Sinthesis of the ion beams in a gas discharge with a virtual cathode

A. V. Zharinov
All-Russian Electrotechnical Institute, Moscow, Russia

The intensive discharge with plain thermo-emissive cathode in the high vacuum is considered. The atom's flow from the cathode's surface is evolved owing to recombination of the ions, evaporation and cathodes scattering. The atoms flow is fully ionized in a thin plasmas layer with potential close to anode's. The double electrical sheath with virtual cathode is arisen on the frontal surface of the plasma. In the virtual cathode the electrostatic deceleration of the fast electrons and "non-electrode" forming of the plane-parallel, quasi-neutral accelerated ion's beam is taken place. In this way the ion's beams of refractory metals (from cathode) with current density ~0.3 A/cm² with energy about 100 V can be taken.

УДК 537.5

Стационарное состояние сильноточного пучка заряженных частиц в ускоряющем поле

А. С. Чихачев
ГУП "Всероссийский электротехнический институт им. В. И. Ленина", Москва, Россия

Изучено поведение декомпенсированного пучка заряженных частиц в ускоряющем поле. Получены самосогласованные решения для тонкого пучка во внешнем поле при наличии ненулевого эмиттанса в нерелятивистском и релятивистском случаях.

Проблема формирования тонкого сильноточного пучка заряженных частиц требует решения двух задач: ускорения потока частиц и его компрессии.

В работе [1] показана возможность ускорения сгустков частиц при наличии фокусировки в продольном и поперечных направлениях за счет отказа от аксиальной симметрии поля. В работе [2] изучалось "доускорение" релятивистского электронного пучка при постоянном радиусе, причем решена задача о форме электродов, обеспечивающих постоянство радиуса при ускорении. При этом учтено не только кулоновское, но и газокинетическое расталкивание частиц – изучаемый пучок характеризовался ненулевым эмиттансом. В работе [3] показано, что радиус пучка может убывать при достаточно быстром его ускорении. В других предположениях это же решение изучается в [4]. В обоих случаях характерная зависимость радиуса от продольной координаты имеет вид $R \sim 1/\sqrt{z}$, причем решение получено в гидродинамике, вследствие чего поперечный эмиттанс $\varepsilon_0 = 0$.

Ниже рассмотрен аксиально-симметричный пучок заряженных частиц, характеризуемый ненулевым эмиттансом, во внешнем электрическом поле, описываемом потенциалом $\Phi(r, z)$, где r, z — координаты в цилиндрической системе.

• Пусть $n_0(z)$ — плотность частиц, которая считается постоянной внутри пучка, при $r < R(z)$, где $R(z)$ — радиус. Плотность может быть выражена через полный ток

$$n_0 = \frac{J}{\pi e R^2 v_0(z)},$$

где $v_0(z)$ — продольная скорость.

В нерелятивистском пределе $v_0 = \sqrt{\frac{2e\Phi_0(z)}{m}}$,

где e — заряд;

m — масса частиц.

В параксиальном приближении можно положить: $\Phi(r,z) = \Phi_0(z) + r^2\Phi_1(z)$, причем второе слагаемое меньше первого.

Из уравнения Пуассона, записанного в цилиндрических координатах,

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial \Phi}{\partial r} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = 4\pi e n_0$$

следует

$$\Phi(r,z) = \Phi_0(z) + \pi e n_0 r^2 - \Phi_0''(z)\frac{r^2}{4}.$$

Зависимость ускоряющего потенциала $\Phi_0(z)$ от продольной координаты создается внешними электродами, причем определение формы последних является достаточно сложной задачей, однако в настоящее время разработаны эффективные методы решения подобных задач [5].

Поперечное движение частиц определяется силой F_r

$$F_r = e\frac{\partial\Phi}{\partial r} = -e\Phi_0''\frac{r}{2} + 2\pi e^2 n_0(z)r .$$

Уравнение поперечного движения имеет вид

$$\ddot{r} + \Omega^2(t)r = \frac{M^2}{r^3}, \qquad (1)$$

где M — момент скорости частицы относительно оси.

При этом $\Omega^2(t) = \frac{1}{2}\frac{e\Phi_0''}{m} - \frac{2\pi e^2 n_0}{m}$.

Уравнение (1) имеет интеграл следующего вида:

$$I = \left(\dot{r}R - \dot{R}r\right)^2 + M^2\frac{R^2}{r^2} + \varepsilon_0^2\frac{r^2}{R^2},$$

где ε_0 — эмиттанс.

Переходя от переменной t к z, получим:

$$I = V_0^2(z)\left(r'R - R'r\right)^2 + M^2\frac{k^2}{r^2} + \varepsilon_0^2\frac{r^2}{R^2},$$

здесь $r' = \frac{dr}{dz}$, $R' = \frac{dR}{dz}$.

Если взять функцию распределения в виде $f = \chi\delta\left(I - \varepsilon_0^2\right)$, то получим, что

$$n_0 = \chi\frac{\sigma(R-r)}{R^2(z)V_0(z)},$$

$\sigma(x) = 1$, $x \geq 0$, $\sigma = 0$, $x < 0$.

При этом можно получить уравнение для $R(z)$

$$V_0(z)\left(V_0R'\right)' + \Omega^2(z)R = \frac{\varepsilon_0^2}{R^3}; \qquad (2)$$

$$\Omega^2(z) = \frac{1}{2}e\Phi_0'' - \frac{2\pi e^2\chi}{R^2V_0}, \qquad \chi = \frac{J}{\pi e}.$$

Уравнение (2) эквивалентно следующему:

$$V_0^2R'' + V_0V_0'R' = -\frac{e\Phi_0''}{2m}R + \frac{2eJ}{mV_0R} + \frac{\varepsilon_0^2}{R^3}. \qquad (3)$$

В работе [6] уравнение (3) решалось в условиях, когда $R(z) \equiv \text{const}$. В результате получено уравнение для $\Phi_0(z)$, из которого при $\varepsilon_0 = 0$ следует "закон 3/2". При $\varepsilon_0 \neq 0$ получено аналитическое решение для вольтамперной характеристики в параметрическом виде.

• Рассмотрим другое частное решение уравнения (3).

Пусть между $R(z)$ и $\Phi_0(z)$ существует связь следующего вида:

$$\Phi_0(z)R^\alpha(z) \equiv \text{const} = c_0 .$$

Обозначим $J\sqrt{\frac{m}{2e}} = i_*$, $\frac{\varepsilon_0^2 m}{2e} = \varepsilon_*$.

Соотношение (3) принимает вид

$$2R''\left(1 - \frac{\alpha}{4}\right) + \frac{\alpha(\alpha-1)}{2}\frac{R'^2}{R} = \frac{i_*}{c_0^{3/2}}R^{\frac{3\alpha}{2}-1} + \varepsilon_*R^{\alpha-3}. \qquad (4)$$

Представляет интерес случай, когда $\alpha = 4$, тогда при $\varepsilon_0 = 0$ получается решение, найденное в [3].

При этом в уравнении (4) пропадает член со 2-й производной, и $R(z)$ вычисляется в явном виде.

Можно получить

$$\frac{R'}{R} = \pm\sqrt{b^6R^4 + a^2} .$$

Здесь $b^6 = \frac{J}{6c_0\sqrt{\frac{2ec_0}{m}}}$, $a^2 = \frac{\varepsilon_0^2 m}{3c_0 e}$.

Для убывающего решения справедливо следующее выражение:

$$R^2(z) = \frac{2aR_0^2e^{-2az}\left(a + \sqrt{a^2 + b^6R_0^4}\right)}{\left(a + \sqrt{a^2 + b^6R_0^4}\right)^2 - b^6R_0^4e^{-4az}},$$

где $R_0 = R(z)|_{z=0}$.

В пределе $a \to 0$ следует $R^2 = \frac{R_0^2}{1 + 2b^3zR_0^2}$, что совпадает с решением [3].

Отметим, что убывание радиуса ограничено ростом поперечной энергии частиц пучка, которая не должна превышать продольную энергию.

Еще один частный случай решения уравнения (4) при $\alpha = 1$.

Можно получить

$$\frac{3}{4}R'^2 = \text{const} + \frac{2}{3}\frac{i_*}{c_0^{3/2}}R^{3/2} - \frac{\varepsilon_*}{R}. \qquad (5)$$

Соотношение (5) также может описывать сходящийся и расходящийся пучки, причем в отличие от случая $\alpha = 4$ после достижения некоторого минимального радиуса, определяемого значением const в (5) при $R' = 0$, пучок начинает расширяться.

• Релятивистский случай.

Поведение релятивистского электронного пучка можно описать при помощи следующего уравнения [2]:

$$P_0(z)(P_0 R')' + \Omega^2(z) R = \varepsilon^2 / R^3, \qquad (6)$$

где $\Omega^2(z) = \gamma_0' \gamma_0 (mc)^2 / 2 - 2eJm / \gamma_0 V_0 R^2(z)$;

ε_0 — эмиттанс;

$$P_0 = mc\sqrt{\gamma_0^2 - 1}, \quad \gamma_0(z) = 1 + \frac{e\Phi_0(z)}{mc^2};$$

c — скорость света.

Выражение $\Omega^2(z)$ учитывает также магнитное самосжатие пучка.

Вывод уравнения (6) аналогичен выводу уравнения (2) для нерелятивистского пучка. Однако следует отметить, что в релятивистском случае должно выполняться условие независимости поперечного движения от продольного

$$\left|\frac{V_\perp}{c}\right| << \frac{1}{\gamma_0}.$$

Удобно переписать (6) в виде

$$\left(\gamma_0^2 - 1\right) R'' + \gamma_0 \gamma_0' R' + \frac{\gamma_0''}{2} \gamma_0 R = \frac{2eJ}{\gamma_0 V_0 mc^2 R} + \frac{\varepsilon_0^2}{c^2 R^3}.$$

По аналогии с нерелятивистским случаем положим

$$\gamma_0^2 = 1 + \frac{c_1}{R^\alpha}.$$

Получим уравнение

$$\left(1 - \frac{\alpha}{4}\right) R'' + \frac{R'^2}{4R}\left[\alpha(\alpha - 1) - \frac{\alpha^2 c_1}{2\left(R^\alpha + c_1\right)}\right] =$$

$$= \frac{2eJ}{mc^3 c_1^{3/2}} R^{\frac{3\alpha}{2} - 1} + \frac{\varepsilon_0^2}{c^2 c_1} R^{\alpha - 3}.$$

При $\alpha = 4$ имеем

$$R'^2 = R^2 \left(\frac{i}{c_1^{3/2}} R^4 + \frac{\varepsilon_*}{c_1}\right) \frac{R^4 + c_1}{3R^4 + c_1}, \qquad (7)$$

где $i = \dfrac{2eJ}{mc^3}$, $\varepsilon_* = \dfrac{\varepsilon_0^2}{c^2}$.

Как и в нерелятивистском случае, соотношение (7) описывает сходящийся или расходящийся пучок, не переходящие друг в друга.

При $R \to 0$ и $R' < 0$ из (7) следует, что $R \cong \mathrm{const}\, e^{-\sqrt{\frac{\varepsilon_*}{c_1}} z}$.

Это убывание может быть обеспечено при достаточно быстром росте потенциала вдоль z, что требует создания соответствующей системы электродов.

Если $\alpha \neq 4$, то при $\alpha > 1$ радиус может убывать с ростом z, однако после достижения некоторого минимального значения радиус начинает расти.

Иная ситуация возникает в случае, если электроды создают зависимость потенциала на оси от радиуса, отличающуюся от $\gamma_0^2 = 1 + \dfrac{c_1}{R^4}$.

Например, после достижения минимального значения радиуса пучка можно использовать сопровождающую систему электродов, обеспечивающую постоянство радиуса при ускорении, аналогичную системе, описанной в работе [2].

Автор благодарен В. А. Теплякову и В. А. Сыровому за ценные дискуссии и ряд полезных советов.

Литература

1. *Анисимов Г. М., Тепляков В. А.*//ПТЭ. 1963. № 1. С. 21.
2. *Чихачев А. С.*// ЖТФ. 1984. Т. 54. № 4. С. 819.
3. *Meltzer B.*// Proc. Phys. Soc. 1949. V. 62B. № 360. P. 813.
4. *Сыровой В. А.*// Р. и Э. 2004. Т. 49. № 3. С. 467.
5. *Сыровой В. А.*// Там же. 1994. Т. 39. № 4. С. 666 и 990.
6. *Азарова О. Н., Чихачев А. С.*// Там же. 1990. Т. 35. № 2. С. 410.

Статья поступила в редакцию 29 марта 2005 г.

Stationary state of the high-current beam of charged particles in an accelerating field

A. S. Chikhachev

All-Russian Electrotechnical Institute, Moscow, Russia

Behaviour of the charged beam in the selfconsistent accelerated field are studied. Selfconsistent solutions for thin beam with nonzero emittans in nonrelativistic and relativistic cases are obtained.

* * *