

сила давления продольной волны, действующая на единицу объема релятивистской плазмы. Показано, что и в релятивистском случае одночастичный и кинетический подходы приводят к одному и тому же результату.

Литература

1. Миллер М. А. // Изв. вузов. Сер. Радиофизика. 1958. Т. 1. С. 110—123; Гапонов А. В., Миллер М. А. // ЖЭТФ. 1958. Т. 34. С. 242.
2. Литвак А. Г. Динамические нелинейные электромагнитные явления в плазме// Сб. Вопросы теории плазмы/ Под ред. М. А. Леонтовича, 1980. — М.: Атомиздат. Вып. 10. С. 164—242.
3. Kentwell G. W., Jones D. A. // Phys. Reports. 1987. V. 145. № 6. P. 319—403.
4. Морозов А. И., Соловьев Л. С. Движение заряженных частиц в электромагнитных полях// Сб. Вопросы теории плазмы/ Под ред. М. А. Леонтовича, 1963. — М.: Госатомиздат. Вып. 2. С. 177—261.

5. Милантьев В. П. Дрейфовая теория движения заряженных частиц в электромагнитных полях, 1987. — М.: Изд-во УДН. — 80 с.
6. Weyssow B., Balescu R. // J. Plasma Phys. 1987. V. 37. P. 467.
7. Bauer D., Mulser P., Steeb W.—H. // Phys. Rev. Letters. 1995. V. 75. P. 4622.
8. Серов А. В. // ЖЭТФ. 2001. Т. 119 (1). С. 27—34.
9. Бернштейн А., Фридленд Л. Геометрическая оптика нестационарной и неоднородной плазмы// В сб. Основы физики плазмы/ Под ред. А. А. Галева и Р. Судана. — М.: Энергоатомиздат, 1983. Т. 1. С. 393.
10. Александров А. Ф., Богданкевич Л. С., Рухадзе А. А. Основы электродинамики плазмы, 1988. — М.: Высш. шк. С. 72.
11. Кадоццев Б. Б. Турбулентность плазмы// Сб. Вопросы теории плазмы/ Под ред. М. А. Леонтовича, 1964. — М.: Атомиздат. Вып. 4. С. 188—339.
12. Милантьев В. П. // ЖЭТФ. 1977. Т. 72. С. 159—169.

Работа выполнена по программе
Минобразования РФ "Университеты России —
фундаментальные исследования".

Статья поступила в редакцию 9 августа 2005 г.

Relativistic ponderomotive force of quasimonochromatic wave

V. P. Milantiev

Peoples' Friendship University of Russia, Moscow, Russia

The general expression for the averaged force, acting on the relativistic particle in the field of the strong quasimonochromatic wave, is obtained with the help of successive procedure of the averaging method. Geometrical optics approximation for the wave is accepted. Essential dependence of the averaged force on the wave polarization as well as on the relation between the particle velocity and the phase velocity of the wave is noted. In particular, the averaged force of the longitudinal quasimonochromatic wave can change its sign if the particle velocity exceeds 1/3 of the phase velocity. Ponderomotive force of the longitudinal quasimonochromatic wave, acting on the relativistic plasma, is also considered.

УДК 53.082.2+532.57

Об инерционном способе одновременного измерения массового расхода жидкости и ее плотности

Е. В. Майоров, В. А. Онищук

Институт биохимической физики им. Н. М. Эмануэля Российской академии наук,
Москва, Россия

Представлено решение задачи течения идеальной несжимаемой жидкости по трубе с осевой симметрией и с сечением, переменным на протяжении некоторого ее участка и во времени. Показана возможность построения нового измерительного прибора с использованием полученных результатов и выбором значений некоторых его технических параметров. В частности, указывается, что общая длина участка трубы с изменяющимся определенным образом сечением должна быть не менее двух средних диаметров трубы.

Среди большого числа типов измерителей расходов протекающих жидкостей и газов суще-

ствует сравнительно узкий класс приборов, измеряющих массовые расходы, в которых, как

правило, и заинтересован конечный потребитель. В этот класс попадают приборы, принцип действия которых основан на измерении:

- колебаний специальным образом завихренных потоков [1];

- гироскопических моментов, возникающих на движущихся участках трубопроводов, или инерционных моментов (или усилия Кориолиса) на вращающихся в измеряемом потоке турбинах (или роторах с радиальными каналами) [2];

- деформации температурного поля подогреваемого извне трубопровода и омываемого измеряемой средой изнутри [2].

Авторы предлагают новый способ измерения плотности—расхода жидкости, не встречавшийся им ранее. Исходя из сути процессов, происходящих в предлагаемом измерителе, его можно отнести к классу массовых инерционных расходомеров, считая при этом, что он наделен особенностями, резко отличающими его от других представителей этого класса.

Сделаем предварительно теоретические вычисления, на которые в дальнейшем и будем опираться.

Рассмотрим течение несжимаемой идеальной жидкости по трубе с осевой симметрией, сечение которой является функцией координаты и времени (рис. 1). Площадь поперечного сечения трубы $S(x, t)$ считается заданной.

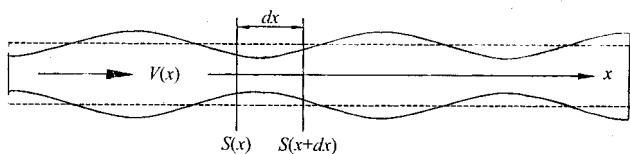


Рис. 1. Течение несжимаемой идеальной жидкости

Полагая течение квазиодномерным, запишем систему уравнений для такого течения в виде [3]

$$\frac{\partial S}{\partial t} + \frac{\partial(SV)}{\partial x} = 0; \quad (1)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + V \frac{\partial V}{\partial x} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x},$$

где ρ — плотность жидкости;

$S(x, t)$ — площадь поперечного сечения трубы;

$V(x, t)$ — средняя по сечению трубы скорость, связанная с расходом жидкости соотношением $Q(x, t) = \rho V(x, t)S(x, t)$;

$p(x, t)$ — среднее по сечению давление.

Считая константу интегрирования $C(t)$ независимой от времени и равной Q_0/ρ , где Q_0 — массовый расход жидкости в невозмущенной части трубы, из первого уравнения системы (1) получим

¹ Расход в этой формуле может иметь оба знака, что определяет знак скорости $V(x, t)$ относительно выбранной оси x .

$$V = \frac{1}{S} \left(C(t) - \int \frac{\partial S}{\partial t} dx \right) = \frac{1}{S} \left(\frac{Q_0}{\rho} - \int \frac{\partial S}{\partial t} dx \right). \quad (2)$$

Подставив (2) во второе уравнение системы (1) и произведя необходимые вычисления, можно получить

$$\begin{aligned} \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = & \frac{1}{S^3} \left(\frac{Q_0}{\rho} - \int \frac{\partial S}{\partial t} dx \right)^2 + \\ & + \frac{2}{S^2} \frac{\partial S}{\partial t} \left(\frac{Q_0}{\rho} - \int \frac{\partial S}{\partial t} dx \right) + \frac{1}{S} \int \frac{\partial^2 S}{\partial t^2} dx. \end{aligned} \quad (3)$$

Представляет интерес решение этого уравнения для случая изменения сечения трубы на протяжении некоторого участка по следующему закону:

$$S = \begin{cases} S_0 + G(t, x) = S_0 + a_0 \sin\left(\frac{x\pi}{L}\right) \sin(\omega t) = \\ = S_0 \left(1 + \delta \sin\left(\frac{x\pi}{L}\right) \sin(\omega t) \right), & \text{при } -L \leq x \leq L; \\ S_0, & \text{при } -L > x, L > x. \end{cases} \quad (4)$$

здесь $\delta = \frac{a_0}{S_0}$.

Будем искать выражение для разности давлений между точками $x = -L$, $x = 0$ и $x = +L$, т. е. $\Delta p_L(t) = p(0, t) - p(-L, t)$ и $\Delta p_R(t) = p(L, t) - p(0, t)$.

Для наглядности на рис. 2 представлены две фазы изменения сечения: фаза 1 соответствует интервалам времени, при которых $\sin(\omega t) > 0$, фаза 2 соответствует интервалам времени, при которых $\sin(\omega t) < 0$. (Положительное направление оси x совпадает с направлением течения.)

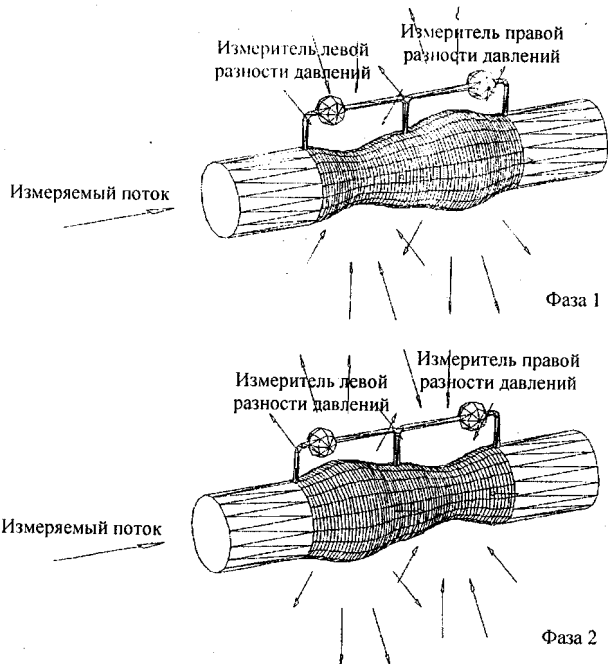


Рис. 2. Чередующиеся фазы воздействия на жидкость в трубе

Линеаризуем уравнение (3), считая δ малым параметром и полагая, что выполняется неравенство² $\frac{Q_0 \pi}{\rho S_0 \omega L} > 1$. Получаем следующее уравнение:

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\delta \omega^2 L \rho}{\pi} \sin(\omega t) \left(\cos\left(\frac{x\pi}{L}\right) + 1 \right) + Q_0 \frac{2\delta \omega}{S_0} \cos'(\omega t) \sin\left(\frac{x\pi}{L}\right) + \frac{Q_0^2}{\rho} \frac{\delta \pi}{S_0^2 L} \sin(\omega t) \cos\left(\frac{x\pi}{L}\right).$$

Интегрируя по x , получаем выражение для давления невязкой жидкости при течении в трубе с движущимися на участке $x \in [-L, L]$ стенками по закону (4) при квазиоднородном приближении (движение стенок — $\delta \ll 1$ — относительно малое!)

$$p(x, t) = \frac{\delta \omega^2 L^2 \rho}{\pi^2} \sin(\omega t) \sin\left(\frac{x\pi}{L}\right) + \frac{\delta \omega^2 L \rho}{\pi} \sin(\omega t)(x + L) - Q_0 \frac{2\delta \omega L}{S_0 \pi} \cos'(\omega t) \left(\cos\left(\frac{x\pi}{L}\right) + 1 \right) + \frac{Q_0^2}{\rho} \frac{\delta}{S_0^2} \sin(\omega t) \sin\left(\frac{x\pi}{L}\right) + P_0,$$

где P_0 — константа интегрирования, например, равная гидростатическому давлению.

Вычисляем давления в интересующих точках

$$p(-L, t) = P_0;$$

$$p(0, t) = \frac{\delta \omega^2 L^2 \rho}{\pi} \sin(\omega t) - Q_0 \frac{4\delta \omega L}{S_0 \pi} \cos'(\omega t) + P_0;$$

$$p(L, t) = \frac{2\delta \omega^2 L^2 \rho}{\pi} \sin(\omega t) + P_0.$$

Составляем искомые разности давлений

$$\begin{aligned} \Delta p_L(t) &= p(0, t) - p(-L, t) = \\ &= \rho \frac{\delta \omega^2 L^2}{\pi} \sin(\omega t) - 4Q_0 \frac{\delta \omega L}{\pi S_0} \cos'(\omega t); \end{aligned}$$

$$\Delta p_R(t) = p(+L, t) - p(0, t) =$$

$$= \rho \frac{\delta \omega^2 L^2}{\pi} \sin(\omega t) + 4Q_0 \frac{\delta \omega L}{\pi S_0} \cos'(\omega t); \quad (5)$$

$$\Delta p(t) = p(+L, t) - p(-L, t) = 2\rho \frac{\delta \omega^2 L^2}{\pi} \sin(\omega t).$$

Формулы (5) показывают, что если в двух последовательно соединенных одинаковых участках трубы с протекающей в ней жидкостью совершать гармонические по времени попарно противофазные изменения их поперечного сечения, амплитуды которых малы по сравнению с невозмущенным сечением трубы, то на этих участках возникнут переменные перепады давления. Измеряя порознь амплитуды взаимно ортогональных составляющих указанных разностей давлений, можно независимо определять значения плотности и расхода протекающей по ней жидкости. Выпишем из формул (5) выражения для амплитуды синфазной и ортогональной составляющей, соответственно

$$A_p = \rho \frac{\delta \omega^2 L^2}{\pi} = \left[\frac{\text{дин}}{\text{см}^2} \right]; \quad (6)$$

$$A_Q = 4Q_0 \frac{\delta \omega L}{\pi S_0} = \left[\frac{\text{дин}}{\text{см}^2} \right]. \quad (7)$$

По сути измерение плотности—расхода жидкости сводится к:

- введению в измеряемую жидкость на двух последовательно соединенных участках трубы периодического, но противофазного по отношению друг к другу (см. рис. 2), одинакового осесимметричного импульса силы, направленного перпендикулярно оси трубы. Такое воздействие на движущуюся жидкость приводит к изменению количества ее движения в направлении оси трубы на этом участке трубопровода;

- анализу переменного перепада давлений на любом из этих участков трубопровода, причиной появления которого являются возникающие при этом осевые инерционные силы движущихся масс жидкости.

Здесь хотелось бы сформулировать ответы на вопросы, неизбежно возникающие при попытке создать реально действующий измерительный прибор.

Устройство ввода в жидкость импульса силы

Авторы предлагают в качестве такого устройства тонкую цилиндрическую упругую оболочку, защемленную в центральной части и по концам

² Это довольно сильное ограничение, как мы увидим далее, ограничивает практическую применимость полученных ниже результатов.

таким образом, чтобы внутренняя сторона этой оболочки была обращена в измеряемый поток, а наружная сторона находилась в цилиндрическом замкнутом сосуде, разделенном в месте среднего заземления строго пополам на два изолированных полуцилиндра.

Предполагается, что к каждому из изолированных полуцилиндров через соответствующие отверстия во внешней стенке герметично подсоединена сильфонная трубка так, что свободный конец одной гофрированной трубки жестко соединен со свободным концом трубки от оставшегося полуцилиндра, и их внутренние объемы разъединены и заполнены специальной жидкостью без пузырьков воздуха (рис. 3). Место соединения этих сильфонов с перегородкой между ними назовем головкой сильфонной пары.

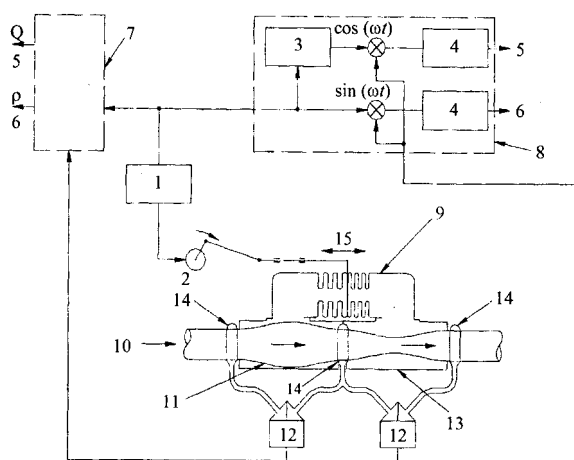


Рис. 3. Блок-схема предлагаемого измерителя:

1 — задающий генератор с частотой ω ; 2 — синхронный двигатель; 3 — фазовращатель на $\pi/2$; 4 — интегратор на отрезке $0 < K < 2\pi/\omega$; 5 — значение, пропорциональное секундно-му расходу масс жидкости; 6 — значение, пропорциональное плотности жидкости; 7 — левый анализатор; 8 — правый анализатор; 9 — сильфонная пара; 10 — измеряемый поток; 11 — цилиндрическая упругая мембрана, заземленная в центре и по краям; 12 — датчик разности давлений; 13 — корпус измерителя; 14 — кольцевая камера, герметично закрытая по внутренней стороне цилиндрической упругой мембраной, имеющей диаметр, равный диаметру трубопровода; 15 — направление перемещения головки сильфонной пары

Пример, разобранный в работе [4], показывает, что зависимость прогиба цилиндрической оболочки от давления на нее носит линейный характер. Поэтому синусоидальное изменение давления над цилиндрической оболочкой будет приводить к синусоидальному возмущению ΔR ее радиуса R_0 . Можно показать, что при малом относительном изменении $\delta_r = \Delta R/R_0$ относительное приращение площади сечения трубы $\delta = a_0/S_0$ можно считать равным $\delta = 2\delta_r$, а следовательно, само ее изменение во времени — тоже синусоидальным.

Таким образом, синусоидальное во времени перемещение головки сильфонной пары приве-

дет к аналогичному закону изменения сечения цилиндрической оболочки. Иными словами, реализация закона изменения сечения (4) — вполне достижимая задача.

Удобство такой балансной схемы возмущения потока, реализующей закон (4), заключается в том, что при отсутствии внешнего усилия, пере-мещающего головку сильфонной пары, положение равновесия головки не будет зависеть от возможно сильного изменения гидростатического давления, при котором необходимо будет проводить измерения как расхода жидкости, так и ее плотности.

Как выбрать длину цилиндрической оболочки L ? В работе [5] при рассмотрении случая обтекания колеблющегося тела, амплитуда колебания которого много меньше размеров тела, утверждается, что скорость обтекающей жидкости испытывает при этом изменение порядка скорости колеблющегося тела на протяжении расстояний порядка размеров тела. Поэтому, если длину "дышащей" стенки принять за длину колеблющегося тела и сделать ее равной диаметру трубопровода, то можно считать, что во всех точках любого сечения на "модулируемом" участке трубопровода скорость жидкости будет изменяться на величину порядка скорости движения стенки в этом сечении, т.е. вся масса жидкости на длине "модулируемого" участка трубопровода будет претерпевать знакопеременное изменение количества движения. Следовательно, длина измерителя с балансным вводом импульса силы должна быть на менее двух диаметров трубопровода. Более точный выбор размеров устройства для ввода импульса силы в движущуюся жидкость можно будет сделать после более точного учета распределения скоростей потока жидкости по сечению, переменному по времени и по координатам.

Чувствительный элемент

Здесь авторы рекомендуют использовать датчики разности давления на основе монокристаллической кремниевой мембраны по следующим причинам. Кремниевые датчики давления обладают:

- высокой точностью и чувствительностью измерений;
- большим динамическим диапазоном измерений;
- чрезвычайно низким гистерезисом;
- стабильностью основных характеристик в процессе эксплуатации;
- практически полным отсутствием инерционности в измерении;
- очень высокой стойкостью к перегрузкам.

Анализатор

Анализ сигнала, поступающего с датчика разности давлений, сводится к выделению спектральных составляющих. Такая задача может быть решена с помощью устройства, описанного, например, в работе [6]. По сути измерение амплитуд двух гармоник частоты ω с взаимно ортогональными начальными фазами — это задача спектрального анализа.

Амплитуда синфазной с движением стенок составляющей изменения разности давления пропорциональна плотности протекающей жидкости, а амплитуда ортогональной составляющей — массовому расходу жидкости в трубе.

Нетрудно заметить, что сравнение выражений для $\Delta p_L(t)$ и $\Delta p_R(t)$ в (5) показывает, что сравнение (разность) выходных величин, поступающих с левого и правого анализаторов, повышает чувствительность измерения расхода в два раза. Аналогично — сумма выходных величин левого и правого анализаторов также увеличивает чувствительность измерения плотности в два раза. Существующее в настоящее время огромное количество различных схмотехнических приемов и еще большее количество элементной базы, которая может быть применена для решения этой задачи, избавляют авторов от комментариев по этим вопросам.

Приведем прикидочный расчет. Расчет по формуле (6) показывает, что при радиусе трубы $R_0 = 5$ см, частоте воздействия $f = \omega/2\pi = 60$ Гц, полудлине переменной части трубы $L = 30$ см, плотности жидкости $\rho = 1$ г/см³, относительном изменении диаметра трубы $\delta_r = 0,005$ величина амплитуды парциального давления, пропорциональной плотности жидкости, равна $A_p \sim 0,41 \cdot 10^6$ дин/см² $\approx 0,41 \cdot 10^4$ мм вод. ст./см² $\approx 0,41$ атм. При подсчете амплитуды парциального давления, пропорциональной расходу жидкости, мы должны подставить в (7) значение расхода, выбранное исходя из ограничения, на которое указывает сноска 2. Это критическое значение, начиная с которого построенная теория

удовлетворительно описывает процессы в предлагаемом измерителе, для нашего примера составляет $Q_0 = 2,84 \cdot 10^5$ г/с, а само парциальное давление, отвечающее за массовый расход, составляет величину $A_Q \approx 1,27 \cdot A_p$.

Выше уже упоминалось, что теория плохо описывает процессы в предлагаемом измерителе для $\delta \sim 1$. Мы предполагаем, что при снятии этого ограничения в ответе также должна будет сохраняться зависимость исследуемой разности давлений как от плотности, так и от массового расхода. При этом ее вид, возможно, будет уже иным, а соотношение составляющих, отвечающих за их измерение, будет более привлекательным для совместных измерений. Окончательно это станет ясно после решения этой более сложной задачи.

Выражаем признательность чл.-кор. РАН А. А. Овчинникову, проф. Е. Б. Бурлаковой и В. М. Мисину за создание условий для начала этой работы и оказание поддержки в процессе ее проведения.

Литература

1. Киясбейли А. Ш., Перельштейн М. Е. Вихревые измерительные приборы. Сер. "Библиотека приборостроителя". — М.: Машиностроение, 1978. С. 113—125.
2. Труды научно-технической конференции "Методы и приборы для измерения расходов и количеств жидкости, газа и пара"/ Под общ. ред. канд. техн. наук П. П. Кремлевского. — М.: Отделение науч.-техн. информации по приборостроению, средствам автоматизации и системам управления ЦНИИКА. 1965. С. 132—171, 172.
3. Гинзбург И. П. Прикладная гидрогазодинамика. — Л.: Изд-во Ленинградского ун-та, 1958. С. 40.
4. Феодосьев В. И. Сопротивление материалов. Сер. "Механика в техническом университете". Т. 2. Изд. 10-е. — М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана. 1999. С. 429—432.
5. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Гидродинамика. Изд. 3-е перераб. — М.: Наука. Гл. редак. физ.-мат. лит.-ры. 1986. С. 34.
6. Харкевич А. А. Спектры и анализ. — М.: Гос. изд-во физ.-мат. лит.-ры. 1962. С. 111.

Статья поступила в редакцию 1 апреля 2005 г.

On the inertial method of simultaneous measurement of flow-rate and density of liquid

E. V. Mayorov, V. A. Onishchuk

Emanuel Institute of Biochemical Physics, Russian Academy of Sciences,
Moscow, Russia

In this work, the problem of flow of the ideal incompressible liquid in a pipe with the axial symmetry and cross-section that is variable in some portions and time was solved. The feasibility of making a novel measuring instrument based on the obtained results and a

choice of several technical parameters were shown. It was determined that the total length of the pipe portion with a varied cross-section should not be less than two average diameters of the pipe.

УДК 532.13

Обобщенная функция зависимости динамического коэффициента сдвиговой вязкости от температуры и давления

О. В. Мартынов, Е. П. Тетерин

Ковровская государственная технологическая академия, г. Ковров, Россия

Представлен вывод функциональной зависимости динамического коэффициента сдвиговой вязкости от температуры и давления, основанный на структурной молекулярно-ячеистой модели для неполярной жидкости. Показано хорошее совпадение теоретических и экспериментальных зависимостей динамического коэффициента сдвиговой вязкости от давления при различных температурах для этанола, бензола и жидкого аргона.

Вязкость является одним из важнейших свойств жидкостей, отражающих структуру и характер межмолекулярных взаимодействий. Именно вязкость в значительной мере определяет эксплуатационные и экологические свойства жидкостей. Основной характеристикой вязкостных свойств жидкости является динамический коэффициент сдвиговой вязкости. Его поведение в широком интервале температур и давлений позволяет охарактеризовать потребительские свойства жидкостей и прояснить структурные процессы, которые происходят в них.

Существуют два подхода к оценке этого коэффициента — экспериментальный и аналитический. Имеют место большое разнообразие экспериментальных методов определения сдвиговой вязкости при различных температурах и значительно меньшие возможности по определению сдвиговой вязкости в широком интервале давлений. Что касается аналитических методов, то существуют два подхода — эмпирический и теоретический, основанный на определенных представлениях о молекулярных процессах, происходящих в жидкостях.

Одно из первых теоретических описаний динамического коэффициента сдвиговой вязкости для простых жидкостей в функции температуры и давления было выполнено Я. И. Френкелем на основе дырочной модели строения жидкости [1]. До сих пор это одно из наиболее удачных уравнений динамического коэффициента сдвиговой вязкости, дающих хорошую сходимость теоретических и экспериментальных значений при различных температурах в интервале давлений 0,1—100 МПа. Однако в подборе параметров этого уравнения существует некоторый произвол, что ограничивает его практическое применение.

Другой широко известной моделью механизма сдвиговой вязкости в простых жидкостях, в рамках которой было получено описание динамического коэффициента сдвиговой вязкости в функции температуры и давления, была модель, разработанная Г. Эйрингом с сотрудниками на основе теории свободного объема в жидкости [2]. Полученная модель в описании коэффициента сдвиговой вязкости в широком интервале давлений, по признанию авторов, дает только удовлетворительную сходимость экспериментальных и теоретических значений исследованных жидкостей. Кроме того, определение важнейшего для этой модели параметра — свободного объема (дырок) — требует привлечения экспериментальных данных по ряду других физических параметров, в том числе энергии, затрачиваемой на испарение молекул, и скорости ультразвука.

Другим более поздним подходом в теоретическом описании коэффициента сдвиговой вязкости явилось использование парной функции распределения молекул и потенциалов их парного взаимодействия [3]. Однако и в данном случае не удалось достичь хорошего совпадения экспериментальных и теоретических результатов для коэффициента сдвиговой вязкости простых жидкостей из-за недостаточно точного определения параметров базовых функций в широком интервале давлений.

Таким образом, задача теоретического описания коэффициента сдвиговой вязкости жидкостей в широком интервале температур, и особенно давлений, по-прежнему остается актуальной в связи с существующими трудностями его экспериментального определения.