Общая физика

УДК 535.14

Вынужденное излучение в пространственно сильнонеоднородных возбужденных атомарных средах

Б. А. Векленко
Институт высоких температур РАН, Москва, Россия

Ю. Б. Шеркунов
Институт теплофизики экстремальных состояний ОИВТ РАН, Москва, Россия

Показано, что в приграничных районах возбужденных атомарных сред когерентными процессами упругого рассеяния резонансного излучения формируется "квантовое буферное" электромагнитное поле. Эта часть излучения не управляется стандартным показателем преломления, но именно она формирует отраженный и преломленные средой лучи. На границе возбужденной изотропной среды возникают двойное лучепреломление и интерференционная картина между преломленными лучами. Наличие "буферного" поля обусловливает подавление вынужденного излучения в приграничных районах и возникновение частотно-углового уширения луча, прошедшего под косым углом через тонкую пленку из возбужденных атомов. Получена и исследована система кинетических уравнений, описывающих эволюцию квантованного излучения в сильнонеоднородных возбужденных средах с учетом дифракционных явлений.

Квантовый механизм вынужденного излучения света хорошо изучен на примере излучения изолированного возбужденного атома [1] или возбужденного атома, находящегося в пространственно однородной разреженной среде [2]. Если возбужденный атом окружен пространственно неоднородным фоном и процессу вынужденного излучения сопутствуют дифракционные процессы, то картина суммарного электромагнитного поля приобретает необычные черты в силу *некогерентного* [3] *характера процессов вынужденного излучения*. Так, например, на первый взгляд представляется неочевидным квантовый процесс преломления света на границе раздела: возбужденная среда—вакуум. Дело в том, что в возбужденных средах возможны процессы вынужденного излучения, не меняющего направления света. Таким образом, наряду с преломленным лучом можно ожидать появление в среде другого луча, формируемого исключительно процессами вынужденного излучения и параллельного лучу, падающему на среду из вакуума. В действительности такой луч отсутствует. Но это означает, что в приграничных районах существуют когерентные оптические процессы, подавляющие процессы вынужденного излучения. В чем они заключаются? Этот вопрос исследуется ниже. Число примеров можно продолжать.

Некогерентный, в отличие от обратного широко распространенного мнения, характер процессов вынужденного излучения можно продемонстрировать на следующей элементарной модели. Пусть два возбужденных (i = 2) атома расположены в точках $\boldsymbol{R}_1$ и $\boldsymbol{R}_2$ и описываются волновыми функциями $\psi_i(\boldsymbol{R}_j)$. В качестве рассеиваемого излучения будем иметь в виду квант в фоковском состоянии $\hat{\alpha}^{+}_{\boldsymbol{k}_0\lambda_0}|0\rangle$, где $\hat{\alpha}^{+}_{\boldsymbol{k}\lambda}(\hat{\alpha}_{\boldsymbol{k}\lambda})$ — оператор рождения (уничтожения) фотона, характеризуемого волновым вектором $\boldsymbol{k}$ и индексом поляризации λ. Если в процессе взаимодействия фотон упруго рассеивается на первом атоме в новое состояние $\hat{\alpha}^{+}_{\boldsymbol{k}_1\lambda_1}|0\rangle$, а на втором атоме — в новое состояние $\hat{\alpha}^{+}_{\boldsymbol{k}_2\lambda_2}|0\rangle$, то полная волновая функция Ψ_1 конечного состояния системы будет иметь вид линейной комбинации

$$\Psi_1 = A\varphi_2(\boldsymbol{R}_1)\varphi_2(\boldsymbol{R}_2)\hat{\alpha}^{+}_{\boldsymbol{k}_1\lambda_1}|0\rangle + B\varphi_2(\boldsymbol{R}_1)\varphi_2(\boldsymbol{R}_2)\hat{\alpha}^{+}_{\boldsymbol{k}_2\lambda_2}|0\rangle ,$$

здесь A и B — некоторые константы.

Если нас интересует плотность фотонов в некоторой точке пространства $\boldsymbol{r}$, и оператор плотности фотонов $\hat{n}^{\lambda\lambda'}(\boldsymbol{r})$ принят в обычном виде

$$\hat{n}^{\lambda\lambda'}(\boldsymbol{r}) = \frac{1}{V}\sum_{\boldsymbol{k}\boldsymbol{k}'}\hat{\alpha}^{+}_{\boldsymbol{k}\lambda}\hat{\alpha}^{+}_{\boldsymbol{k}'\lambda'}\exp[-i(\boldsymbol{k}-\boldsymbol{k}')\boldsymbol{r}] ,$$

то в скалярном произведении $(\Psi_1 \hat{n}^{\lambda\lambda'}(\boldsymbol{r})\Psi_1)$ появится интерференционный член

$$(\Psi_1 \hat{n}^{\lambda\lambda'}(\boldsymbol{r})\Psi) = \frac{|A|^2}{V} + \frac{|B|^2}{V} + \\ + \frac{A^* B}{V} e^{-i(\boldsymbol{k}_1 - \boldsymbol{k}_2)\boldsymbol{r}} + \frac{AB^*}{V} e^{i(\boldsymbol{k}_1 - \boldsymbol{k}_2)\boldsymbol{r}}.$$

Упругое рассеяние когерентно. Если же в результате рассеяния состояние одного из атомов изменяется (неупругое рассеяние), то процесс рассеяния некогерентен и интерференционная картина не возникает [1]. Это замечание в полной мере относится к вынужденному излучению, что, как ни странно, до сих пор ускользало от внимания исследователей. Действительно, если в системе произошло вынужденное излучение и один из атомов перешел в основное ($i = 1$) состояние, то волновая функция конечного состояния системы получит вид

$$\Psi_2 = A\varphi_2(\boldsymbol{R}_1)\varphi_2(\boldsymbol{R}_2)\hat{\alpha}^+_{\boldsymbol{k}_1\lambda_1}|0\rangle + \\ + B\varphi_2(\boldsymbol{R}_1)\varphi_2(\boldsymbol{R}_2)\hat{\alpha}^+_{\boldsymbol{k}_2\lambda_2}|0\rangle + \\ + C\varphi_1(\boldsymbol{R}_1)\varphi_2(\boldsymbol{R}_2)\frac{(\hat{\alpha}^+_{\boldsymbol{k}_0\lambda_0})^2}{\sqrt{2}}|0\rangle + \\ + D\varphi_2(\boldsymbol{R}_1)\varphi_1(\boldsymbol{R}_2)\frac{(\hat{\alpha}^+_{\boldsymbol{k}_0\lambda_0})^2}{\sqrt{2}}|0\rangle,$$

но интерференционный член в скалярном произведении не будет содержать коэффициентов C и D, т. е. не будет зависеть от процессов вынужденного излучения. Таким образом, процесс вынужденного излучения, изменяющий квантовое состояние излучателя, интерференционной картины не создает. Он некогерентен, несмотря на то, что вынужденно излученный квант попадает в то же состояние, что и квант, провоцирующий излучение. Интерференционная картина электромагнитного поля не образуется в первую очередь из-за ортогональности волновых функций атомов в начальном и конечном состояниях. Это — типично квантовый эффект. Дело в том, что в процессе формирования вынужденного излучения на равных основаниях принимают участие как электромагнитное поле, так и излучатели, изменением квантовых состояний которых пренебрегать нельзя [3].

Некогерентный характер процессов вынужденного излучения существенно изменяет вид дифракционных картин электромагнитного поля. Наиболее ярко это проявляется в приграничных районах возбужденных сред. Отраженный и преломленный средой лучи возникают в результате интерференции вторичных когерентно рассеянных волн. Теперь ясно, что вынужденно излученные кванты, не интерферирующие с упруго рассеянными квантами, в формировании преломленного и отраженного лучей принимать участия не могут и должны быть исключены. Это обстоятельство никак не отражает полуклассическая теория излучения, оперирующая с неквантованным электромагнитным полем. В этой логически непоследовательной теории упругое рассеяние квантов и вынужденное излучение неотделимы друг от друга. По этой причине полуклассическая теория излучения не адекватна дифракционным явлениям в неоднородных возбужденных средах. Теперь ясно, что согласно последовательной квантовой теории в формулах Френеля можно ожидать появления нового (второго) показателя преломления, не зависящего от процессов вынужденного излучения. Поскольку стандартный показатель преломления возбужденных сред, присущий и полуклассической теории излучения, процессы вынужденного излучения учитывает явно, то это означает, что *квантовая оптика возбужденных сред имеет дело одновременно с двумя показателями преломления.* Выяснению этих вопросов и исследованию роли второго показателя преломления посвящена настоящая работа.

Часть вопросов, связанных с некогерентным характером процессов вынужденного излучения, была рассмотрена в работах [4, 5] при изучении отражения резонансного излучения возбужденными средами. В этих работах был использован громоздкий анализ матрицы плотности электромагнитного поля в целом. Таким способом не удается исследовать дифракционные картины, сопутствующие прохождению квантованного света через тонкие возбужденные пленки из-за невозможности использования здесь теории возмущений вследствие взаимного сокращения множества фейнмановских диаграмм, квантовых теорем погашения [6] и необходимости суммирования бесконечных подпоследовательностей диаграмм Фейнмана. Результаты расчетов оказываются неаналитичными по константе взаимодействия.

В настоящей работе для исследования преломления света возбужденными средами предложен иной путь расчета. Предварительно будут выведены кинетические уравнения для средних величин, в частности для концентрации фотонов в среде. В отличие от вывода стандартного уравнения переноса, игнорирующего дифракционные эффекты, предлагаемый вывод эти эффекты сохраняет. В процессе вывода кинетических уравнений мы намеренно будем избегать разрыва квантовых корреляторов фотон—фотон, необходимых для корректного учета процессов вынужденного излучения. Полученные нами уравнения существенно отличаются от известных. Они корректно учитывают процессы вынужденного излучения, дифракционные эффекты, а также оптические процессы, сопровождаемые сбоем фазы электромагнитного поля.

Матрица плотности электромагнитного поля при наличии возбужденных сред

Рассмотрим квантованное поперечное электромагнитное поле, взаимодействующее с газом, состоящим из атомов с одним валентным электроном. Пусть e_k^λ — векторы линейной поляризации, причем $\lambda = 1, 2$. Взаимодействие фотонов с атомами считаем квазирезонансным $|\omega_{m\mu} - k| << k$, такое предположение позволяет ограничиться двухуровневым приближением для атомов. Пусть индексы m отвечают зеемановским подуровням возбужденных атомов, μ — зеемановским подуровням атомов, находящихся в основном состоянии, $\omega_{m\mu}$ — оптическая частота резонансного перехода в атомах. Спиновые и релятивистские эффекты опускаем. Используем систему единиц, в которой $\hbar = c = 1$. В условиях квазирезонансности гамильтониан полной системы в представлении Шредингера можно представить в следующем виде:

$$\hat{H} = \hat{H}^0 + \hat{H}^{int} + \hat{H}^{ext}, \qquad \hat{H}^0 = \hat{H}_a + \hat{H}_{ph},$$

$$\hat{H}_a = \sum_{j\mathbf{p}} \varepsilon_j(\mathbf{p}) \hat{b}^+_{j\mathbf{p}} \hat{b}_{j\mathbf{p}},$$

$$\hat{H}_{ph} = \sum_{\mathbf{k}\lambda} k \hat{\alpha}^+_{k\lambda} \hat{\alpha}_{\mathbf{k}\lambda},$$

$$\hat{H}^{int} = -\int \hat{\psi}^+(\mathbf{r},\mathbf{R}) \hat{\mathbf{P}} \hat{\mathbf{A}}(\mathbf{r}) \hat{\psi}(\mathbf{r},\mathbf{R}) d\mathbf{r} d\mathbf{R}, \quad \hat{\mathbf{P}} = -i\frac{e}{m}\nabla_{\mathbf{r}}. \quad (1)$$

Причем

$$\hat{\psi}(\mathbf{r},\mathbf{R}) = \sum_{j\mathbf{p}} \psi_j(\mathbf{r}-\mathbf{R}) \frac{e^{i\mathbf{p}\mathbf{R}}}{\sqrt{V}} \hat{b}_{j\mathbf{p}},$$

$$\hat{\mathbf{A}}(\mathbf{r}) = \sum_{\mathbf{k}\lambda} \frac{\mathbf{e}^\lambda_{\mathbf{k}}}{\sqrt{2kV}} \left(\hat{\alpha}_{\mathbf{k}\lambda} e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}} + \hat{\alpha}^+_{\mathbf{k}\lambda} e^{-i\mathbf{k}\mathbf{r}} \right).$$

Через $\psi_j(\mathbf{r}-\mathbf{R})$ обозначены волновые функции электронов в атоме, центр тяжести которого находится в точке $\mathbf{R}$. Если атом обладает импульсом $\mathbf{p}$, то полная его энергия оказывается равной $\varepsilon_j(\mathbf{p}) = \varepsilon_j + p^2/2M$, ε_j — энергия электрона в атоме, M — масса атомного остатка, $V = L_x L_y L_z$ — нормировочный объем, $\hat{b}_{jp}\left(\hat{b}^+_{jp}\right)$ — операторы уничтожения (рождения) атомов в состояниях (i, $\mathbf{p}$). В отсутствие температурного вырождения атомов эти операторы можно описывать полями Бозе-Эйнштейна, поэтому

$$\left[\hat{b}_{jp} \hat{b}^+_{j'p'}\right] = \delta_{jj'} \delta_{pp'}.$$

Через $\hat{H}^{ext}$ в (1) обозначен гамильтониан внешних полей, обусловливающих наличие в системе возбужденных атомов и уширение энергетических уровней их возбужденных состояний.

Вывод кинетического уравнения или уравнения для средних величин электромагнитного поля построим следующим образом. Предварительно найдем уравнение для усеченной матрицы плотности ρ электромагнитного поля в среде. Если $\tilde{\rho}$ — полная матрица плотности всей системы "атомы + электромагнитное поле", то

$$\rho = Sp_a \tilde{\rho}, \qquad (2)$$

где суммирование производится по квантовым аргументам атомов среды. В уравнении (2) для ρ осуществим переход к средним. Важно подчеркнуть, что только после выполнения предварительной операции Sp_a мы перейдем к построению боголюбовской цепочки уравнений для средних величин. На этом пути для слабых полей удается избежать процедуры разрыва корреляторов фотон-фотон. Вывод уравнения для матрицы плотности ρ также не предполагает разрыва корреляторов фотон-фотон, что осуществляется в технике Г-операторов [4].

Рассмотрим основные свойства и особенности метода Г-операторов, необходимые для понимания последующего текста. Удобно использовать представление, в котором

$$\hat{\alpha}_{k\lambda} = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\zeta_{k\lambda} + \frac{\partial}{\partial \zeta_{k\lambda}}\right), \quad \hat{\alpha}^+_{k\lambda} = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\zeta_{k\lambda} + \frac{\partial}{\partial \zeta_{k\lambda}}\right).$$

Несмотря на то что физический смысл аргументов $\zeta_{k\lambda}$ ниже оказывается несущественным [7], формальное использование этих аргументов удобно. Если обозначить через $\varphi(N_{k\lambda}|\zeta_{k\lambda})$ волновые функции квантового осциллятора, то волновая функция произвольной конфигурации свободного электромагнитного поля может быть записана в виде

$$\Phi^0(N,\zeta) = \prod_{k\lambda} \varphi(N_{k\lambda}|\zeta_{k\lambda}), \qquad (3)$$

где $N = \ldots, N_{k\lambda}, \ldots$; $\zeta = \ldots, \zeta_{k\lambda} \ldots$.

Далее строится вспомогательное Г-пространство с порождающим вектором $\rangle^0_\Gamma$, в котором действуют вспомогательные операторы $\hat{U}(N)$ и $\hat{U}^+(N)$ такие, что $[\hat{U}(N)\, \hat{U}^+(N)] = \delta_{N,N'}$, причем

$$\hat{U}^+(N)\rangle^0_\Gamma \qquad (4)$$

определяет волновую функцию системы, описываемую в стандартном пространстве чисел заполнения выражением (3). Между (3) и (4) можно установить формальное соответствие, осуществляемое оператором

$$\hat{O} = \hat{\Phi}^{+}(\zeta)\rangle_{\Gamma}^{0},$$

где $\hat{\Phi}(\zeta) = \sum_{N} \hat{U}(N)\Phi^{0}(N|\zeta)$.

Оператор $\hat{O}$ оказывается унитарным [4]

$$\hat{O}\Phi^{0}(N|\zeta) = \hat{U}^{+}(N)\rangle_{\Gamma}^{0},$$
$$\hat{O}^{+}\hat{U}^{+}(N)\rangle_{\Gamma}^{0} = \Phi^{0}(N|\zeta).$$

Введение вспомогательных операторов $\hat{U}(N)$ и $\hat{U}^{+}(N)$ удобно тем, что с их помощью легко выражается искомая матрица плотности (2). Оказывается, что средние значения произвольного оператора $\hat{K}$, зависящего лишь от аргументов электромагнитного поля, могут быть найдены как [4]

$$\left\langle \hat{K} \right\rangle = \int \left\langle \hat{\Phi}^{+}(\zeta)\hat{K}\hat{\Phi}(\zeta) \right\rangle_{\Gamma} d\zeta, \qquad (5)$$

где $\rangle_{\Gamma} = \psi_{\Gamma}$ — волновая функция полной системы, записанная с использованием Г-пространства и $d\zeta = ..., d\zeta_{k\lambda}...$. Таким образом, согласно (5) конструкция

$$\rho(\zeta, \zeta', t) = < \hat{\Phi}^{+}(\zeta')\hat{\Phi}(\zeta) >_{\Gamma} \qquad (6)$$

играет роль матрицы плотности электромагнитного поля в среде, т. е. роль усеченной матрицы плотности (2). Вывод уравнения для матрицы $\rho(\zeta, \zeta')$ удобно осуществить путем использования в Г-пространстве квантовых функций Грина [8] в формализме Келдыша [9]. Для этого вводится матричная функция

$$D_{ll'}(\zeta, t, \zeta', t') =$$
$$= -i\left\langle \hat{T}_{C}\hat{\Phi}_{l}(\zeta, t)\hat{\Phi}_{l'}^{+}(\zeta', t')\hat{S} \right\rangle_{\Gamma}. \qquad (7)$$

Полевые операторы здесь взяты в представлении взаимодействия. Индексы l и l' принимают значения 1 и 2, описывая временной контур, исходящий (l = 1) из точки $t \to -\infty$, простирающийся до $t \to \infty$ и возвращающийся (l = 2) вновь в точку $t \to -\infty$, $\hat{T}_{c}$ — хронологический оператор на этом контуре. Оператор $\hat{S}$ равен

$$\hat{S} = \hat{T}_{c} \exp\left\{-i \sum_{l=1,2} (-1)^{l+1} \int_{-\infty}^{\infty} \hat{H}_{l}^{\mathrm{int}}(t)dt\right\},$$

где $\hat{H}_{l}^{int}(t)$ — гамильтониан взаимодействия в представлении взаимодействия, записанный в Г-пространстве, причем индекс l характеризует ту ветвь временного контура, на котором находится параметр t, определяющий в данный момент оператор $\hat{H}_{l}^{int}(t)$.

В определении (7) усреднение $\rangle_{\Gamma}^{0}$, как и раньше, означает усреднение по квантовому состоянию. Кроме того, будем считать, что в (7) осуществляется статистическое усреднение. При этом учитывается взаимодействие атомов с резервуаром, что проявляет себя через массовый оператор в виде уширения энергетических уровней атомов и наличия в системе атомов в возбужденном состоянии. Считается, что до взаимодействия с излучением $(t \to -\infty)$ распределение атомов по трансляционным степеням свободы описывалось распределением Гаусса. Это обстоятельство позволяет использовать термодинамический вариант теоремы Вика [8] для преобразования атомных полевых операторов высших порядков. Для операторов электромагнитного поля $\hat{U}(N)$ и $\hat{U}^{+}(N)$ используем стандартный алгебраический вариант теоремы Вика [1], не вносящий в расчеты никаких огрублений и точным образом учитывающий корреляторы фотон-фотон сколь угодно сложной конфигурации [4]. Последнее свойство используемого формализма оказывается принципиальным. Оно позволяет корректно описывать процессы вынужденного излучения, автоматически учитывать следствия их некогерентного характера [3], указывает на необходимость введения в теорию второго показателя преломления [4, 5] и т. д.

Используемый вывод уравнений переноса позволяет придать этим уравнениям вид, при котором указанные свойства электромагнитного поля не будут потеряны.

Функция $D_{ll'}$ согласно (6) и (7) определяет матрицу плотности $\rho(\zeta, \zeta', t)$ следующим образом

$$iD_{12}(\zeta, t, \zeta', t) = \rho_{12}(\zeta, t, \zeta', t) = \rho(\zeta, \zeta, t).$$

Для вычисления искомой матрицы плотности ρ_{12} возникает следующая система уравнений [4]:

$$\rho = \rho^{(c)} + \rho^{(n)},$$
$$\rho^{(c)} = \left(1 + \Delta_{r}\hat{\mathcal{P}}_{r}\right)\rho^{0}\left(\Delta_{a}\hat{\mathcal{P}}_{a} + 1\right), \qquad (8)$$
$$\rho^{(n)} = -\Delta_{r}\hat{\mathcal{P}}_{12}^{(n)}\Delta_{a},$$

$$\Delta_{r} = \Delta_{r}^{0} + \Delta_{r}^{0}\hat{\mathcal{P}}_{r}\Delta_{r}, \quad \Delta_{a} = \Delta_{r}^{+}, \quad (\Delta_{r}^{0})^{-1}\rho^{0} = 0,$$
$$\Delta_{r}^{0}(t, t') = -i\vartheta(t, t')\exp\left[-i\hat{H}_{ph}(t - t')\right],$$

где ϑ — функция Хевисайда. Не представляющие интерес индексы у матрицы ρ_{12} опущены.

Важно отметить, что согласно (8) матрица плотности фотонной подсистемы представима в виде суммы двух компонент. Когерентная составляющая $\rho^{(c)}$ описывает упругие процессы рассеяния, в результате которых атомы среды возвращаются в исходное, в том числе и трансляционное, квантовое состояние. Некогерентная компонента $\rho^{(n)}$ ответственна за канал рассеяния, в котором содержится хотя бы один процесс, в результате которого квантовое состояние рассеивателя изменяется. К таким процессам относятся: спонтанное излучение, комбинационное рассеяние и, как отмечено выше, вынужденное излучение атомов. В этом же некогерентном канале находятся процессы рассеяния, сопровождаемые потерей части импульса фотона. Между когерентным и некогерентным каналами рассеяния интерференционные процессы не возникают.

Второе важное замечание состоит в том, что согласно (8) взаимодействие излучения с веществом определяется двумя разными поляризационными операторами: $\hat{\mathcal{P}}_{12}^{(n)}$ и $\hat{\mathcal{P}}_r = \hat{\mathcal{P}}_a^+$. Это означает, что введение единственного показателя преломления для описания кинетики квантованного поля в средах, в отличие от классического поля, в общем случае оказывается недостаточным [4, 10].

Третье замечание, следующее из вида системы (8), заключается в том, что когерентный канал рассеяния рассчитывается автономно — его расчет не связан с расчетом некогерентного канала. Матрица $\rho^{(c)}$ определяется исключительно упругими процессами рассеяния. Ту часть излучения, которая описывается матрицей $\rho^{(c)}$, будем называть "квантовым буферным" излучением. В то же время определяющий эволюцию света в некогерентном канале оператор $\hat{\mathcal{P}}_{12}^{(n)}$ зависит как от $\rho^{(n)}$, так и от $\rho^{(c)}$. Другими словами, излучение, формируемое когерентным каналом, т. е. "буферное" излучение, играет роль источника излучения в некогерентном канале.

Если $n\lambda\!\!\!^{-3}\gamma_r/\gamma_{tot} \ll 1$, $\lambda\!\!\!^- = 2\pi/k$, где n — концентрация рассеивающих источников; γ_r — радиационная ширина возбужденного состояния атома; γ_{tot} — полная ширина возбужденного состояния атома, то после преобразования Фурье

$$\hat{\mathcal{P}}_r(E) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{iEt}\hat{\mathcal{P}}_r(t)dt$$

будем иметь [4]

$$\hat{\mathcal{P}}_r(E) = \sum_{\mathbf{k}_1\lambda_1\mathbf{k}_2\lambda_2}\Big[\hat{\alpha}_{\mathbf{k}_1\lambda_1} A_r^{\mathbf{k}_1\lambda_1\mathbf{k}_2\lambda_2}\left(E-\hat{H}_{ph}\right)\hat{\alpha}^+_{\mathbf{k}_2\lambda_2} + \tag{9}$$
$$+\hat{\alpha}^+_{\mathbf{k}_1\lambda_1} C_r^{\mathbf{k}_1\lambda_1\mathbf{k}_2\lambda_2}\left(E-\hat{H}_{ph}\right)\hat{\alpha}_{\mathbf{k}_2\lambda_2}\Big].$$

Этот оператор определяет когерентное рассеяние квантов, причем для однородного пространства

$$A_r^{\mathbf{k}_1\lambda_1\mathbf{k}_2\lambda_2}(E) = a_r^{\mathbf{k}_1\lambda_1\mathbf{k}_2\lambda_2}(E)\delta(\mathbf{k}_1,\mathbf{k}_2),$$

$$C_r^{\mathbf{k}_1\lambda_1\mathbf{k}_2\lambda_2}(E) = c_r^{\mathbf{k}_1\lambda_1\mathbf{k}_2\lambda_2}(E)\delta(\mathbf{k}_1,\mathbf{k}_2), \tag{10}$$

где

$$a_r^{\mathbf{k}_1\lambda_1\mathbf{k}_2\lambda_2}(E) = \sum_{m\mu\mathbf{p}} \frac{a_{m\mu}^{\mathbf{k}_1\lambda_1\mathbf{k}_2\lambda_2}(\mathbf{p})}{E+\omega_{m\mu}+(\mathbf{k}_1+\mathbf{k}_2)\mathbf{p}/2M+i\gamma/2};$$

$$a_{m\mu}^{\mathbf{k}_1\lambda_1\mathbf{k}_2\lambda_2}(\mathbf{p}) = \frac{\overset{*}{P}{}_{m\mu}^{\lambda_1}(\mathbf{k}_1)P_{m\mu}^{\lambda_2}(\mathbf{k}_2)}{2\sqrt{k_1k_2}}n_m(\mathbf{p});$$

$$c_r^{\mathbf{k}_1\lambda_1\mathbf{k}_2\lambda_2}(E) = \sum_{m\mu\mathbf{p}} \frac{c_{m\mu}^{\mathbf{k}_1\lambda_1\mathbf{k}_2\lambda_2}(\mathbf{p})}{E-\omega_{m\mu}-(\mathbf{k}_1+\mathbf{k}_2)\mathbf{p}/2M+i\gamma/2};$$

$$c_{m\mu}^{\mathbf{k}_1\lambda_1\mathbf{k}_2\lambda_2}(\mathbf{p}) = \frac{\overset{*}{P}{}_{m\mu}^{\lambda_1}(\mathbf{k}_1)P_{m\mu}^{\lambda_2}(\mathbf{k}_2)}{2\sqrt{k_1k_2}}n_\mu(\mathbf{p}), \tag{11}$$

где γ — суммарная ширина возбужденного состояния атома за исключением доплеровского уширения.

В дипольном приближении

$$P_{m\mu}^{\lambda}(\mathbf{k}) = \int \psi_m^*(\mathbf{e}_k^\lambda\hat{P})\psi_\mu d(\mathbf{r}-\mathbf{R}).$$

Через $n_\mu(\mathbf{p})$, $n_m(\mathbf{p})$ обозначены концентрации невозбужденных и возбужденных атомов, обладающих импульсом $\mathbf{p}$. Отличительной особенностью формул (9)—(11) при однофотонном рассеянии резонансного излучения оказывается пропорциональность $\hat{\mathcal{P}}_r(\omega_{m\mu}) \sim n_\mu + n_m$, в то время как в этих же условиях стандартный показатель преломления пропорционален разности концентраций $n_\mu - n_m$. Это означает, что когерентный канал рассеяния управляется своим специфическим показателем преломления [4]. Напомним, что некогерентные свойства процессов вынужденного излучения исключают их из когерентного канала рассеяния. По этой причине, как указано выше, в когерентном канале существует свой показатель преломления, не совпадающий со стандартным показателем преломления возбужденной среды. Таким образом, согласно квантовой теории в возбужденной среде существуют два показателя преломления.

Если среда представляет собой плоскопараллельный слой, занимающий пространство $0 < z < l$, то [4]

$$A_r^{k_1\lambda_1 k_2\lambda_2}(E) = a_r^{k_1\lambda_1 k_2\lambda_2}(E)\vartheta_L(k_2 - k_1),$$

$$C_r^{k_1\lambda_1 k_2\lambda_2}(E) = c_r^{k_1\lambda_1 k_2\lambda_2}(E)\vartheta_L(k_1 - k_2),$$

$$\vartheta_L(k_2 - k_1) = \delta(k_{1x}, k_{2x})\delta(k_{1y}, k_{2y})\vartheta_L(k_{2z} - k_{1z}), \quad (12)$$

$$\vartheta_L(k_{2z} - k_{1z}) = \int_0^l e^{-i(k_{2z}-k_{1z})z}\frac{dz}{L_z} = \frac{1 - e^{-i(k_{2z}-k_{1z})l}}{i(k_{2z}-k_{1z})L_z} \xrightarrow[k_{2z}\to k_{1z}]{} \frac{l}{L_z}.$$

В случае полубесконечной среды надлежит осуществить предельный переход $l \to \infty$. Тогда

$$\vartheta_l(k_{2z} - k_{1z}) \to \vartheta_\infty(k_{2z} - k_{1z}) = \int_0^\infty \exp[-i(k_{2z} - k_{1z} - i0)z]\frac{dz}{L_z} = \frac{1}{i(k_{2z} - k_{1z} - i0)L_z}.$$

Аналогичные формулы возникают [11] для поляризационного оператора

$$\hat{\mathcal{P}}_{12}^{(n)}(E) = \sum_{k_1\lambda_1 k_2\lambda_2}\left[\hat{\alpha}^+_{k_1\lambda_1}\int A_{12}^{k_1\lambda_1 k_2\lambda_2}(E - E')\rho(E')\frac{dE'}{2\pi}\hat{\alpha}_{k_2\lambda_2} + \hat{\alpha}_{k_1\lambda_1}\int C_{12}^{k_1\lambda_1 k_2\lambda_2}(E - E')\rho(E')\frac{dE'}{2\pi}\hat{\alpha}^+_{k_2\lambda_2}\right]. \quad (13)$$

Этот оператор описывает неупругие процессы взаимодействия излучения с атомами. При этом оказывается, что

$$A_{r,a}^{k_1\lambda_1 k_2\lambda_2}(E) = -\int_{-\infty}^{\infty}\frac{A_{12}^{k_1\lambda_1 k_2\lambda_2}(-E')}{E - E' \pm i0}\frac{dE'}{2\pi},$$

$$C_{r,a}^{k_1\lambda_1 k_2\lambda_2}(E) = -\int_{-\infty}^{\infty}\frac{C_{12}^{k_1\lambda_1 k_2\lambda_2}(-E')}{E - E' \pm i0}\frac{dE'}{2\pi}.$$

Для структурных коэффициентов $A_{12}^{k_1\lambda_1 k_2\lambda_2}$ и $C_{12}^{k_1\lambda_1 k_2\lambda_2}$ вновь справедливы формулы (10) и (12) с заменой $a_r \to a_{12}$, $c_r \to c_{12}$, причем

$$ia_{12}^{k_1\lambda_1 k_2\lambda_2}(E) = a_r^{k_1\lambda_1 k_2\lambda_2}(-E) - a_a^{k_1\lambda_1 k_2\lambda_2}(-E),$$

$$ic_{12}^{k_1\lambda_1 k_2\lambda_2}(E) = c_r^{k_1\lambda_1 k_2\lambda_2}(-E) - c_a^{k_1\lambda_1 k_2\lambda_2}(-E). \quad (14)$$

Уравнения для средних величин

Структура уравнений (8) для усеченной матрицы ρ, описывающих поведение электромагнитного поля в диспергирующих средах, оказывается довольно сложной, особенно, если учесть явные выражения (9) и (13) для операторов $\hat{\mathcal{P}}_{r,a}$ и $\hat{\mathcal{P}}_{12}^{(n)}$. Попытки непосредственного решения [4, 5, 12] уравнений (8) при исследовании процессов отражения света указали на существование в возбужденных средах нетривиальных дифракционных картин. Ниже на основании уравнений (8) будут получены уравнения для средних величин, обладающие значительно более простой математической структурой, но сохраняющие особенности дифракционных явлений, описываемых уравнениями (8).

Нас будет интересовать концентрация фотонов в точке $\boldsymbol{r}$, определяемая формулой

$$n^{\nu\nu'}(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{V}Sp\sum_{\mathbf{kk}'\lambda\lambda'} e^{\lambda}_{\mathbf{k}\nu}e^{\lambda'}_{\mathbf{k}'\nu'}\hat{\alpha}^+_{\mathbf{k}'\lambda'}e^{-i\mathbf{k}'\mathbf{r}}\hat{\alpha}_{\mathbf{k}\lambda}e^{i\mathbf{kr}}\rho(t,t).$$

Для ее расчета удобно предварительно рассчитать следующую матрицу:

$$N_{kk'}^{\lambda\lambda'}(t,t') = Sp\hat{\alpha}^+_{k'\lambda'}\hat{\alpha}_{k\lambda}\rho(t,t). \quad (15)$$

Тогда

$$n^{\nu\nu'}(\mathbf{r}, t, \mathbf{r}', t') = \frac{1}{V}\sum_{\mathbf{kk}'\lambda\lambda'} e^{\lambda}_{\mathbf{k}\nu}e^{\lambda'}_{\mathbf{k}'\nu'}e^{i\mathbf{kr}}e^{-i\mathbf{k}'\mathbf{r}'}N_{\mathbf{kk}'}^{\lambda\lambda'}(t,t').$$

Прежде всего отметим, что согласно (8) функция $N_{\mathbf{kk}'}^{\lambda\lambda'}$ может быть представлена в виде двух слагаемых

$$N_{\mathbf{kk}'}^{\lambda\lambda'} = N_{\mathbf{kk}'}^{\lambda\lambda'(c)} + N_{\mathbf{kk}'}^{\lambda\lambda'(n)}.$$

Соответственно, необходимо найти два уравнения, определяющие эти составляющие. Схема вывода таких уравнений указана в [11]. Прежде всего уравнение (8) для $\rho^{(n)}$ переписывается в виде

$$\Delta_r^{-1}\rho^{(n)}\Delta_a^{-1} = -\hat{\mathcal{P}}_{12}^{(n)}. \quad (16)$$

Но согласно (8) справедливо $\Delta_r^{-1}\rho^{(c)}\Delta_a^{-1} = 0$. По этой причине матрица плотности $\rho = \rho^{(c)} + \rho^{(n)}$ также подчиняется уравнению (16). Далее, в уравнении (16) удобно перейти в i-представление, осуществляемое оператором $\exp\left(i\hat{H}_{ph}t\right)$. В этом представлении оператор Δ_r^0 сильно упрощается и оказывается равным $\Delta_r^0 = -i\vartheta(t - t')$, операторы $\hat{\alpha}_{k\lambda}$ и $\hat{\alpha}^+_{k\lambda}$ приобретают, соответственно, сомножители $\exp(\mp ikt)$. Ниже матрица плотности $\rho(t, t')$ будет использоваться в i-представлении, и специального обозначения в этом представлении для нее мы вводить не будем. Согласно i-представлению

$$n^{\nu\nu'}(\mathbf{r},t,\mathbf{r}',t')=\frac{1}{V}\sum_{\mathbf{k}\mathbf{k}'\lambda\lambda'} e^{\lambda}_{\mathbf{k}\nu}e^{\lambda'}_{\mathbf{k}'\nu'}e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}-ikt}e^{-i\mathbf{k}'\mathbf{r}'+ik't'}N^{\lambda\lambda'}_{\mathbf{k}\mathbf{k}'}(t,t'), \quad (17)$$

а соотношение (15) не изменяется.

Вводим вспомогательный производящий функционал

$$r(I)=Sp\hat{u}\rho\hat{u}^{+},$$

$$\hat{u}=\exp\left(i\sum_{k\lambda}\hat{\alpha}_{k\lambda}I_{k\lambda}\right),$$

где $I_{k\lambda}$ — некоторая классическая функция.

Учитывая коммутационное соотношение

$$[\hat{u},\hat{\alpha}^{+}_{k\lambda}]=i\hat{u}I_{k\lambda},$$

для производящего функционала с помощью (9), (13) и (16) находим

$$\left\{i\frac{\partial}{\partial t}-\sum_{i}\tilde{A}^{ii}_{r}-\sum_{ij}\left(\frac{\delta}{\delta I_i^*}+I_i\right)\tilde{T}^{ij}_{r}\frac{\delta}{\delta I_j}\right\}\times$$
$$\times\left\{-i\frac{\partial}{\partial t'}-\sum_{i'}\tilde{A}^{i'i'}_{a}-\sum_{i'j'}\frac{\delta}{\delta I^*_{i'}}\tilde{T}^{i'j'}_{a}\left(\frac{\delta}{\delta I_{j'}}+I^*_{j'}\right)\right\}r(I)=$$
$$=-\sum_{iji'}\tilde{T}^{ij}_{r}\frac{\delta}{\delta I_j}\tilde{T}^{i'i}_{a}\frac{\delta}{\delta I^*_{i'}}r(I)-\sum_{ij}\frac{\delta}{\delta I_i}\frac{\delta}{\delta I^*_j}\tilde{C}^{ij}_{12}r(I)-$$
$$-\sum_{i}\tilde{A}^{ii}_{12}r(I)-\sum_{ij}\left(\frac{\delta}{\delta I_j}+I^*_j\right)\tilde{A}^{ij}_{12}\left(\frac{\delta}{\delta I^*_i}+I_i\right)r(I). \quad (18)$$

Здесь использованы сокращенные обозначения $i=\{\boldsymbol{k},\lambda\}$. Структурные коэффициенты

$$\tilde{T}^{ij}_{r,a}(t,t')=\tilde{C}^{ij}_{r,a}(t,t')+\tilde{A}^{ij}_{r,a}(t,t') \quad (19)$$

следуют из (11)—(14)

$$\begin{aligned}
\tilde{C}^{ij}_{r,a}(t,t')&=e^{ik_1t}C^{k_1\lambda_1k_2\lambda_2}_{r,a}(t,t')e^{-ik_2t'},\\
\tilde{A}^{ij}_{r,a}(t,t')&=e^{-ik_1t}A^{k_1\lambda_1k_2\lambda_2}_{r,a}(t,t')e^{ik_2t'},\\
\tilde{C}^{ij}_{12}(t,t')&=e^{-ik_1t}C^{k_1\lambda_1k_2\lambda_2}_{12}(t,t')e^{ik_2t'},\\
\tilde{A}^{ij}_{12}(t,t')&=e^{ik_1t}A^{k_1\lambda_1k_2\lambda_2}_{12}(t,t')e^{-ik_2t'}.
\end{aligned} \quad (20)$$

Ниже мы будем опускать содержащиеся в (18) вакуумные слагаемые $\sum_i\tilde{A}^{ii}_{r,a}$ и $\sum_i\tilde{A}^{ii}_{12}$. Впрочем, можно показать, что при выводе линейного уравнения переноса излучения эти слагаемые взаимно сокращаются. Уравнение (18) является основным для исследования кинетики усредненных величин. В частности, интересующая нас конструкция (15) находится из функционала $r(I)$ по формуле

$$N_{ij}=\frac{\delta}{\delta I_i}\frac{\delta}{\delta I^*_j}r(I) \text{ при } I=0. \quad (21)$$

Производя двухкратное варьирование уравнения (18), согласно (21) будем иметь

$$\hat{d}_r^{-1}N\hat{d}_a^{-1}=-\hat{B}, \quad (22)$$

где

$$\hat{d}_r^{-1}=i\frac{\partial}{\partial t}-\tilde{T}_r,\ \hat{d}_r^{-1}=-i\frac{\partial}{\partial t'}-\tilde{T}_a. \quad (23)$$

Через $\hat{B}$ при $I=0$ обозначена совокупность всех членов, возникшая в результате варьирования уравнения (18), не вошедших в левую часть (22).

Введем по определению операторы $\hat{d}_r$ и $\hat{d}_a$ такие, что

$$\hat{d}_r^{-1}\hat{d}_r=\hat{1},\ \hat{d}_a^{-1}\hat{d}_a=\hat{1}, \quad (24)$$

где $\hat{1}$ — единичный оператор.

Уравнению (22) можно придать интегральный вид, по форме напоминающий систему уравнений (8)

$$N=N^{(c)}+N^{(n)}; \quad (25)$$

$$N^{(c)}=(1+\hat{d}_r\tilde{T}_r)N^0(1+\tilde{T}_a\hat{d}_a); \quad (26)$$

$$N^{(n)}=-\hat{d}_r\hat{B}\hat{d}_a, \quad (27)$$

где N^0 описывает начальное состояние поля до взаимодействия его со средой. Поскольку структурные коэффициенты $\tilde{T}_{r,a}$, определяемые $\tilde{C}_{r,a}$ и $\tilde{A}_{r,a}$, ответственны за когерентные процессы рассеяния, то будем говорить, что компонента $N^{(c)}$ определяет когерентный канал рассеяния, при котором атомы среды не изменяют своего квантового состояния. Компонента $N^{(c)}$, таким образом, описывает концентрацию фотонов "буферного" излучения. Компонента $N^{(n)}$ ответственна за некогерентный канал рассеяния. В этом канале содержатся процессы вынужденного излучения, спонтанного излучения и некогерентные процессы рассеяния, изменяющие квантовое состояние атомов. Согласно (25) между каналами рассеяния интерференционных явлений нет, что согласуется с выводами вводной части статьи.

Из такой физической интерпретации уравнений (26) и (27) следует принципиальная измеримость компонент $N^{(c)}$ и $N^{(n)}$. Отсюда, в свою очередь, следует положительная определенность их диагональных элементов.

Система уравнений (26) и (27) достаточна для расчета эволюции квантовых средних в протяженных возбужденных средах. Обратим внимание на тот факт, что посредством квантовых средних удается, согласно (26) и (27), изучать не только кинетику плотности энергии излучения, но и дифракционные эффекты, так как пропагаторы $\hat{d}_r$ и $\hat{d}_a$ полностью их описывают. Подобного рода математической структуры уравнения для невозбужденных сред были получены в работе [13] при изучении кинетики вудовского отражения. На феноменологической основе для невозбужденных сред похожие уравнения получены в работе [14]. Что касается возбужденных сред, то здесь ситуация сильно меняется. Важно еще раз подчеркнуть, что при выводе уравнений (26) и (27) нами не использовалась процедура разрыва корреляторов фотон—фотон. Это обстоятельство существенно меняет содержание уравнений и автоматически обусловливает, что очень важно, описание процессов вынужденного излучения посредством некогерентного канала рассеяния. Учет высших корреляторов фотон—фотон влечет за собой незамкнутость системы (25)—(27), которая представляет собой в своем роде цепочку уравнений Н. Н. Боголюбова. Действительно, если в левой части (27) содержится N_{ij} в первой степени, то в операторе $\hat{B}$ наряду с линейными по N_{ij} членами содержатся корреляторы высших порядков. При условии $|N_{ij}| \ll 1$ корреляторы высших порядков следует опустить, так как после асимптотического представления их в виде произведений N_{ij} все эти корреляторы оказываются порядка $|N_{ij}|^2$. В этих условиях [11]

$$\hat{B}^{ii'}(t,t') = \tilde{A}_{12}^{ii'}(t,t') + \sum_i N_{ij}(t,t')\times$$
$$\times \tilde{A}_{12}^{ii'}(t,t') + \sum_j \tilde{A}_{12}^{ij}(t,t')N_{ij'}(t,t') . \qquad (28)$$

Эти линейные члены не связаны с процедурой расцепления корреляторов. Здесь важно отметить, что в левой части выражения (28) содержатся суммарные N_{ij}, определяемые формулой (25). Слагаемое $\tilde{A}_{12}^{ii}(t,t')$ в (28) отвечает за спонтанное излучение возбужденных атомов. Это же слагаемое описывает переизлучение атомами фотонов со сбоем фазы. Учет переизлучения фотонов требует составления дополнительного уравнения для концентрации возбужденных атомов, содержащейся в. $\tilde{A}_{12}^{ii}(t,t')$, которая обусловливается наличием в среде поля излучения. Роль процессов переизлучения исследовалась в работах [15—17] и здесь нас интересовать не будет.

Уравнению (27) для квазиоднородных сред можно придать вид уравнения переноса.

Кинетическое уравнение переноса излучения

Вывод кинетического уравнения, определяющего некогерентную компоненту $N^{(n)}$, можно осуществить следующим образом [18]. Ограничиваясь низшим приближением по концентрации атомов среды, уравнение (27) пишется в двух эквивалентных формах

$$\hat{d}_r^{-1}N^{(n)} = -\hat{B}\hat{d}_a^0 ; \quad N^{(n)}\hat{d}_a^{-1} = -\hat{d}_r^0\hat{B} ;$$
$$(\hat{d}_r^0)^{-1} = i\frac{\partial}{\partial t}; \quad (\hat{d}_a^0)^{-1} = -i\frac{\partial}{\partial t'} .$$

После перехода к новым переменным

$$\mathbf{R} = \frac{\mathbf{r}+\mathbf{r}'}{2},\ \mathbf{\rho} = \mathbf{r}-\mathbf{r}',\ \mathbf{K} = \frac{\mathbf{k}+\mathbf{k}'}{2},\ \mathbf{q} = \mathbf{k}-\mathbf{k}'$$

рассматривается разность этих уравнений. В новых переменных равенство (17) может быть записано в виде

$$n^{\nu\nu'}(\rho,\mathbf{R},t,t') = \frac{1}{V}\sum_{\mathbf{qK}} e^{i(\mathbf{K}\rho+\mathbf{qR})} N^{\nu\nu'}_{\mathbf{K}+\frac{\mathbf{q}}{2},\mathbf{K}-\frac{\mathbf{q}}{2}}(t,t')\times$$
$$\times\exp\left(-i\left|\mathbf{K}+\frac{\mathbf{q}}{2}\right|t + i\left|\mathbf{K}-\frac{\mathbf{q}}{2}\right|t'\right),$$

где $N^{\nu\nu'}_{\mathbf{kk}'} = \sum_{\lambda\lambda'} e^{\lambda}_{\mathbf{k}\nu} e^{\lambda'}_{\mathbf{k}'\nu'} N^{\lambda\lambda'}_{\mathbf{kk}'}$.

Далее осуществляется переход к переменным

$$T = \frac{t+t'}{2},\quad \tau = t-t'$$

и используется преобразование Фурье

$$n^{\nu\nu'}(\mathbf{K},\mathbf{R},\varepsilon,T) = \frac{1}{V}\int e^{-i(\mathbf{K}\rho-\varepsilon\tau)} n^{\nu\nu'}(\rho,\mathbf{R},\tau,T)\,d\rho\,d\tau .$$

В предположении, что

$$n^{\nu\nu'}(\mathbf{K},\mathbf{R},\varepsilon,T) = 2\pi\delta(K-\varepsilon)n^{\nu\nu'}(\mathbf{K},\mathbf{R},T),$$

опуская промежуточные выкладки, приведем возникшее для $n^{\nu\nu'}(\mathbf{K},\mathbf{R},T)$ уравнение

$$\mathbf{K}\nabla_{\mathbf{R}} n^{\nu\nu'(n)} + \frac{\partial}{\partial T} n^{\nu\nu'(n)} + i\left[c_r^{\nu\nu_1}(K) + a_r^{\nu\nu_1}(-K)\right]\times$$
$$\times n^{\nu\nu_1(n)} - in^{\nu\nu_1(n)}\left[c_a^{\nu_1\nu'}(K) + a_a^{\nu_1\nu'}(-K)\right] =$$
$$= -\left(n^{\nu\nu_1(c)} + n^{\nu\nu_1(n)}\right)a_{12}^{\nu_1\nu'}(K) - a_{12}^{\nu\nu_1}(K)\times$$
$$\times\left(n^{\nu_1\nu'(c)} + n^{\nu_1\nu'(n)}\right) - a_{12}^{\nu\nu'}(\mathbf{K},\mathbf{R},T). \quad (29)$$

Под индексом ν_l подразумевается суммирование. Здесь использованы обозначения

$$a_{12}^{\nu\nu'}(\mathbf{K},\mathbf{R},T) =$$
$$= \frac{1}{V}\int\sum_{\mathbf{q}} e^{i\mathbf{q}\mathbf{R}-iK\tau} A_{12}^{\nu\nu'}(\mathbf{K}+\frac{\mathbf{q}}{2},\mathbf{K}-\frac{\mathbf{q}}{2},\tau,T)d\tau,$$

$$c_r^{\nu\nu'}(K) = \sum_{\lambda\lambda'} e_{\mathbf{K}\lambda}^{\nu} e_{\mathbf{K}\lambda'}^{\nu'} c_r^{\mathbf{K}\lambda\mathbf{K}\lambda'}(K),$$

$$a_r^{\nu\nu'}(-K) = \sum_{\lambda\lambda'} e_{\mathbf{K}\lambda}^{\nu} e_{\mathbf{K}\lambda'}^{\nu'} a_a^{\mathbf{K}\lambda\mathbf{K}\lambda'}(-K),$$

$$c_a^{\nu\nu'}(K) = c_r^{\nu'\nu*}(K), \quad a_a^{\nu\nu'}(-K) = a_r^{\nu'\nu*}(-K). \quad (30)$$

Из уравнения (29) благодаря соотношению (14)

$$ia_{12}^{\nu\nu'}(K) = a_r^{\nu\nu'}(-K) - a_a^{\nu\nu'}(-K)$$

следует для $n^{\nu\nu'(n)}(\mathbf{K},\mathbf{R},T)$ стандартное уравнение переноса

$$\mathbf{K}\nabla_{\mathbf{R}} n^{\nu\nu'(n)} + \frac{\partial}{\partial T} n^{\nu\nu'(n)} = -i\left[c_r^{\nu\nu_1}(K) + a_a^{\nu\nu_1}(-K)\right]\times$$
$$\times n^{\nu_1\nu'(n)} + in^{\nu\nu_1(n)}\left[c_a^{\nu_1\nu'}(K) + a_r^{\nu_1\nu'}(-K)\right] - \quad (31)$$
$$-a_{12}^{\nu\nu'}(\mathbf{K},\mathbf{R},T) - n^{\nu\nu_1(c)}a_{12}^{\nu_1\nu'} - a_{12}^{\nu\nu_1}n^{\nu_1\nu'(c)}.$$

Согласно (11) и (30) коэффициенты уравнения (31), как и следовало ожидать, пропорциональны разности

$$c_r^{\nu\nu_1}(K) + a_a^{\nu\nu_1}(-K) \sim n_\mu - n_m,$$

$$c_a^{\nu\nu_1}(K) + a_r^{\nu\nu_1}(-K) \sim n_\mu - n_m.$$

И все-таки по сравнению с привычным уравнением переноса уравнение (31) обладает внешне небольшим, но принципиально важным отличием. Внешние источники излучения в уравнении (31) описываются последними двумя слагаемыми, определяемыми исключительно когерентным каналом рассеяния, т. е. "буферным" излучением. Это обстоятельство очень важно, поскольку когерентный канал излучения рассчитывается автономно, он не содержит процессов вынужденного излучения и в возбужденных средах приводит к специфическим оптическим эффектам. В частности, именно этот канал описывает преломление света на границе различных сред. Он же ответствен за отражение света, которое из-за некогерентных свойств вынужденного излучения носит специфический характер [3] и для резонансных частот определяется суммой концентраций $n_\mu + n_m$. Роль последних двух слагаемых в (31) отчетливо проявляется при изучении эффекта Ханле при рассеянии вперед в возбужденных средах. Если возбуждение таково, что концентрации возбужденных и невозбужденных атомов равны друг другу $n_\mu = n_m$, то суммы коэффициентов в квадратных скобках уравнения (31) обращаются в ноль. Такие среды оптически прозрачны, и стандартное уравнение переноса предсказало бы нулевой эффект Ханле. В то же время благодаря наличию когерентного канала рассеяния, т. е. наличию "буферного" излучения, играющего существенную роль лишь в приграничной области, эффект Ханле при $n_\mu = n_m$ оказывается ненулевым [12]. Определяемый приграничными областями среды сигнал Ханле при $n_\mu = n_m$ распространяется далее через среду без искажения.

Преломление света на границе возбужденной среды

Пусть возбужденная среда занимает полупространство $z > 0$. Это означает, что в формулах (12) надо положить $l \to \infty$. При этом

$$A_r^{k_1\lambda_1k_2\lambda_2}(E) = a_r^{k_1\lambda_1k_2\lambda_2}(E)\vartheta_\infty(k_2 - k_1),$$
$$C_r^{k_1\lambda_1k_2\lambda_2}(E) = c_r^{k_1\lambda_1k_2\lambda_2}(E)\vartheta_\infty(k_1 - k_2).$$

Здесь

$$\vartheta_\infty(k_1 - k_2) = \frac{-i\delta(k_{1x},k_{2x})\delta(k_{1y},k_{2y})}{(k_{1z} - k_{2z} - i0)L_z}.$$

При $V \to \infty$ суммирование по $\boldsymbol{k}$ будем заменять интегрированием

$$\sum_{\boldsymbol{k}} f(\boldsymbol{k}) \to \frac{V}{(2\pi)^3}\int f(\boldsymbol{k})d\boldsymbol{k}.$$

Преломленный, согласно когерентному каналу эволюции, луч найдем из формулы (26). Эта формула допускает факторизацию. Пусть среднее число фотонов в рассеиваемой моде представимо в виде произведения $N^0 = f^0 f^{0*}$, тогда $N^{(c)} = ff^*$, где

$$f = (1 + \hat{d}_r\tilde{T}_r)f^0. \quad (32)$$

Поскольку преломленный луч распространяется в глубь среды, пропагатор $\hat{d}_r$ в (32) можно заменить на пропагатор, описывающий распространение света в однородной бесконечной среде и удовлетворяющий уравнению (24) с учетом (23). Учитывая для однородной среды диагональность $\tilde{T}_r^{ij}$ по индексам ($\boldsymbol{k}$, λ), после подстановки (19), (20) и (23) в (24) будем иметь

$$\hat{d}_r^\infty(E) = \frac{1}{E - c_r^{\mathbf{k}\lambda\mathbf{k}\lambda}(E+k) - a_r^{\mathbf{k}\lambda\mathbf{k}\lambda}(E-k)}. \quad (33)$$

Преломленный свет будем описывать следующим образом. Согласно (17)

$$n(\mathbf{r},t,\mathbf{r}',t') = \sum_{\nu} n^{\nu\nu}(\mathbf{r},t,\mathbf{r}',t) =$$

$$= \frac{1}{V}\sum_{\mathbf{k}\mathbf{k}'\lambda\lambda'} (\mathbf{e}_{\mathbf{k}}^{\lambda}\mathbf{e}_{\mathbf{k}'}^{\lambda'}) e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}-ikt} e^{-i\mathbf{k}'\mathbf{r}'+ik't'} N_{\mathbf{k}\mathbf{k}'}^{\lambda\lambda'}.$$

Если векторы $\mathbf{e}_{\mathbf{k}}^{\lambda}$ и $\mathbf{e}_{\mathbf{k}'}^{\lambda'}$ параллельны, то

$$n(\mathbf{r},t,\mathbf{r}',t) = \frac{1}{V}\sum_{\mathbf{k}\mathbf{k}\lambda} e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}-ikt} e^{-i\mathbf{k}'\mathbf{r}'-ik't'} N_{\mathbf{k}\mathbf{k}'}^{\lambda\lambda}(t,t'). \quad (34)$$

Ниже вместо выражения (17) мы будем использовать достаточное для наших целей выражение (34).

Подстановка (33) и (19) в (32) в пространстве переменных $(\boldsymbol{r},t)$ позволяет записать

$$f(\mathbf{r},t) = e^{i(\mathbf{k}_0\mathbf{r}-k_0t)} f^0 + \sum_{\mathbf{k}\lambda} e^{i(\mathbf{k}\mathbf{r}-kt)} \times$$

$$\times \int e^{-iE(t-t_1)} \hat{d}_r^\infty(E) \frac{dE}{2\pi} [e^{ikt_1} C_r^{\mathbf{k}\lambda\mathbf{k}_0\lambda_0}(t_1,t_2) e^{-ik_0t_2} +$$

$$+ e^{-ik_0t_1} A_r^{\mathbf{k}_0\lambda_0\mathbf{k}\lambda}(t_1,t_2) e^{ikt_2}] f^0 dt_1 dt_2.$$

Пусть вектор $\mathbf{e}_{\mathbf{k}_0}^{\lambda_0}$ параллелен плоскости раздела сред. В процессе эволюции его направление изменяться не будет. После преобразования Фурье по t и замены суммирования по вектору $\mathbf{k}$ интегрированием будем иметь

$$f(\mathbf{r},E) = e^{i\mathbf{k}_0\mathbf{r}} 2\pi\delta(E-k_0) f^0 + \frac{L}{2\pi} \times$$

$$\times \int dk_z e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}} [E - k - c_r^{\mathbf{k}\lambda_0\mathbf{k}\lambda_0}(E) - a_r^{\mathbf{k}\lambda_0\mathbf{k}\lambda_0}(E-2k)]^{-1} \times$$

$$\times [C_r^{\mathbf{k}\lambda_0\mathbf{k}\lambda_0}(E) - A_r^{\mathbf{k}\lambda_0\mathbf{k}\lambda_0}(E-k-k_0)] 2\pi\delta(E-k_0) f^0. \quad (35)$$

Интегралы по k_x, k_y исчезают из-за наличия согласно (12) в подынтегральном выражении (35) символов Кронекера. Вектор $\mathbf{k}$ в (35) имеет компоненты k_{0x}, k_{0y}, k_z. Для вычисления асимптотических значений $f(\mathbf{r},E)$ при $\mathbf{r} \to \infty$ необходимо определить нули знаменателей подынтегрального выражения. Один из нулей определяется последней скобкой и в согласии с видом функции $\vartheta_\infty(\mathbf{\kappa}_1 - \mathbf{\kappa}_2)$ находится в точке $k_z = k_{0_z}$. Вычет в этой точке компенсирует левое слагаемое в правой части (35), реализуя тем самым теорему погашения [19]. Будем считать для простоты доплеровское уширение несущественным. В таком случае выражение в первой скобке (35) определяет собой еще два полюса, определяемые, согласно (11), квадратным уравнением относительно переменной $|\mathbf{k}|$. В линейном приближении по концентрациям атомов положение этих полюсов определяют формулы

$$\begin{aligned} k_1 &= E - \frac{\sum_{m\mu} c_{m\mu}^{k\lambda k\lambda}}{E - \omega_{m\mu} + i\frac{\gamma}{2}} - \frac{\sum_{m\mu} a_{m\mu}^{k\lambda k\lambda}}{-E + \omega_{m\mu} + i\frac{\gamma}{2}}; \\ k_2 &= \frac{E + \omega_{m\mu} + i\frac{\gamma}{2}}{2} - \frac{(E - \omega_{m\mu})\sum_{m\mu} a_{m\mu}^{k\lambda k\lambda}}{(E - \omega_{m\mu})^2 + \frac{\gamma^2}{4}}. \end{aligned} \quad (36)$$

При этом надо иметь в виду, что в дипольном приближении для квазирезонансного рассеяния согласно (11) с использованием выражения [5]

$$\sum_{m\mu} \left|P_{m\mu}^{\lambda}\right|^2 = \frac{\pi\gamma_r(2j_m+1)}{\omega_{m\mu}}$$

следует считать

$$\sum_{m\mu} c_{m\mu}^{k\lambda k\lambda} = \frac{\pi\gamma_r(2j_m+1)}{2\omega_{m\mu}^2} n_\mu,$$

$$\sum_{m\mu} a_{m\mu}^{k\lambda k\lambda} = \frac{\pi\gamma_r(2j_m+1)}{2\omega_{m\mu}^2} n_m,$$

где j_m — орбитальное квантовое число возбужденного состояния атома.

Для вычисления в (35) оставшихся вычетов используем представление

$$\hat{d}_r^\infty(E) = \frac{E - 2k + \omega_{m\mu} + i\frac{\gamma}{2}}{2(k-\kappa_1)(k-\kappa_2)}$$

и воспользуемся тем, что при $z \to \infty$ и $\gamma \to 0$ для любой регулярной функции $f(k_z)$ справедлива асимптотическая формула

$$\int_0^\infty \frac{\exp(ik_z z)}{k-\kappa} f(k_z) dk_z = 2\pi i \frac{\kappa}{\kappa_z} e^{i\kappa_z z} f(\kappa_z).$$

Под κ понимается длина любого из векторов

$$\boldsymbol{k}_1 = \{k_{0x}, k_{0y}, k_{1z}\},\ k_{1z} = \sqrt{k_1^2 - k_{0x}^2 - k_{0y}^2};$$

$$\boldsymbol{k}_2 = \{k_{0x}, k_{0y}, k_{2z}\},\ k_{2z} = \sqrt{k_2^2 - k_{0x}^2 - k_{0y}^2}.$$

В предположении о слабом преломлении таком, что

$$c_r^{\mathbf{k}\lambda_0\mathbf{k}_0\lambda_0}(k_0) = c_r^{\mathbf{k}_0\lambda_0\mathbf{k}_0\lambda_0}(k_0),$$

$$a_r^{\mathbf{k}_0\lambda_0\mathbf{k}\lambda_0}(-k) = a_r^{\mathbf{k}_0\lambda_0\mathbf{k}_0\lambda_0}(-k_0)$$

формула (35) принимает вид

$$\frac{f(\mathbf{r},E)}{f^0} = \left[\frac{\kappa_1}{\kappa_{1z}} \frac{k_0 - 2\kappa_1 + \omega_{m\mu}}{2(\kappa_1 - \kappa_2)} \frac{\exp(i\boldsymbol{\kappa}_1\mathbf{r})}{\kappa_{1z} - k_{0z}} + \right.$$
$$\left. + \frac{\kappa_2}{\kappa_{2z}} \frac{k_0 - 2\kappa_2 + \omega_{m\mu}}{2(\kappa_1 - \kappa_2)} \frac{\exp(i\boldsymbol{\kappa}_2\mathbf{r})}{\kappa_{2z} - \kappa_{1z}}\right] \times \qquad (37)$$
$$\times \sum_{m\mu} (c_{m\mu}^{\mathbf{k}\lambda\mathbf{k}\lambda} - a_{m\mu}^{\mathbf{k}\lambda\mathbf{k}\lambda}) \frac{2\pi\delta(E - k_0)}{k_0 - \omega_{m\mu}}.$$

В низшем приближении по концентрации атомов среды эта формула выглядит так:

$$\frac{f(\mathbf{r},E)}{f^0} = \left[e^{i\kappa_1 \mathbf{r}} + 4 \frac{\sum_{m\mu} (c_{m\mu}^{\mathbf{k}\lambda\mathbf{k}\lambda} - a_{m\mu}^{\mathbf{k}\lambda\mathbf{k}\lambda})}{(k_0 - \omega_{m\mu})^4} \sum_{m\mu} a_{m\mu}^{\mathbf{k}\lambda\mathbf{k}\lambda} e^{i\kappa_2 \mathbf{r}} \right] \times$$
$$\times 2\pi\delta(E - k_0).$$

Первое слагаемое в (37) описывает обычный преломленный луч, подчиняющийся стандартному закону преломления; второе слагаемое в (37) описывает второй преломленный луч, возникающий лишь в возбужденных средах. Этот луч имеет квантовую природу. Он связан с тем обстоятельством, что в квантовой теории процесс рассеяния резонансного излучения возбужденным атомом описывается как виртуальный процесс излучения рассеянного кванта и лишь затем как поглощение рассеиваемого. По этой причине какое-то время в процессе рассеяния в виртуальном состоянии присутствуют два фотона. В отсутствие диссипативных констант этот второй преломленный луч на других основаниях был обнаружен в работе [20]. Особенность этого луча заключается в том, что его направление слабо зависит от концентрации возбужденных атомов, которая в то же время полностью определяет его интенсивность. Характерно, что интенсивность этого луча не исчезает даже для нерезонансного рассеяния $|k - \omega_{m\mu}| >> \gamma$, и определяется в этом случае согласно формуле (37) параметром [20]

$$\eta = \left| (n_\mu - n_m)\lambda^3 \frac{\gamma_r \omega_{m\mu}}{(k - \omega_{m\mu})^2} n_m \lambda^3 \frac{\gamma_r \omega_{m\mu}}{(k - \omega_{m\mu})^2} \right|^2.$$

Для экспериментального обнаружения второго преломленного луча следует обратить внимание на его интерференцию с основным преломленным лучом. Согласно (36) и (37) интерференционная картина представляет собой чередование темных и светлых полос, перпендикулярных оси z. Пространственная частота чередования имеет составляющую

$$\sqrt{\left(\frac{k_0 + \omega_{m\mu}}{2}\right)^2 - k_{0x}^2 - k_{oy}^2} - \sqrt{k_0^2 - k_{0x}^2 - k_{0y}^2},$$

не зависящую от концентраций возбужденных и невозбужденных атомов. Амплитуда интерференционной картины определяется параметром $\sqrt{\eta}$, и при $n_m > n_\mu$ заметно превосходит амплитуду отраженного средой света в когерентном канале рассеяния [4, 5].

Из формулы (35) следует существование еще одного преломленного луча, определяемого полюсом функции $A_r^{\mathbf{k}\lambda_0\mathbf{k}\lambda_0}(E - k - k_0)$. Этот луч, существование которого не связано с полюсами пропагатора $\hat{d}_r^{\infty}(E)$, рассматривать не будем.

Изложенная картина преломления лучей возбужденной средой позволяет ответить на вопрос о том, почему при наклонном падении на среду луча из вакуума в среде не возникает луч, параллельный падающему. Согласно элементарным представлениям появление такого луча необходимо в силу того, что первым элементарным процессом взаимодействия рассеиваемого луча с возбужденной средой может оказаться процесс вынужденного излучения, не изменяющий направление распространения света. Согласно приведенному сценарию, качественно справедливому и для частот, удовлетворяющих неравенству $|k_0 - \omega_{m\mu}| < \gamma$, такой луч средой погашается. Как следует из системы уравнений (25)–(27), падающий на среду луч света посредством когерентного канала рассеяния прежде всего формирует "буферное" излучение, описываемое $N^{(c)}$. В когерентном канале в полной мере проявляют себя дифракционные эффекты, и "буферное" излучение формирует преломленные лучи. С другой стороны, сформированное когерентным каналом "буферное" излучение служит источником излучения в некогерентном канале рассеяния, и только на этом втором этапе в формировании преломленного луча начинают проявлять себя процессы вынужденного излучения, некогерентные по своей сути.

Что же касается возникновения в среде вследствие вынужденного излучения луча, параллельного падающему, то из-за "буферного" излучения этого луча просто не существует. Можно сказать иначе, когерентные процессы рассеяния на расстоянии нескольких длин волн посредством процессов интерференции полностью гасят этот луч. Погашение вынужденного излучения в приграничных районах возбужденных сред когерентными процессами рассеяния представляет собой новое явление и ниже будет рассмотрено более детально. Таким образом, в приграничных районах возбужденных сред, по сути дела, действует теорема погашения вынужденного излучения.

Отмеченные выше дифракционные эффекты в полной мере проявляют себя при пересечении лучом тонких оптических возбужденных пленок, на толщине которых может не успеть проявить себя полностью теорема погашения и не успеть сформироваться преломленный луч. При изучении оптики тонких возбужденных пленок мы ограничимся исследованием лучей, первым актом взаимодействия которых со средой служит вынужденное излучение. Именно здесь следует ожидать возникновения эффектов подавления вынужденного излучения. Другими словами, при вычислении $a_{12}^{\mathbf{k}_1\lambda_1\mathbf{k}_2\lambda_2}$ мы ограничимся низшим приближением по константе взаимодействия, т. е. формулами (10), (11) и (14).

Пересечение лучом тонких возбужденных пленок

Пусть плоскопараллельный слой атомов газа, часть из которых находится в возбужденном состоянии, занимает область $0 < z < l$. На этот слой под некоторым углом к оси z падает поток излучения в состоянии, определяемом параметрами ($\boldsymbol{k}_0$, λ_0) и концентрацией фотонов n^0. Нас будет интересовать прошедший свет. Согласно системе уравнений (25)–(27), прошедший свет состоит из не интерферирующих между собой двух компонент $n^{(c)}$ и $n^{(n)}$. Начнем расчет когерентного канала рассеяния, формирующего "буферное" излучение $n^{(c)}$ и не содержащего процессов вынужденного излучения. Согласно этому каналу падающий поток излучения может испытывать лишь ослабление вследствие процессов диффузного рассеяния.

Когерентный канал рассеяния

Согласно (26) и (19) во втором порядке теории возмущений по константе взаимодействия света с веществом концентрация прошедшего света определяется формулой

$$n^{(c)} = n^0 + \left(\hat{d}_r^0 \tilde{T}_r n^0 + c.c.\right).$$

В пространстве переменных $\mathbf{r}$, t эта формула выглядит так:

$$n^{(c)}(\mathbf{r},\mathbf{r},t) = n^0 + \sum_{\mathbf{k}} e^{i(\mathbf{k}-\mathbf{k}_0)\mathbf{r}-i(k-k_0)t} \times$$
$$\times \int \frac{e^{-iE_1(t-t_1)}}{E_1+i0}[e^{ikt_1} e^{-iE_2(t_1-t_2)} C_r^{\mathbf{k}\lambda_0\mathbf{k}_0\lambda_0}(E_2) e^{-ik_0t_2} +$$
$$+ e^{-ik_0t_1} e^{-iE_2(t_1-t_2)} A_r^{\mathbf{k}_0\lambda_0\mathbf{k}\lambda_0}(E_2) e^{ikt_2}] n^0 \frac{dE_1 dE_2}{(2\pi)^2} dt_1 dt_2 + c.c.$$

Как и выше, считаем вектор $\mathbf{e}_{\mathbf{k}_0}^{\lambda_0}$ параллельным плоскости раздела сред. Непосредственное вычисление интегралов приводит при $z \to \infty$ к следующему результату:

$$n^{(c)}(\mathbf{r},\mathbf{r},t) = n^0 - 2\pi n^0 l \frac{k_0}{k_{0z}} \times$$
$$\times \sum_{m\mu p} \left[c_{m\mu}^{k_0\lambda_0 k_0\lambda_0}(\boldsymbol{p}) + a_{m\mu}^{k_0\lambda_0 k_0\lambda_0}(\boldsymbol{p})\right] \delta_\gamma\left(k_0 - \omega_{m\mu} + \frac{\boldsymbol{pk}}{M}\right). \quad (38)$$

При вводе этой формулы было использовано асимптотическое равенство

$$\int_0^\infty f(k_z) \frac{\exp(ik_z z)}{k - k_0 - i0} dk_z = 2\pi i \frac{k_0}{k_{0z}} e^{ik_{0z}z}, \quad z \to \infty, \quad (39)$$

и использовано обозначение

$$\delta_\gamma(E) = -\frac{1}{2\pi i}\left(\frac{1}{E + i\frac{\gamma}{2}} - \frac{1}{E - i\frac{\gamma}{2}}\right).$$

Второе слагаемое в правой части (38) описывает поглощенную и рассеянную часть проходящего потока. Пользуясь формулами (11) и (14), результат может быть переписан в виде

$$n^{(c)}(\mathbf{r},\mathbf{r},t) =$$
$$= n^0 \left\{1 - \left|c_{12}^{\mathbf{k}_0\lambda_0\mathbf{k}_0\lambda_0}(-k_0)\right| \frac{k_0}{k_{0z}} l - \left|a_{12}^{\mathbf{k}_0\lambda_0\mathbf{k}_0\lambda_0}(k_0)\right| \frac{k_0}{k_{0z}} l\right\}, \quad z \to \infty. \quad (40)$$

Некогерентный канал рассеяния

Переходим к расчету некогерентного канала рассеяния. Подставим (28) в формулу (27), заменив содержащуюся в (28) сумму $n^{(c)} + n^{(n)}$ на $n^{(c)}$. В свою очередь $n^{(c)}$, описывающую концентрацию фотонов "буферного" излучения, выразим из (26). Получим следующее выражение:

$$n^{(n)} = -\hat{d}_r \left[(1 + \hat{d}_r \tilde{T}_r) n^0 (\hat{d}_a \tilde{T}_a + 1)\right] \tilde{A}_{12} \hat{d}_a + H.c. \quad (41)$$

Это выражение определяет собой концентрацию фотонов в некогерентном канале рассеяния. Поскольку нас интересует структура излучения при $z \to \infty$, левый $\hat{d}_r$ и правый $\hat{d}_a$ пропагаторы, описывающие эволюцию фотонов в свободном пространстве, заменим на $\hat{d}_r^0$ и $\hat{d}_a^0$. Аппроксимацию внутренних пропагаторов $\hat{d}_r$ и $\hat{d}_a$ будем обсуждать в процессе вычислений.

Выражение (41) содержит следующие слагаемые:

$$n^{(n)} = \mathrm{I}+\mathrm{II}+\mathrm{III}+\mathrm{IV}+H.c., \qquad (42)$$

где

$$\mathrm{I} = -\hat{d}_r^0 n^{(0)}\tilde{A}_{12}\hat{d}_a^0,$$

$$\mathrm{II} = -\hat{d}_r^0\left[\hat{d}_r\tilde{T}_r n^{(0)}\right]\tilde{A}_{12}\hat{d}_a^0,$$

$$\mathrm{III} = -\hat{d}_r^0\left[n^{(0)}\tilde{T}_a\hat{d}_a\right]\tilde{A}_{12}\hat{d}_a^0,$$

$$\mathrm{IV} = -\hat{d}_r^0\left[\hat{d}_r\tilde{T}_r n^{(0)}\tilde{T}_a\hat{d}_a\right]\tilde{A}_{12}\hat{d}_a^0.$$

Произведем последовательное вычисление этих составляющих.

Слагаемое I. Второй порядок теории возмущений. Вклад слагаемого I в функцию $n^{(n)}$ согласно (41) в пространстве переменных ($\boldsymbol{r}$, t) записывается в виде

$$n^{(n)} = -\sum_{\mathbf{k}'} e^{i(\mathbf{k}_0-\mathbf{k}')\mathbf{r}-i(k_0-k')t}\int\frac{e^{-iE_1(t-t_1)}}{E_1+i0}n^0 e^{ik_0t_1-iE_2(t_1-t_2)}\times$$

$$\times\tilde{A}_{12}^{\mathbf{k}_0\lambda_0\mathbf{k}'\lambda_0}(E_2)e^{-ik't_2}\frac{e^{-E_3(t_2-t')}}{E_3-i0}\frac{dE_1dE_2dE_3}{(2\pi)^3}dt_1dt_2.$$

Все интегралы легко вычисляются, если для $a_{12}^{k_0\lambda_0k'\lambda'}$ воспользоваться представлением (14) и заметить, что функция $a_r(-E)$ аналитична в нижней полуплоскости комплексного E, а функция $a_a(-E)$ аналитична в верхней полуплоскости. Приводим результаты расчетов

$$n^{(n)}(\mathbf{r},\mathbf{r},t) = l\frac{k_0}{k_{0z}}\left|a_{12}^{\mathbf{k}_0\lambda_0\mathbf{k}_0\lambda_0}(k_0)\right|n^0 + c.c. \qquad (43)$$

Это выражение описывает вынужденное излучение, распространяющееся в направлении $\mathbf{k}_0$. В толстых пленках согласно разделу 4 такого луча нет. Следовательно, по мере увеличения толщины пленки он должен подавляться. Нас интересуют процессы, его подавляющие.

Полная убыль интенсивности прошедшего через среду света определяется суммой выражений (40) и (43) и в линейном приближении по концентрации рассеивающих атомов оказывается пропорциональной

$$n^0-(n^{(c)}+n^{(n)}) = n^0\left|c_{12}^{\mathbf{k}_0\lambda_0\mathbf{k}_0\lambda_0}(-k_0)\right|l\frac{k_0}{k_{0z}}-$$

$$-n^0\left|a_{12}^{\mathbf{k}_0\lambda_0\mathbf{k}_0\lambda_0}(k_0)\right|l\frac{k_0}{k_{0z}}\sim n_\mu-n_m.$$

Этот тривиальный результат хорошо известен и может быть получен из элементарных соображений. При $n_\mu > n_m$ среда считается поглощающей, при $n_\mu < n_m$ — усиливающей.

Расчет других составляющих (42) для тонких пленок существенно меняет этот вывод.

Слагаемые II+III. Четвертый порядок теории возмущений. Рассматриваем исключительно эти слагаемые, опуская все прочие. При вычислениях вновь надлежит воспользоваться формулами (14) и (39). Приведем результат расчетов при замене пропагатора $\hat{d}_r$ внутри квадратной скобки на $\hat{d}_r^0$. После интегрирования по промежуточным временам и устремления $z\to\infty$ найдем

$$\frac{n^{(n)}(\mathbf{r},\mathbf{r},t)}{n^0} = -L_z\frac{k_0}{k_{0z}}\times$$

$$\times\sum_{\mathbf{k}}\frac{C_r^{\mathbf{k}\lambda_0\mathbf{k}_0\lambda_0}(k_0)+A_r^{\mathbf{k}_0\lambda_0\mathbf{k}\lambda_0}(-k_0)}{-k+k_0+i0}A_{12}^{\mathbf{k}_0\lambda_0\mathbf{k}\lambda_0}(k)-$$

$$-L_z\frac{k_0}{k_{0z}}\sum_{\mathbf{k}}\frac{C_a^{\mathbf{k}_0\lambda_0\mathbf{k}\lambda_0}(k_0)+A_a^{\mathbf{k}\lambda_0\mathbf{k}_0\lambda_0}(-k_0)}{k_0-k-i0}A_{12}^{\mathbf{k}_0\lambda_0\mathbf{k}\lambda_0}(k). \qquad (44)$$

Вследствие вынужденного излучения и когерентного рассеяния в тонких пленках параметры падающего излучения ($\boldsymbol{k}_0$, λ_0) не могут сильно измениться. Поэтому ограничимся диагональным приближением по матричным индексам. После замены в (44) сумм интегралами и пренебрегая главными значениями интегралов по k_z, точно обращающимися в ноль при $k_0 = \omega_{m\mu}$, вычисления удается выполнить в явном виде

$$\frac{n^{(n)}}{n^0} = i\frac{l^2}{2}\left(\frac{k_0}{k_{0z}}\right)^2\left[c_r^{\mathbf{k}_0\lambda_0\mathbf{k}_0\lambda_0}(k_0)+a_r^{\mathbf{k}_0\lambda_0\mathbf{k}_0\lambda_0}(-k_0)\right]\times$$

$$\times a_{12}^{\mathbf{k}_0\lambda_0\mathbf{k}_0\lambda_0}(k_0)-i\frac{l^2}{2}\left(\frac{k_0}{k_{0z}}\right)^2\times$$

$$\times\left[c_a^{\mathbf{k}_0\lambda_0\mathbf{k}_0\lambda_0}(k_0)+a_a^{\mathbf{k}_0\lambda_0\mathbf{k}_0\lambda_0}(-k_0)\right]a_{12}^{\mathbf{k}_0\lambda_0\mathbf{k}_0\lambda_0}(k_0). \qquad (45)$$

Если учесть в (45) эрмитово сопряженный член, то сумма всех вычисленных в некогерентном канале слагаемых в четвертом порядке теории возмущений допускает следующую запись:

$$\frac{n^{(n)}(\mathbf{r},\mathbf{r},t)}{n^0} = 2l\frac{k_0}{k_{0z}}\left|a_{12}^{\mathbf{k}_0\lambda_0\mathbf{k}_0\lambda_0}(k_0)\right|\times$$

$$\times\left\{1-\frac{l}{2}\frac{k_0}{k_z}\left|c_{12}^{\mathbf{k}_0\lambda_0\mathbf{k}_0\lambda_0}(-k_0)+a_{12}^{\mathbf{k}_0\lambda_0\mathbf{k}_0\lambda_0}(k_0)\right|\right\}. \qquad (46)$$

Составляющие этого выражения могут быть оценены следующим образом:

$$l\left|a_{12}^{\mathbf{k}_0\lambda_0\mathbf{k}_0\lambda_0}(\omega_{m\mu})\right|\sim n_m\lambda\!\!\!^{-3}\frac{\gamma_r}{\gamma_{tot}}\frac{l}{\lambda\!\!\!^{-}},$$

$$l\left|c_{12}^{\mathbf{k}_0\lambda_0\mathbf{k}_0\lambda_0}(-\omega_{m\mu})\right|\sim n_\mu\lambda\!\!\!^{-3}\frac{\gamma_r}{\gamma_{tot}}\frac{l}{\lambda\!\!\!^{-}}.$$

Первый сомножитель в (46) повторяет формулу (43) и описывает вынужденное излучение в некогерентном канале. Сумма в фигурных скобках в (46) описывает подавление этого излучения. Разумеется, рассчитанная по теории возмущений сумма в фигурных скобках мало отличается от единицы. Но эта сумма правильно описывает тенденцию погашения вынужденного излучения с ростом параметра l. Из (46) следует, что вынужденное излучение будет подавлено на расстояниях $l_c \sim \gamma_{tot} / \gamma_r (n_m + n_\mu)\lambda^2$. Эта же формула следует из размерностных соображений. Такой вывод согласуется с результатами раздела 4, в котором показано, что в полубесконечной среде вынужденное излучение, параллельное падающему свету, должно быть подавлено, и одновременно формируется преломленный луч.

Слагаемое IV. Шестой порядок теории возмущений. Переходим, наконец, к изучению последнего слагаемого в (42). Оставляя исключительно слагаемые шестого порядка, приводим промежуточный результат для одного из четырех слагаемых, заменив все пропагаторы в (42) их вакуумными выражениями.

$$\frac{n^{(n)}}{n^0} = i\sum_{\boldsymbol{k}_1\boldsymbol{k}'\boldsymbol{k}} e^{i(\boldsymbol{k}-\boldsymbol{k}')\boldsymbol{r}} \frac{A_r^{\boldsymbol{k}_0\lambda_0\boldsymbol{k}\lambda_0}(-k)\, A_a^{\boldsymbol{k}_1\lambda_0\boldsymbol{k}_0\lambda_0}(-k)}{(k_0-k+i0)(k_0-k-i0)} \times \\ \times \frac{A_{12}^{\boldsymbol{k}_1\lambda_0\boldsymbol{k}'\lambda_0}(k+k_1-k_0)}{(k-k'-i0)} + H.c. \qquad (47)$$

Этот результат обладает двумя особенностями. Во-первых, под знаком суммы содержатся слагаемые с $k \neq k_0$. Это означает, что в прошедшем и усиленном за счет вынужденного излучения потоке излучения содержатся частоты, не совпадающие с частотой падающего света. Другими словами, прошедший свет обладает частотным уширением, величина которого согласно функциям, находящимся в числителе определяется доплеровским и столкновительным уширениями в зависимости от их величин. Во-вторых, в знаменателе (47) возникает неинтегрируемый полюс, и, следовательно, эта сумма расходится. Последнее означает, что теория возмущений здесь недостаточна, и необходимо суммировать бесконечную подпоследовательность диаграмм Фейнмана.

С фактом расходимости фейнмановских диаграмм, начиная с шестого порядка теории возмущений, приходилось сталкиваться ранее в теории отражения света возбужденными средами [5, 21]. Дело в том, что амплитуда рассеяния S связки процессов — упругое рассеяние света одним атомом и затем вынужденное излучение другого атома — пропорциональна произведению двух функций Дирака

$$S \sim \delta(k_0 + \omega_{m\mu} - 2k)\delta(k_0 - \omega_{m\mu}).$$

Одна из δ-функций описывает закон сохранения энергии системы в целом, другая — представляет собой следствие резонансного характера вынужденного излучения. Сечение такого составного процесса оказывается пропорциональным произведению четырех δ-функций. Этому математически бессмысленному выражению можно приписать смысл лишь просуммировав бесконечную подпоследовательность диаграмм Фейнмана. Такое суммирование здесь мы проведем следующим методом, а именно, заменим внутренние пропагаторы $\hat{d}_r$ и $\hat{d}_a$ в IV на их выражения в бесконечной среде (33). Такая замена оправдывает себя при $l >> \lambda$. Но в этих условиях $A_{12}^{\mathbf{k}_1\lambda_1\mathbf{k}\lambda'}(k+k_1-k_0)$ с тем же успехом, можно заменить его выражением для бесконечной однородной среды. На смену (47), если учесть все слагаемые в выражении IV, после выполнения суммирования по $\boldsymbol{k}$ приходит

$$\frac{n^{(n)}}{n^0} \underset{z\to\infty}{\approx} -l^2\left(\frac{k_0}{k_{0z}}\right)^2 \int_0^\infty \frac{dk_z}{2\pi} \times \\ \times\left|\frac{c_r^{\boldsymbol{k}_0\lambda_0\boldsymbol{k}_0\lambda_0}(k_0) + a_r^{\boldsymbol{k}_0\lambda_0\boldsymbol{k}_0\lambda_0}(-k)}{\left(k_0 - k - c_r^{\boldsymbol{k}_0\lambda_0\boldsymbol{k}_0\lambda_0}(k_0) - a_r^{\boldsymbol{k}_0\lambda_0\boldsymbol{k}_0\lambda_0}(-k_0)\right)}\right|^2 \times \\ \times a_{12}^{\boldsymbol{k}_0\lambda_0\boldsymbol{k}_0\lambda_0}(2k-k_0) + c.c. \qquad (48)$$

Это выражение положительно из-за отрицательности коэффициента $a_{12}^{\mathbf{k}_0\lambda_0\mathbf{k}_0\lambda_0}$. Мы получили, как было отмечено, из-за наличия в (48) волновых чисел k, не совпадающих с k_0, частотное уширение проходящего через слой возбужденных атомов усиленного средой сигнала. Величина уширения, как теперь очевидно, зависит через сумму $c_r^{\mathbf{k}_0\lambda_0\mathbf{k}_0\lambda_0}(k_0) + a_r^{\mathbf{k}_0\lambda_0\mathbf{k}_0\lambda_0}(-k_0)$ также от коэффициента поглощения света в когерентном канале рассеяния. Другими словами, пропорциональная $n_m + n_\mu$ величина определяется мнимой частью второго показателя преломления. Если же на слой возбужденных атомов из вакуума луч падает под косым углом, то в силу сохранения компонент k_{0x} и k_{0y} усиленный за счет вынужденного излучения свет будет обладать частотно-угловым уширением.

Заключение

Вынужденное излучение возбужденных атомов в пространственно сильно неоднородных средах обладает рядом специфических особенностей. Природа таких особенностей кроется в *некогерентном характере процессов вынужденного излучения*, что, в свою очередь, вызвано изменением квантового состояния участвующего в этом процессе излучающего атома. Для корректного учета процессов вынужденного излучения на фоне дифракционных процессов упругого рассеяния необходимо правильно учитывать квантовые корреляторы фотон—фотон. Другими словами, недопустима аппроксимация старших фотонных корреляторов низшими, что достигается в настоящей работе использованием метода Г-операторов. Методом Г-операторов получена описывающая эволюцию концентрации фотонов система кинетических уравнений. Эта система уравнений учитывает как дифракционные свойства упруго рассеянного света, так и некогерентный характер процессов вынужденного излучения. Показано, что когерентный канал эволюции излучения, определяемый исключительно процессами упругого рассеяния, формирует "квантовое буферное" излучение в приграничных районах возбужденных сред. Дифракционные свойства "буферного" излучения не описываются стандартным показателем преломления, в формировании которого процессы вынужденного излучения принимают непосредственное участие. Наличие "буферного" излучения объясняет специфический характер процессов отражения и преломления света возбужденными средами. Именно "буферное" излучение, а не излучение, падающее на среду из вакуума, генерирует в среде процессы вынужденного излучения. Этим же обстоятельством при наклонном падении на возбужденную полубесконечную среду луча из вакуума объясняется отсутствие в среде луча, параллельного падающему. Прямое использование теории возмущений, казалось бы, предсказывает существование такого луча из-за не изменяющих направление света процессов вынужденного излучения. Наличие "буферного" излучения объясняет подавление такого луча интерференционными процессами, вызванными упругим рассеянием света в районе границы раздела среда—вакуум. Прямое использование теории возмущений здесь недопустимо.

В работе предсказываются двойное лучепреломление света изотропной возбужденной средой и интерференционные эффекты между образовавшимися таким образом преломленными лучами. Предсказывается также частотно-угловое уширение резонансного излучения, пересекшего под наклонным углом тонкую пленку при наличии в ней возбужденных атомов.

Мы благодарны участникам семинара, руководимого А. А. Рухадзе, за плодотворные дискуссии и поддержку.

Литература

1. *Берестецкий В. Б., Лифшиц Е. М., Питаевский Л. П.* Квантовая электродинамика. — М.: Наука, 1980.
2. *Эйнштейн А.* Собрание научных трудов. Т. 3. — М.: Наука, 1966. — 386 с.
3. *Векленко Б. А.* Оптика и спектроскопия, 2003. Вып. 34. № 5. С. 845.
4. *Векленко Б. А.*//ЖЭТФ 1989. № 96. Вып. 2 (8). С. 457.
5. *Векленко Б. А., Гусаров Р. Б., Шеркунов Ю. Б.*// Там же. 1998. Вып. 113. № 2. С. 521.
6. *Векленко Б. А., Гусаров Р. Б., Шеркунов Ю. Б.*// Вестник МЭИ, 1999. № 5. С. 89.
7. *Векленко Б. А., Лебедев А. К.*// Известия вузов. Физика. 1978. № 6. С. 22.
8. *Абрикосов А. А., Горьков Л. П., Дзялошинский И. Е.* Методы квантовой теории поля в статистической физике. — М.: Гостехиздат, 1969.
9. *Келдыш Л. В.*// ЖЭТФ. 1964. Вып. 47. С. 1515.
10. *Векленко Б. А., Шеркунов Ю. Б.*// Известия вузов. Физика. 2000. № 6. С. 17.
11. *Векленко Б. А., Ткачук Г. Б.*// Там же. 1987. № 2. С. 89.
12. *Векленко Б. А.*//ЖЭТФ, 2001. Вып. 119. С. 1087.
13. *Векленко Б. А.* Теоретические и прикладные вопросы фотометрии и светотехники// Межвед. тематич. сб./ Моск. энерг. ин-т, 1984. № 33. С. 5.
14. *Городничев Е. Е., Дударев С. Л., Рогозкин Д. Б., Рязанов М. И.*// ЖЭТФ. 1987. № 93. С. 1642.
15. *Биберман Л. М.*// Там же. 1947. Вып. 47. С. 416.
16. *Holstein T.*// Phys. Rev., 1947. V. 72. P. 1212.
17. *Дьяконов М. И., Перель В. И.*// ЖЭТФ. 1964. № 47. С. 1483.
18. *Векленко Б. А., Гусаров Р. Б.*// Вестник МЭИ, 1998. № 4. С. 27.
19. *Борн М., Вольф Э.* Основы оптики. — М.: Наука, 1973.
20. *Векленко Б. А.*// Известия вузов. Физика. 1982. № 8. С. 74.
21. *Векленко Б. А.*// Тематич. сб.: Физическая оптика и светотехника. — М.: Моск. энерг. ин-т, 1981. Вып. 519. С. 3.

Статья поступила в редакцию 20 марта 2005 г.

Induced radiation in markedly spatially nonhomogeneous media of excited atoms

B. A. Veklenko
Institute for High Temperatures, RAS, Moscow, Russia

Yu. B. Sherkunov
Institute of High Energy Densities of Associated Institute of High Temperatures, RAS, Moscow, Russia

It is shown that coherent elastic scattering processes of resonant radiation form the so-called "quantum buffer" radiation near the vacuum/excited medium interface. The standard

refractive index is not sufficient to describe this "buffer" radiation, which is responsible for both refracted and reflected rays. The effect of birefringence and interference pattern of refracted rays is predicted near the vacuum/excited medium interface. The "buffer" radiation suppresses the induced radiation near the interface; as a result we predict angle-frequency broadening of ray transmitting through a thin film of excited medium and incident ray at inclined angle. We obtain and investigate the system of kinetic equations, which describe the evolution of quantized radiation in markedly nonhomogeneous media of excited atoms. Obtaining the equations we took into account diffraction phenomena.

УДК 538.56:625.365

Условия просветления и частотные характеристики отражения электромагнитного излучения теплового приемника в области его дисперсии волн

Ч. О. Каджар, С. Р. Касимова
Институт физики НАН Азербайджана, г. Баку, Азербайджан

Исследованы условия просветления теплового приемника электромагнитного излучения в зависимости от длины волны падающего излучения, толщины просветляющего слоя покрытия и оптических свойств покрытия и приемника, обладающего дисперсией волн релаксационого типа. Проведен анализ частотных характеристик отражения волн просветленного теплового приемника излучения с учетом его оптических свойств и при избирательных толщинах слоя покрытия.

Для повышения чувствительности плоских тепловых приемников электромагнитного излучения их внешнюю поверхность покрывают слоем непоглощающего вещества, при этом толщина слоя и материал просветляющего покрытия подбираются таким образом, чтобы обеспечить безотражательное прохождение в приемник падающего на него излучения [1]. Моделируя тепловой приемник сильнопоглощающей подложкой бесконечной толщины, в работе [2] было установлено, что безотражательное прохождение электромагнитного излучения в подобной двухслойной системе покрытие—подложка становится возможным при выполнении следующего соотношения между коэффициентом преломления волны n_1 вещества просветляющего покрытия, коэффициентом преломле-ния волны n и показателем поглощения χ материала поглощающей подложки

$$\chi = \sqrt{(n-1)\left(n_1^2 - n\right)}. \qquad (1)$$

При этом требуемая толщина l слоя покрытия такой двухслойной системы выбирается в соответствии с выражением

$$\frac{l}{\lambda_1} = \frac{2N-1}{4} + \frac{1}{4\pi}\operatorname{arctg}\frac{2\chi n_1}{n_1^2 - n^2 - \chi^2}\ , \qquad (2)$$

где $\lambda = \lambda/n_1$;

λ и λ_1 — длина волны излучения, соответственно, в свободном пространстве и в веществе покрытия;

N — порядковый номер нулевого минимума зависимости амплитуды отраженной волны от толщины слоя покрытия [2].

В частном случае при отсутствии поглощения волн в материале подложки ($\chi = 0$) толщина просветляющего слоя покрытия становится по величине кратной $\lambda_1/4$, а соотношение между оптическими параметрами двухслойной системы принимает вид $n_1 = n^2$, что согласуется с известными условиями просветления в непоглощающих слоистых средах [3].

Полученные в работе [2] уравнения (1) и (2) справедливы при заданной частоте падающего излучения. В действительности, оптические параметры n и χ любого поглощающего вещества зависят от частоты, и учет этой зависимости должен изменять условия просветления подложки.

Рассмотрим условия просветления двухслойной системы покрытие—подложка, у которой материал подложки обладает дисперсией волн релаксационного типа. Данный тип дисперсии волн обнаруживается у полярных веществ в диапазоне сверхвысоких частот и, как правило, характеризуется экспоненциальным видом изме-