} = |\mathbf{V_{лс}}| = \mathbf{3};$$

$$\mathbf{E_{лс}} = \{\mathbf{d_j}\} = \{\mathbf{d_1, d_2, d_3, d_4, d_5, d_6, d_7}\};$$

$$\mathbf{N} = |\mathbf{E_{лс}}| = \mathbf{7}.$$

Пример логической сети КУ ("сквозной" пример, используемый в обеих статьях данной работы, см. также статью автора в № 1 за 2006 г.

Таблица 1

ИЛИ-НЕ

№	1	2	5
1	0	0	1
2	0	1	0
3	1	0	0
4	1	1	0

Таблица 2

И-НЕ

№	3	4	6
1	0	0	1
2	0	1	1
3	1	0	1
4	1	1	0

Таблица 3

М2

№	5	6	7
1	0	0	0
2	0	1	1
3	1	0	1
4	1	1	0

На выходе 7 КУ (см. рисунок) также реализуется логическая функция $z = f(x_1, x_2, x_3, x_4)$:

$$z = (x_1 \vee x_2)' \otimes (x_3 \cdot x_4)' \quad \text{или}$$

$$z = x_1'x_2'x_3x_4 \vee x_1x_3' \vee x_2x_3' \vee x_1x_4' \vee x_2x_4'.$$

Теперь следует напомнить, что математической моделью физической неисправности *"обрыв проводника"* или же *"короткое замыкание"* в узле r КУ как раз и является одиночная константная неисправность ω_r ($\omega \in \{0,1\}$, $r = \overline{1, N}$, где N — число *дуг* в *логической сети* — см. рисунок, где $N = 7$). Для определенности скажем, что неисправности "*обрыв проводника*" соответствует $\omega_r = {\equiv}0_r$, а неисправности *"короткое замыкание"* — $\omega_r = {\equiv}1_r$. Заметим, что *логическая сеть* является математической (графической) моделью КУ. Пусть в этом устройстве имеется одиночная константная неисправность $\omega_r = {\equiv}0_1$, т. е. неисправность типа обрыв проводника на внешнем входе 1 КУ ($r = 1$). Тогда *прямая задача* формулируется так: для заданного входного набора (вектора) X_i требуется определить, обнаруживает ли он неисправность ${\equiv}0_1$ или нет. Если входной набор X_i обнаруживает $\omega_r = \omega_1 = {\equiv}0_1$, то в этом случае набор X_i обозначается символом X_{i,ω_r}. Термин "*обнаруживает*" означает, что при подаче на внешние входы набора X_{i,ω_r} значение функции $z_0(X_{i,\omega_r})$ на внешнем выходе 7 в исправном техническом состоянии КУ не равно значению $z_{\omega_r}(X_{i,\omega_r})$ на том же выходе КУ в неисправном техническом состоянии с неисправностью ω_r. Для КУ на рисунке в исправном состоянии и набора X_{i,ω_r} = <1011> $z_0(X_{i,\omega_r}) = 0$. Для того же КУ с неисправностью ${\equiv}0_1$ $z_{\omega_r}(<1011>) = 1$. Следовательно, $z_0(X_{i,\omega_r}) \neq z_{\omega_r}(<1011>)$ и, следовательно, набор <1011> обнаруживает ${\equiv}0_1$: X_{i,ω_r} = <1011>.

Обратная задача формулируется следующим образом: для заданной неисправности ω_r следует построить входной набор X_{i,ω_r}. Для решения прямой и обратной задач разработаны разные алгоритмы. Наиболее эффективными алгоритмами для решения *прямой* и *обратной* задач являются так называемые D-алгоритмы, для описания которых используется исчисление кубических комплексов (D-исчисление) [34]. Исчисление кубических комплексов является одной из модификаций тензорного исчисления и в *computer science* пришло из теоретической физики. В основе D-алгоритмов также лежит модификация путезависимого формализма [25], пришедшего из квантовой механики. В таком разделе информатики как техническая диагностика этот формализм опирается на понятие *существенного пути* в КУ или *D-цепи*. *Прямая* задача здесь будет решаться с помощью такого D-алгоритма, как некоторая модификации классического алгоритма Test-Detect (T-D), а *обратная* задача — с помощью модификации известного алгоритма DALG [34]. Важно подчеркнуть, что решение *прямой* и *обратной* задач с помощью T-D и DALG — это всегда решение с помощью упорядоченного перебора — перебора строк таблиц истинности и строк таблиц так называемых D-кубов. Таблицы истинности для каждого логического элемента φ_k КУ на рисунке приведены в табл. 1—3, таблицы D-кубов — в табл. 4—6.

Таблица 4

ИЛИ-НЕ

№	1	2	5
1	***D***	0	***D′***
2	0	***D***	***D′***
3	***D′***	0	***D***
4	0	***D′***	***D***

Таблица 5

И-НЕ

№	1	2	5
1	***D***	1	***D′***
2	1	***D***	***D′***
3	***D′***	1	***D***
4	1	***D′***	***D***

Таблица 6

М2

№	5	6	7
1	***D***	0	***D***
2	0	***D***	***D***
3	***D′***	0	***D′***
4	0	***D′***	***D′***
5	***D***	1	***D′***
6	1	***D***	***D′***
7	***D′***	1	***D***
8	1	***D′***	***D***

Таблицы истинности являются табличным описанием логических функций, реализуемых каждым элементом φ_k. Они достаточно хорошо известны. Таблицы *D-кубов* следует пояснить. Для этого рассмотрим первую строку или *D-куб* в табл. 4 для элемента φ_1 (ИЛИ-НЕ):

1	2	5
D	0	D'

Здесь в приведенном *D-кубе* в отсутствии неисправности $\equiv 0_1$ символ D означает 1, а D' (читается: "не D") — 0: D = 1, а D' = 0. В этом случае (т. е. в исправном техническом состоянии КУ) будет получена строка 3 таблицы истинности элемента φ_1 (ИЛИ-НЕ) — см. табл. 1:

1	2	5
1	0	0.

Наличие неисправности $\equiv 0_1$ на первом входе превращает символ D в 0, и в результате мы имеем другую (первую) строку той же таблицы истинности:

1	2	5
0	0	1.

Подробно рассмотрим две приведенных выше строки таблицы истинности. Из этого рассмотрения можно видеть, что изменение значения в узле 1 КУ ведет к изменению значения на выходе 5 элемента φ_1 (ИЛИ-НЕ). Другими словами, изменение значения в столбце 1 (или координате 1 куба) ведет к изменению значения в столбце 5 (координате 5 куба). Если возникнет неисправность $\equiv 0_1$, то переход 1 в 0 в столбце 1 из-за этой неисправности ведет к изменению значения на выходе из 0 в 1. Поэтому символ D и происходит от слова *difference* — дифференциал, различие, разница. Так происходит передача сигнала S о неисправности $\equiv 0_1$ от входа 1 элемента φ_1 к выходу 5 этого элемента. Значение 0 на входе 2 элемента φ_1 является необходимым условием передачи сигнала S от входа 1 до выхода 5. Это условие, обозначаемое символом $C_{\omega_r}^{\text{ТВ}}$, называется *внутренним условием транспортировки* сигнала S через элемент φ_1: для φ_1 $C_{\omega_r}^{\text{ТВ}} = 0_2$. Если изменить значение 0 на значение 1 на входе 2, то передачи сигнала S о неисправности $\equiv 0_1$ не будет: на выходе 5 элемента ИЛИ-НЕ (φ_1) всегда будет 0, независимо от значения на входе 1.

Заметим, что выход 5 элемента φ_1 не является внешним выходом КУ (см. рисунок). Внешним выходом данного КУ является выход 7 элемента φ_3. Поэтому необходимо обеспечить транспортировку S о заданной неисправности через элемент φ_3 (М2). Для подобного обеспечения в *D*-алгоритмах используются соответствующие *D-кубы* из табл. 6, например, *D-куб* в строке 3:

5	6	7
D'	0	D'.

При использовании приведенного *D′-куба* сигнал S передается с входа 5 на выход 7 элемента φ_3 (М2), а выход 7 этого элемента является внешним выходом КУ. Следовательно, нам удалось передать сигнал S о неисправности $\equiv 0_1$ от места ее возникновения в узле (или *дуге*) 1 КУ до внешнего выхода, где этот сигнал можно измерить. Если на выходе 7 имеется значение 0, то неисправность $\equiv 0_1$ в КУ отсутствует, если — 1, то можно констатировать, что в узле (*дуге*) 1 имеется данная неисправность. *Внутренним условием* $C_{\omega_r}^{\text{ТВ}}$ *транспортировки* S через φ_3 является наличие 0 на входе 6-го элемента φ_3: для элемента φ_3 $C_{\omega_r}^{\text{ТВ}} = 0_6$. Здесь нельзя утверждать, что 0 является необходимым условием $C_{\omega_r}^{\text{ТВ}}$ для φ_3. В табл. 6 существует и другой *D-куб* в строке 7, который имеет в узле 6 значение 1 и транспортирует сигнал S в виде символа D от входа 5 до выхода 7:

5	6	7
D'	1	D.

Применение данного *D-куба* приводит к инвертированию значения сигнала о неисправности: вместо D' на выходе 7 будет получено D. Однако пока нам достаточно и одного *D-куба* для построения так называемой *D-цепи* или *существенного пути* от места неисправности $\equiv 0_1$ в узле 1 до внешнего выхода 7. Теперь мы можем записать эту *D-цепь* в той форме, которая используется в исчислении кубических комплексов для описания алгоритма T-D, который используется для решения *прямой задачи*. Но перед этим напомним, что алгоритм T-D строит *D-цепь* в обратном направлении: от выхода 7 к входу 1. Это значит, что на первом шаге алгоритма T-D осуществляется пересечение со строками (*D-кубами*) таблицы *D-кубов* элемента φ_3 (М2), и только затем со строками (*D-кубами*) таблицы *D-кубов* элемента φ_1 (ИЛИ-НЕ) — см. ниже. Из начального тест-куба TC_0, в который вставлен заданный набор X_i, строится тест-куб TC_1, TC_2 (эти тест-кубы не показаны), а затем и тест-куб TC_3. Построение осуществляется по правилам исчисления кубических комплексов* — по правилам *пересечений* текущего тесткуба TC_q с *D-кубом* соответствующего логического элемента φ_k, через который проходит *D-цепь*. Множество Ψ таких элементов содержит элементы φ_1 (ИЛИ-НЕ) и φ_3 (М2), которые обозначаются в этом случае ψ_1 и ψ_2: $\Psi = \{\psi_1, \psi_2\}$.

---

* Эти правила во многом напоминают правила построения диаграмм Фейнмана в КЕД.

		1	2	3	4	5	6	7
	$TC_0 =$	1	0	1	1	~	~	~
φ_3 (M2)	$\sigma_3 =$					D'	0	D'
φ_1 (ИЛИ-НЕ)	$\sigma_1 =$	D	0			D'		
	$\cap$	----	----	----	----	----	----	----
	$TC_3 =$	D	0	1	1	D'	0	D'

Во 2-й части статьи будет показано, как совместить построенную *D-цепь* с входным набором X_i.

Литература

1. *Правильщиков П. А.* Диагностическая теория толерантности и подобия// Автоматика и телемеханика, 1992. № 10. С. 141—160.
2. *Правильщиков П. А.* Симметрия диагностического лабиринта и закон сохранения перебора// Оборонный комплекс — научно-техническому прогрессу России, 1996. № 3. С. 52—68.
3. *Правильщиков П. А.* Закон сохранения перебора и естественный параллелизм *D*-алгоритмов для построения тестов и моделирования в технической диагностике (I и II)// Автоматика и телемеханика, 2004, № 7. С. 91—133. (Англ. перевод этой статьи опубликован в ж. "Automation and remote control". 2004. V. 65. № 7. С. 91—114. USA).
4. Фотоника// Сб. под ред. М. Балански и П. Лалемана/ Пер. с англ. и франц. под ред. М. И. Елинсона). — М.: Мир, 1978.
5. *Пономаренко В. П.* Теллурид кадмия-ртути и новое поколение приборов инфракрасной фотоэлектроники// УФН. Т. 173. № 6. С. 649—665.
6. *Clauser I. F., Horn M. A., Shimony A., Holt R. A.*// Phys. Rev. Lett., 1969. V. 23. P. 880.
7. *Freedman S. I., Clauser I. F.*// Ibid. 1972. V. 28. P. 938.
8. *Fry E. S., Thomson R. S.*// Ibid. 1976. V. 37. P. 465.
9. *Clauer I. F.*//Phys. Rev. Lett., 1976. V. 36. P. 1223.
10. *Holt R. A., Pipkin F. A.*// Preprint Harvard University. 1973.
11. *Wu C. S., Shahnov I.*// Phys. Rev., 1950. V. 77. P. 193.
12. *Faraci G., Gutkowski S., Nottarigo S., Pennisi A. R.*// Lett. Nuovo Cimento, 1974. V. 9. P. 607.
13. *Lamehi-Rachti M., Mittig W.*// Phis. Rev. Ser. D, 1976. V. 14. P. 2543.
14. *Aspect A.*// Phis. Rev. Ser. D, 1976. V. 14. P. 1944.
15. *Wilson A. R., Lowe L., Butt D. K.*// J. Phys. Ser. G, 1976. V. 2. P. 613.
16. *Bruno M., d'Agostino M., Maroni C.*// Nuovo Cimento. Ser. B, 1977. V. 40. P. 142.
17. *Aspect A., Grangier P., Roger G.*// Phys. Rev. Lett., 1981. V. 47. P. 460. 1982. V. 49. P. 1804.
18. *Aspect A., Dalibard J., Roger G.*// Ibid. 1983. V. 49. P. 1804.
19. *Bennet C. et al.*// Phis. Rev., 1993. P. 347.
20. *Sudbery T.* The fastest way from *A* to *B*.// Nature, 1997. V. 390/issue № 6660 (1 1 December). P. 551—553.
21. *Bouwmeester D., Pan J. W., Mattle K. O, Weinfurturter H., Zeilinger A.* Experimental quantum teleportation// Ibid. P. 575—579.
22. *Boschi D., Branca S., De Martini F.*// Phis. Rev., 1997. P. 154.
23. *Шилейко А.* Возможны ли квантовые телекоммуникации?// PCWEEK (RE), 2004. № 26(420). С. 56—57.
24. *Медведев Б. В.* Начало теоретической физики. — М.: Наука, 1977.
25. *Менский М. Б.* Группа путей: измерения, поля, частицы. — М.: Наука, 1983. С. 320.
26. *Stapp H. P.* Nuovo Cimento. Ser. B, 1977. V. 40. P. 191.
27. *Халево А. С.* Введение в квантовую теорию информацию. — М.: МЦНМО, 2002.
28. *Ньюэлл А., Саймон Г.* GPS-программа, моделирующая процесс человеческого мышления// Под ред. Э. Фейгенбаумана и Дж. Фельдмана. — М.: Мир, 1967.
29. *Самарский А. А.* Теория разностных схем. 2-е изд. — М., 1983.
30. *Ильин В. В.* Критерии научности знания. — М.: Высш. шк., 1989.
31. *Чегис, Яблонский С. Я.* Логические способы контроля работы электрических схем// Труды матем. института им. Стеклова. — М.: Изд-во АН СССР, 1958. Т. 51. С. 114—197.
32. *Твердохлебов В. А.* Логические эксперименты с автоматами. — Саратов: Изд-во Саратовского ун-та, 1988. — 194 с.
33. Андерсон Р. Доказательство правильности программ. — М.: Мир, 1982.
34. *Roth J. P.* Diagnosis of automata failures: a calculus and a method// IBM Journal of Research and Development, 1966. № 7. P. 18—32.

Статья поступила в редакцию 28 января 2005 г.

Noether "physical" theorem in photonics and computer science.

Patr I

P. A. Pravilshikov

ORION Research-and-Production Association, Moscow, Russia

The unity of various areas of knowledge, founded, in particular, on the basis of use of the same mathematical formalism (for example, on a basis of a path-dependent formalism, variational principles and faimouse "physical" Noether theorem) is affirmed in this paper. It is stated the discrete path-dependent formalism of D-algorithms, based on the structural law of a choice of tests and calculation of cubic complexes. It is shown, as with the help of the computer this formalism is used for the decision of logic and other equations, and also for construction of tests. Special attention given an opportunity of use of this formalism for the description and an explanation of correlation experiments in fotonics and in tihe quantum mechanisms.

* * *