

Электронные и ионные пучки

УДК 533.951

Абсолютные излучательные неустойчивости релятивистского электронного пучка в электростатическом поле накачки в резонаторе с выходом излучения

И. Н. Карташов, М. В. Кузелев
МГУ им. М. В. Ломоносова, Москва, Россия

Н. Сепехри Джаван
Zanjan University, Iran

Получена система нелинейных нестационарных уравнений, описывающая пространственно-временную динамику амплитуд ондуляторного излучения и поля пространственного заряда пучка в резонаторе. Для описания электронов пучка использована одна из модификаций метода крупных частиц. Проведена линеаризация основных нелинейных уравнений и получено общее дисперсионное уравнение линейной теории. Определены инкременты развития излучательных конвективной и абсолютной неустойчивостей в одночастичном и коллективном режимах. Исследована нелинейная динамика абсолютной неустойчивости при излучении релятивистским электронным пучком встречной электромагнитной волны в резонаторе с учетом выхода излучения. Найдены спектры излучения и исследована динамика установления нелинейных колебаний в резонаторе.

Общая характеристика проблемы

Релятивистский пучок электронов во внешнем периодическом поле может быть источником коротковолнового когерентного электромагнитного излучения, называемого ондуляторным [1, 2]. На этом излучении основаны перспективные источники электромагнитных волн — лазеры на свободных электронах [3–6]. Настоящая работа посвящена рассмотрению электростатического ондулятора, т. е. вынужденного излучения электронного пучка в некотором внешнем электростатическом поле накачки. Отметим, что теория вынужденного излучения релятивистских пучков в электростатических ондуляторах уже излагалась ранее [7, 8]. Однако в известных нам теоретических исследованиях этого направления ограничивались решением только так называемых граничной и начальной задач [9], что позволило рассмотреть лишь установившиеся процессы в системах с внешней накачкой. Для изучения же различных нестационарных и переходных процессов в лазерах на свободных электронах и аналогичных генераторах электромагнитного излучения этого явно недостаточно. К важным нестационарным явлениям, требующим для своего описания более полной нелинейной пространственно-временной математической модели, относятся са-

мовозбуждение колебаний в электродинамической системе лазера конечной длины, установление колебаний в системе и формирование спектра излучения. В настоящей работе на основе полученных пространственно-временных нелинейных уравнений исследованы нестационарные процессы динамики электронного пучка, излучающего в электростатическом ондуляторе. Основное внимание уделено нелинейной динамике абсолютных пучковых неустойчивостей (неустойчивостей на встречной электромагнитной волне) в открытом резонаторе при наличии электростатического поля накачки. Нелинейная динамика конвективных пучковых неустойчивостей (неустойчивостей на попутной электромагнитной волне) в резонаторах с электростатической накачкой рассматривалась в работе [10].

Прежде чем перейти непосредственно к изложению основного материала работы, обсудим возможную схему практической реализации лазера на свободных электронах с электростатической накачкой. Одна из проблем состоит в создании мощного статического (квазистатического) электрического поля, имеющего отличную от нуля составляющую в направлении движения релятивистского пучка. Для создания такого поля нежелательны устройства типа диафрагм, сеток, спиралей и т. д., поскольку их

поля сильно неоднородны. Это уменьшает эффективность взаимодействия с релятивистским пучком и создает возможность возникновения электрического СВЧ-пробоя на поверхностях диафрагм и сеток [6], в особенности при малой длине волны поля накачки.

Пусть основной (излучающий) релятивистский электронный пучок распространяется со скоростью u вдоль оси OZ некоторого цилиндрического волновода. Предположим, что вдоль оси последнего приложено сильное внешнее магнитное поле, полностью замагничивающее релятивистский электронный пучок. Пусть, кроме того, в волноводе имеются сравнительно редкая плазма (ленгмюровская частота ω_{p0}) и вспомогательный нерелятивистский электронный пучок (скорость $u_{b0} \ll u \sim c$). Очевидно, что и плазма, и вспомогательный пучок также замагничены полностью. В результате обычной черенковской пучково-плазменной неустойчивости [9] вспомогательный пучок возбуждает в плазме медленную потенциальную квазипродольную плазменную волну со следующей продольной составляющей напряженности электрического поля:

$$E_{z0} = E_0 \cos(\omega_{p0}t - \chi z), \quad (1)$$

где $\chi = \omega_{p0}/u_{b0}$;

E_0 — амплитуда, которая может быть определена по теории захвата вспомогательного пучка плазменной волной (подробнее см. [11, 12]).

На каждый электрон релятивистского пучка со стороны поля (1) действует периодическая сила

$$E_{z0}(z = ut + z_0) = E_0 \cos(\omega_{p0}t - \chi ut - \chi z_0),$$

где $\chi z_0 = \text{const}$ — некоторая фаза, зависящая от времени влета электрона в поле.

Поскольку $u \gg u_{b0}$, то $\chi u = \omega_{p0}(u/u_{b0}) \gg \omega_{p0}$. Следовательно, для электронов релятивистского пучка волна (1) эквивалентна электростатической квазипродольной накачке вида

$$E_{z0} = (1/2)(E_0(\bar{r}_\perp) \exp(i\chi z) + \text{K.C.}), \quad (2)$$

где учтена зависимость амплитуды плазменной волны от величины $\bar{r}_\perp$ — координаты в поперечном сечении волновода.

Таким образом, волна редкой плазмы, возбуждаемая нерелятивистским пучком, является хорошей квазипродольной электростатической накачкой. Кроме того, плазма, как известно, улучшает условия транспортировки основного релятивистского пучка. И наконец, при условии $\omega_{p0} < c/R$ плазменные колебания (2) полностью заперты в объеме волновода и релятивистским пучком не возбуждаются (здесь R — поперечный размер волновода). Далее для простоты будем считать, что $E_0 = E^*_0$.

Итак, исследуем излучение прямолинейного релятивистского моноэнергетического пучка электронов в волноводе в присутствии статического электрического поля (2) и бесконечно сильного внешнего продольного магнитного поля (ось OZ совпадает с продольной осью волновода). Роль вспомогательных пучка и плазмы сводится, очевидно, только к поддержанию накачки (2), и в дальнейшем больше не обсуждается.

Вывод основных нелинейных уравнений

Приступим к выводу основных нелинейных уравнений исходя из следующих общих и широко используемых в СВЧ-электронике уравнений [8, 11]:

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(\Delta_\perp + \frac{\partial^2}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) \psi = 4\pi \rho_b;$$

$$E_z = \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) \psi;$$

$$\rho_b = en_{0b} \frac{\lambda}{N} S_b \delta(\bar{r}_\perp - \bar{r}_b) \sum_j \delta(z - z_j(t)); \quad (3)$$

$$\frac{dz_j}{dt} = v_j, \quad \frac{dv_j}{dt} = \frac{e}{m} \left(1 - \frac{v_j^2}{c^2} \right)^{3/2} (E_z + E_{z0});$$

$$z_j|_{t=0} = z_{0j}, \quad v_j|_{t=0} = u,$$

где E_z — продольная составляющая общего самосогласованного СВЧ-поля, которое включает как поле ондуляторного излучения, так и поле высокочастотного пространственного заряда пучка;

E_{z0} — электростатическое поле накачки (2);

n_{0b} — невозмущенная плотность электронов пучка;

S_b — площадь поперечного сечения пучка;

$\bar{r}_b$ — поперечная координата пучка;

$\Delta_\perp$ — поперечная часть оператора Лапласа;

λ — некоторая характерная длина;

N — число электронов (крупных частиц) на участке невозмущенного пучка длиной λ ;

$z_j(t)$ и $v_j(t)$ — координата и скорость j -го электрона, соответственно.

Первое уравнение системы (3) является волновым для поляризационного потенциала ψ [13], через который по второму соотношению (3) выражается общее СВЧ-поле. В первой части волнового уравнения находится возмущение плотности заряда электронного пучка ρ_b , вычисляемое из третьего соотношения (3), которое, в свою очередь, получено преобразованием выражения для микроскопической фазовой плотности электронов [11, 14].

При написании системы (3) электронный пучок предполагался тонким (игольчатым) в поперечном сечении волновода. Характерная длина λ определяется позже, очевидно, что

$$\lambda S_b n_{0b} = N. \quad (4)$$

Равенство (4) позволяет ввести в основные физические соотношения истинное значение концентрации электронов n_{0b} , т. е. реальную физическую величину, и оперировать фактически с числом крупных частиц N , т. е. с некоторым фиктивным вспомогательным параметром, нужным для организации численного счета.

Представим поляризационный потенциал ψ общего СВЧ-поля в следующем виде:

$$\psi = \tilde{\psi} + \psi_b,$$

$$\tilde{\psi} = \frac{1}{2} \varphi_s(\vec{r}_\perp) [A_s(z, t) \exp(-i\omega_0 t + ik_0 z) + K.C.], \quad (5)$$

где $\tilde{\psi}$ — часть общего СВЧ-поля, описывающая ондуляторное излучение;

ψ_b — уточняется ниже и описывает высокочастотный пространственный заряд релятивистского электронного пучка;

$\varphi_s(\vec{r}_\perp)$ — собственные функции поперечного сечения волновода ($k_{\perp s}^2$ — соответствующие собственные значения, $\Delta_\perp \varphi_s + k_{\perp s}^2 \varphi_s = 0$, $s = 1, 2, \dots$);

$A_s(z, t)$ — медленная амплитуда;

ω_0 и k_0 — частота и волновое число излучаемой в ондуляторе волны, соответственно, связанные дисперсионным уравнением

$$D_s(\omega_0, k_0) \equiv k_{\perp s}^2 + k_0^2 - \frac{\omega_0^2}{c^2} = 0. \quad (6)$$

Решение (5) не учитывает искажения поперечной структуры волноводного поля пучком (присутствует только одна мода по поперечному волноводному числу s), зато описывает пространственно-временную динамику поля излучения — амплитуда $A_s(z, t)$ зависит и от t , и от z .

Запись поля излучения в форме (5) вместе с соотношением (6) предполагает, что релятивистский пучок резонансно излучает единственную поперечную моду волновода с номером s . Для этого (как будет видно из дальнейшего) требуется выполнение некоторого дополнительного условия резонанса. Практический интерес представляет ондуляторное излучение на первой (основной) поперечной волноводной моде $s = 1$. Медленность амплитуды $A_s(z, t)$ означает, что выполнены неравенства

$$\left| \frac{\partial A_s}{\partial t} \right| \ll |\omega_0 A_s|; \quad \left| \frac{\partial A_s}{\partial z} \right| \ll |k_0 A_s|. \quad (7)$$

Движение электронов релятивистского пучка в рассматриваемой системе можно разделить на быстрые и медленные составляющие. В линейном по амплитудам волн приближении движение в поле накачки (2) характеризуется частотой

$$\Omega_\chi = \chi u, \quad (8)$$

а движение в СВЧ-поле $\tilde{\psi}$ (см. вторую формулу (5)) имеет частоту

$$\Omega_0 = \omega_0 - k_0 u. \quad (9)$$

В выражениях (8) и (9) учтено, что невозмущенное движение электрона пучка описывается формулой $z_j = ut + z_{0j}$. Обе частоты (8) и (9) отличны от нуля, а поэтому характеризуют быстрые составляющие движения электронов. В следующем квадратичном по амплитудам волн приближении возникают частоты $\Omega_0 + \Omega_\chi$ и $\Omega_0 - \Omega_\chi$, одна из которых предполагается малой.

Предположим, что мала частота $\Omega_0 - \Omega_\chi$, т. е. имеют место неравенства

$$|\Delta| \ll |\omega_0 - k_0 u|, \quad |\chi u|, \quad (10)$$

где

$$\Delta = \Omega_0 - \Omega_\chi = \omega_0 - k_0 u - \chi u \quad (11)$$

расстройкой.

Малость расстройки (11) — необходимое для возникновения вынужденного ондуляторного излучения условие резонанса, а неравенства (10) позволяют разделить движение релятивистских электронов на быстрые и медленные составляющие.

Высокочастотный пространственный заряд релятивистского пучка возникает при модуляции, обусловленной нелинейным взаимодействием полей излучения и электростатической накачки, т. е. на частоте $\Omega_0 - \Omega_\chi$. Поэтому поляризационный потенциал поля высокочастотного пространственного заряда пучка (см. первое соотношение в (5)) можно представить в виде

$$\psi_b = \frac{1}{2} [A_b(r_\perp, z, t) \exp(-i\omega_0 t + i(k_0 + \chi)z) + K.C.], \quad (12)$$

где $A_b(r_\perp, z, t)$ — медленная функция от z и t .

Заметим, что в силу неравенств (10) движение электронов в поле высокочастотного пространственного заряда пучка попадает в разряд медленных, поскольку происходит на частоте, близкой к (11).

Представим координаты и скорости электронов релятивистского пучка в виде

$$\begin{aligned} z_j &= z'_j + ut + \tilde{z}_j; \\ v_j &= v'_j + \tilde{v}_j, \end{aligned} \quad (13)$$

где z'_j и v'_j — медленные составляющие; $\tilde{z}_j$ и $\tilde{v}_j$ — быстрые осцилляции.

Предположим также, что выполнены неравенства

$$|k_0 \tilde{z}_j| \ll 1; \quad |\chi \tilde{z}_j| \ll 1; \quad |\gamma^2 \tilde{v}_j/c| \ll 1, \quad (14)$$

означающие, что быстрые осцилляции малы и не являются релятивистскими. Здесь $\gamma = (1 - u^2/c^2)^{-1/2}$ — невозмущенный релятивистский фактор электрона пучка.

Подставляя представления (13) в уравнения движения электронов пучка (четвертое и пятое уравнения системы (3)) и учитывая неравенства (14) и вторую формулу системы (3), получим, что в линейном по амплитудам $E_0(r_\perp)$ и $A_s(z, t)$ приближении выражение для быстрой составляющей движения электрона $\tilde{z}_j$ (13) будет:

$$\begin{aligned} \tilde{z}_j = & -\frac{1}{2} \frac{e}{m} \gamma_j^{-3} \times \\ & \times \left\{ k_{\perp s}^2 \left[\frac{\varphi_s(\vec{r}_b) A_s(z_j, t)}{(\omega_0 - k_0 u)^2} \exp(ik_0 z'_j - i(\omega_0 - k_0 u)t) + K.C. \right] + \right. \\ & \left. + \left[\frac{E_0(\vec{r}_b)}{(\chi u)^2} \exp(i\chi z'_j + i\chi u t) + K.C. \right] \right\}, \quad (15) \end{aligned}$$

где

$$\gamma_j = \left(1 - (v'_j/c)^2 \right)^{-1/2} \quad (16)$$

релятивистский фактор j -го электрона (16).

Заметим, что поле (12) высокочастотного пространственного заряда пучка вкладывает в величину (15) не мало, поскольку движение в этом поле в рамках временной шкалы (10) является медленным.

Используем формулы (5) и (15) для получения уравнения для амплитуды поля излучения $A_s(z, t)$. Подставим второе выражение (5) в первое уравнение системы (3), домножим это уравнение на $\varphi_s(\vec{r}_\perp) \exp(i\omega_0 t - ik_0 z)$, учтем медленность амплитуды $A_s(z, t)$ (7) и проинтегрируем уравнение по поперечному сечению волновода и по z в пределах от $z - \lambda/2$ до $z + \lambda/2$ (учтем еще соотношение (6) и первые два неравенства (14)). В результате будем иметь следующее:

$$\begin{aligned} \frac{\partial A_s}{\partial t} + V_{gs} \frac{\partial A_s}{\partial z} = & -4\pi e n_{ob} \frac{c^2}{\omega_0} \frac{k_0^{-1}}{N} S_b \frac{\varphi_s(\vec{r}_b)}{\|\varphi_s\|^2} \times \\ & \times \sum_j \exp(i\omega_0 t - ik_0 z_j), \quad (17) \end{aligned}$$

где $V_{gs} = c^2(k_0/\omega_0)$ — групповая скорость s -й поперечной моды рассматриваемого волновода;

$\|\varphi_s\|^2$ — квадрат нормы собственной функции.

Суммирование в (17) производится только по тем электронам, у которых $z_j \in [z - \lambda/2, z + \lambda/2]$, где z — независимая (текущая) переменная.

Согласно (13) имеем $z_j = z'_j + ut + \tilde{z}_j$, а $\tilde{z}_j$ — определены в (15). Правая часть уравнения (17) содержит как быстро меняющиеся, так и медленные члены. Разложим ее с учетом первого неравенства (14) по величинам $\tilde{z}_j$ и, отбрасывая члены, которые меняются быстро, получим следующее уравнение для медленной амплитуды $A_s(z, t)$ поля ондуляторного излучения:

$$\frac{\partial A_s}{\partial t} + V_{gs} \frac{\partial A_s}{\partial z} = -i \frac{c^2 \omega_b^2}{4\omega_0} G_s \frac{E_0}{(\chi u)^2} \dot{R}. \quad (18)$$

При записи уравнения (18) отброшен вклад пучка в дисперсию электромагнитных волн волновода, сделана замена переменной

$$\varphi_s(\vec{r}_b) A_s(z, t) \rightarrow A_s(z, t), \quad (19)$$

использовано обозначение для геометрического фактора электронного пучка в ондуляторе

$$G_s = S_b \frac{\varphi_s^2(\vec{r}_b)}{\|\varphi_s\|^2}, \quad (20)$$

($E_0 \equiv E_0(\vec{r}_b)$) и введена величина, зависящая от возмущения плотности электронного пучка

$$\dot{R} = \frac{2}{N} \sum_j \gamma_j^{-3} \exp(i\Delta t) \exp(-i(k_0 + \chi)z'_j). \quad (21)$$

Правая часть уравнения (18) позволяет определить значение характерной длины λ , введенной пока формально. Фазировка электронов пучка определяется экспоненциальным множителем $\exp(-i(k_0 + \chi)z'_j)$, который и задает пространственный масштаб модуляции пучка при излучении, обусловленном взаимодействием с электростатической накачкой. Поэтому естественно полагать

$$\lambda = \frac{2\pi}{k_0 + \chi}, \quad (22)$$

(или взять λ кратным величине (22)). Характерная длина (22) — комбинационная длина волны, как это и должно быть, совпадает с масштабом поля высокочастотного пространственного заряда пучка (12). Решение уравнения (18) в соответствии с (5), (6), (7), (19), (20) и второй формулой (3) определяет напряженность поля излучения (нас интересуют только продольные составляющие электрических полей):

$$\tilde{E}_z = \frac{1}{2} k_{\perp s}^2 [A_s \exp(-i\omega_0 t + ik_0 z) + K.C.]. \quad (23)$$

Перейдем теперь к определению поля высокочастотного пространственного заряда пучка.

Если рабочая частота излучающей системы $\omega_0 \sim (k_0 + \chi)u$ велика по сравнению с частотами отсечки волновода $k_{\perp s}c$, то для вычисления поля высокочастотного пространственного заряда можно использовать одномерное потенциальное приближение [8, 11]:

$$\frac{\partial E_{zb}}{\partial z} = 4\pi en_{0b} \frac{\lambda}{N} \sum_j \delta(z - z_j(t)), \quad (24)$$

где E_{zb} — напряженность поля высокочастотного пространственного заряда пучка, имеющая такую же математическую структуру, что и потенциал (12).

Подставляя (12) в (24), находим

$$E_{zb} = -i \frac{1}{2} \frac{4\pi en_{0b}}{(k_0 + \chi)} [R \exp(-i\omega_0 t + i(k_0 + \chi)z) - K.C.], \quad (25)$$

где

$$R = \frac{2}{N} \sum_j \exp(i\Delta t) \exp(-i(k_0 + \chi)z'_j) - \quad (26)$$

амплитуда волны плотности заряда пучка, которая в релятивистском случае отличается от введенной нами ранее функции $\dot{R}$ (см. (21)). При полной модуляции электронного пучка по плотности имеем $|R| \sim 1$.

Для усреднения уравнений движения электронов релятивистского пучка подставим в них напряженности вычисленных электрических полей: $\tilde{E}_z$ — поле излучения (23); E_{zb} — поле высокочастотного пространственного заряда (25); E_{z0} — электростатическое поле накачки (2):

$$\frac{dv'_j}{dt} = \frac{e}{m} \gamma_j^{-3} \langle (\tilde{E}_z + E_{zb} + E_{z0}) \rangle. \quad (27)$$

Угловые скобки $\langle \rangle$ означают усреднение по времени. Для усреднения следует в (27) подставить $z_j = z'_j + ut + \tilde{z}_j$, учесть выражение (15) и отбросить быстроменяющиеся члены в правой части уравнения (27). Опуская громоздкие выкладки, имеем:

$$\begin{aligned} \frac{dz'_j}{dt} &= v'_j - u; \\ \frac{dv'_j}{dt} &= -\frac{1}{2} i \frac{\omega_b^2}{(k_0 + \chi)} \gamma_j^{-3} [R \exp(-i\Delta t + i(k_0 + \chi)z'_j) - K.C.] - \\ &\quad - \frac{1}{4} i E_0 \left(\frac{e}{m} \right)^2 k_{\perp s}^2 \gamma_j^{-6} \left(\frac{k_0}{(\chi u)^2} + \frac{\chi}{(\omega_0 - k_0 u)^2} \right) \times \\ &\quad \times [A_s \exp(-i\Delta t + i(k_0 + \chi)z'_j) - K.C.]. \end{aligned} \quad (28)$$

Уравнения (18), (28) и соотношения (21), (26) являются основными для дальнейшего исследования вынужденного излучения в электростатическом ондуляторе.

Безразмерная форма нелинейных уравнений. Основные параметры задачи

Произведем некоторые преобразования полученных уравнений (18), (28) и формул (21), (26). Представление (13) для z_j было удобно при усреднении, т.е. при выводе означенных выше уравнений. Однако исследование реальной физической системы лазера (с входом и выходом) предполагает использование лабораторной системы координат. Поэтому прямолинейное поступательное движение ut объединим с медленным движением электрона z'_j . Кроме того, введем следующие безразмерные величины и переменные:

$$\begin{aligned} y_j &= (k_0 + \chi)(z'_j + ut); \quad \eta_j = \frac{v'_j}{u}; \\ w_j &= \frac{\gamma}{\gamma_j} = \sqrt{\frac{1 - (u/c)^2 \eta_j^2}{1 - (u/c)^2}}; \\ x &= (k_0 + \chi)z; \quad \tau = \omega_0 t; \\ \tilde{v}_g &= \frac{V_{gs}}{u}; \quad \tilde{v}_b = \frac{(k_0 + \chi)u}{\omega_0}. \end{aligned} \quad (29)$$

Величина $\tilde{v}_b$ из (29) играет, очевидно, роль расстройки (11): в условиях резонанса (10) $\tilde{v}_b \approx 1$.

В новых переменных и обозначениях уравнения преобразуются к виду (см. также [8, 15]):

$$\begin{aligned} R &= \frac{2}{N} \sum_{j(x)} \exp(i(\tau - y_j)); \\ \dot{R} &= \frac{2}{N} \sum_{j(x)} w_j^3 \exp(i(\tau - y_j)); \\ \frac{\partial A_s}{\partial \tau} + \tilde{v}_g \frac{\partial A_s}{\partial x} &= -i \frac{c^2 \omega_b^2 \gamma^{-3}}{4 \omega_0^2 (\chi u)^2} G_s E_0 \dot{R}; \\ \frac{dy_j}{d\tau} &= \tilde{v}_b \eta_j; \\ \frac{d\eta_j}{d\tau} &= -\frac{1}{2} i \frac{\omega_b^2 \gamma^{-3}}{\omega_0^2} w_j^3 [R \exp(-i(\tau - y_j)) - K.C.] - \\ &\quad - \frac{1}{4} i E_0 \left(\frac{e}{m u^2} \right)^2 \gamma^{-6} \frac{k_{\perp s}^2}{\chi^2} w_j^6 [A_s \exp(-i(\tau - y_j)) - K.C.]. \end{aligned} \quad (30)$$

В системе (30) величина $\tilde{v}_b$ положена равной единице (это возможно всюду, кроме четвертого уравнения (30)).

Величины R и $\dot{R}$ в (30) являются функциями независимых переменных времени τ и координаты x . Зависимость от пространственной координаты x определяется правилом: суммирование

в R и $\dot{R}$ производится только по тем электронам (крупным частицам), у которых $y_j \in [x - \pi, x + \pi]$, где x — произвольное значение из области решения задачи. Именно в этом смысле следует понимать обозначения индекса суммирования в R и $\dot{R}$ в виде $j(x)$.

Начальные условия для координат и скоростей электронов пучка определяются в зависимости от "истории" их появления в пространстве взаимодействия с полями излучения и накачки. Для электронов, влетающих в систему через входную границу $x = 0$, имеем

$$y_j(\tau = \tau_j) = 0; \quad \eta_j(\tau = \tau_j) = 1, \quad (31)$$

где $\tau_j \geq 0$ — время влета (инжекции) j -го электрона в систему.

Для частиц, с самого начала находившихся в пространстве взаимодействия (если таковые имелись), начальные условия иные, т. е.:

$$y_j(\tau = 0) = y_{0j}; \quad \eta_j(\tau = 0) = 1, \quad (32)$$

где $y_{0j} \in (0, X)$;

X — общая безразмерная длина пространства взаимодействия — длина резонатора.

Заметим, что примененная при получении уравнений (30) процедура усреднения по длине волны (22) требует, чтобы на длине системы укладывалось целое число длин волн, т. е. в безразмерном виде имеет место соотношение

$$X = 2\pi N_\lambda, \quad (33)$$

где N_λ — целое (достаточно большое) число длин волн, укладывающихся на всей длине резонатора.

Дополнительные краевые и начальные условия для амплитуды поля излучения $A_s(x, \tau)$ будут сформулированы позже применительно к нелинейной задаче, решаемой в настоящей работе численно.

Для удобства численных расчетов и уменьшения количества свободных параметров удобно ввести безразмерную амплитуду поля излучения

$$\Phi(x, \tau) = \frac{1}{2} E_0 \left(\frac{e}{mu^2} \right)^2 \gamma^{-6} \frac{k_{\perp s}^2}{\chi^2} A_s(x, \tau) \quad (34)$$

и записать последние три уравнения системы (30) с учетом (34) в виде:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \tau} + \tilde{v}_g \frac{\partial \Phi}{\partial x} = -\frac{1}{2} i \alpha_b \Theta \dot{R};$$

$$\frac{dy_j}{d\tau} = \tilde{v}_b \eta_j;$$

$$\begin{aligned} \frac{d\eta_j}{d\tau} = & -\frac{1}{2} i \alpha_b w_j^3 [R \exp(-i(\tau - y_j)) - K.C.] - \\ & - \frac{1}{2} i w_j^6 [\Phi \exp(-i(\tau - y_j)) - K.C.]. \end{aligned} \quad (35)$$

Здесь

$$\alpha_b = \frac{\omega_b^2 \gamma^{-3}}{\omega_0^2}; \quad \Theta = \frac{1}{4} G_s \frac{k_{\perp s}^2 c^2}{\chi^2 u^2} \left(\frac{e E_0}{\chi m u^2 \gamma^3} \right)^2 \quad (36)$$

параметры, значения которых существенно определяют структуру решения уравнений (35).

Параметр α_b , определяемый плотностью электронов пучка, очень мал. Это связано с тем, что во всех действующих и проектируемых источниках СВЧ-излучения ленгмюровская частота пучка ω_b является самой низкой из всех остальных характерных для системы частот [16]. Для оценки параметра Θ считаем пучок релятивистским ($u \sim c$, $\gamma \gg 1$) и учтем, что должно быть выполнено неравенство

$$mc^2 \gamma > |e E_0 / \chi|. \quad (37)$$

При нарушении неравенства (37) электростатическая волна накачки захватывает электроны пучка, которые просто отражаются от горбов потенциала ее электрического поля [12]. Понятно, что для организации ондуляторного излучения это неприемлемо. Реально неравенство (37) должно быть сильным. Кроме того, параметр Θ через геометрический фактор G_s содержит малый множитель S_b/S_w , где S_w — площадь поперечного сечения волновода.

Таким образом, оба параметра (36) следует считать малыми, или даже очень малыми.

Линейная теория электростатического ондулятора

Рассмотрим решение полученных уравнений в линейном приближении. Из начальных условий (32) и второго уравнения системы (35) имеем

$$y_j = y_{0j} + \tilde{v}_b \tau + \tilde{y}_j, \quad (38)$$

где $\tilde{y}_j$ — малое возмущение, по которому следует осуществить линеаризацию.

В линейном приближении $w_j = 1$,

$$a \quad \dot{R} = R = -i \frac{2}{N} \exp(i\tilde{\Delta}\tau) \sum_{j(x)} \tilde{y}_j \exp(-iy_{0j}), \quad (39)$$

где $\tilde{\Delta} = 1 - \tilde{v}_b$.

При получении (39) учтено, что в невозмущенном пучке

$$\sum_{j(x)} \exp(-iy_{0j}) = 0. \quad (40)$$

Заметим, что величина $\omega_0 \tilde{\Delta}$ совпадает с расстройкой (11) Δ .

В линейном по $\tilde{y}_j$ приближении с учетом (39) из последних двух уравнений системы (35) имеем

$$\frac{d^2 R}{d\tau^2} - 2i\tilde{\Delta} \frac{dR}{d\tau} + [(1 - \tilde{\Delta})\alpha_b - \tilde{\Delta}^2]R = -(1 - \tilde{\Delta})\Phi. \quad (41)$$

Поскольку $R = R(x, \tau)$, то по определению полной производной $d/d\tau = \partial/\partial\tau + (dx/d\tau)\partial/\partial x$. Для вычисления $dx/d\tau$ учтем, что суммирование в (39), (40) производится по области $[x - \pi, x + \pi]$, "привязанной" к частицам, которые движутся по закону (38), т. е. в линейном приближении $dx/d\tau = \tilde{v}_b$. Заменяя в (41) полную производную частными и переписывая первое уравнение (35), получаем окончательно следующую систему линейного приближения:

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial}{\partial\tau} + \tilde{v}_g \frac{\partial}{\partial x} \right) \Phi &= -\frac{1}{2} i\alpha_b \Theta R; \\ \left(\frac{\partial}{\partial\tau} + \tilde{v}_b \frac{\partial}{\partial x} \right)^2 R - 2i\tilde{\Delta} \left(\frac{\partial}{\partial\tau} + \tilde{v}_b \frac{\partial}{\partial x} \right) R + \\ &+ [(1 - \tilde{\Delta})\alpha_b - \tilde{\Delta}^2]R = -(1 - \tilde{\Delta})\Phi. \end{aligned} \quad (42)$$

Самое сильное взаимодействие между излучением (функция Φ) и пучком (функция R) имеет место, если недифференциальный член в левой части второго уравнения (42) равен нулю (это известно из общей теории взаимодействия волн [17, 18]). Поэтому считаем, что выполнено условие резонанса $(1 - \tilde{\Delta})\alpha_b = \tilde{\Delta}^2$. Последнее, с учетом малости параметра α_b , запишем в виде

$$\tilde{\Delta} = \pm \sqrt{\alpha_b}. \quad (43)$$

Равенство (43) означает условие резонанса между электромагнитной волной и одной из пучковых волн плотности заряда. Учитывая (43) и малость α_b , преобразуем уравнения (42) к следующей форме:

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial}{\partial\tau} + \tilde{v}_g \frac{\partial}{\partial x} \right) \Phi &= -\frac{1}{2} i\alpha_b \Theta R; \\ \left(\frac{\partial}{\partial\tau} + \tilde{v}_b \frac{\partial}{\partial x} \right)^2 R - 2i(\pm\sqrt{\alpha_b}) \left(\frac{\partial}{\partial\tau} + \tilde{v}_b \frac{\partial}{\partial x} \right) R &= -\Phi. \end{aligned} \quad (44)$$

Подставляя в систему (44) решение вида $R, \Phi \sim \exp(-i\Omega\tau + ikx)$, получим следующее дисперсионное уравнение для безразмерной частоты Ω и безразмерного волнового числа κ *

$$(\Omega - \kappa\tilde{v}_g)(\Omega - \kappa\tilde{v}_b)[(\Omega - \kappa\tilde{v}_b) + 2(\pm\sqrt{\alpha_b})] = \frac{1}{2} \alpha_b \Theta. \quad (45)$$

Решим дисперсионное уравнение (45) относительно частоты Ω . Покажем, что максимум мнимой части частоты достигается при $\kappa = 0$. Ограничиваясь только этим важным случаем, запишем дисперсионное уравнение в виде

$$\Omega^2(\Omega \pm 2\sqrt{\alpha_b}) = \frac{1}{2} \alpha_b \Theta. \quad (46)$$

Отсюда при выполнении неравенства

$$\Theta \gg \sqrt{\alpha_b} \quad (47)$$

находим инкремент неустойчивости, обусловленной ондуляторным излучением пучка в режиме одночастичного вынужденного эффекта Черенкова [19, 20]:

$$\Omega = \frac{-1 + i\sqrt{3}}{2} \left(\frac{1}{2} \alpha_b \Theta \right)^{1/3}. \quad (48)$$

При выполнении неравенства, противоположного (47), комплексные Ω есть, если в уравнении (46) взят нижний знак минус. Нижний знак должен быть взят и в условии (43), что означает резонанс между полем излучения и медленной волной пространственного заряда пучка. Если

$$\Theta \ll \sqrt{\alpha_b}, \quad (49)$$

то из уравнения (46) следует инкремент неустойчивости, обусловленной ондуляторным излучением пучка в режиме коллективного вынужденного эффекта Черенкова [19, 20], т. е.:

$$\Omega = i \frac{1}{2} (\sqrt{\alpha_b} \Theta)^{1/2}. \quad (50)$$

На рис. 1 представлены дисперсионные кривые — зависимости $\Omega = \Omega(\kappa)$, полученные решением дисперсионного уравнения (45) при различных значениях волнового числа κ и $\tilde{\Delta} = -\sqrt{\alpha_b}$ ($\tilde{v}_b = 1 + \sqrt{\alpha_b}$). Зависимости инкрементов неустойчивостей $\text{Im } \Omega(\kappa)$ показаны на рисунках штрихованными линиями. Рисунки построены при $\alpha_b = 0,01$ и различных значениях Θ и $\tilde{v}_g$. При этом рассмотрены случаи разных знаков безразмерной групповой скорости $\tilde{v}_g$ излучаемой электромагнитной волны. Поскольку скорость пучка $u > 0$ (ее знак такой же, как у $\tilde{v}_b$), то при $\tilde{v}_g > 0$ имеем неустойчивость на попутной волне, которая является конвективной. При $\tilde{v}_g < 0$ неустойчивость развивается на встречной волне и является абсолютной [21].

На рис. 1, а, б скорость $\tilde{v}_g = 1,3 > 0$, поэтому эти рисунки иллюстрируют дисперсионные кривые при конвективной неустойчивости. На

* "Настоящие" размерные частота и волновое число определяются соотношениями: $\omega = \omega_0(1 + \Omega)$, $k = k_0 + \kappa(k_0 + \chi)$.

рис. 1, а $\Theta = 0,5$, что при $\alpha_b = 0,01$ соответствует случаю (47), когда неустойчивость обусловлена одночастичным эффектом Черенкова (на попутной волне), а максимум инкремента вычисляется по формуле (48) (в данном случае эта формула дает $\text{Im } \Omega \approx 0,12$, что близко к значению с рис. 1, а. Небольшое отличие обусловлено тем, что рисунки строились по точному уравнению (45) без применения упрощающих неравенств. На рис. 1, б имеем $\Theta \approx 0,05$, что при $\alpha_b = 0,01$ соответствует случаю (49), т. е. неустойчивость обусловлена коллективным эффектом Черенкова (опять на попутной волне), а максимум инкремента вычисляется по формуле (50) (по этой формуле имеем $\text{Im } \Omega \approx 0,035$, что практически совпадает со значением на рис. 1, б).

Сравнивая рис. 1, а и рис. 1, б, видим, что переход от одночастичного эффекта к коллективному сопровождается уменьшением инкремента и сужением области волновых чисел k , где имеется неустойчивость. Последнее должно приводить к сужению спектра возбуждаемых колебаний.

На рис. 1, в и 1, г скорость $\tilde{v}_g = -1 < 0$, поэтому они иллюстрируют дисперсионные кривые при абсолютной неустойчивости: рис. 1, в ($\Theta \approx 0,5$) описывает неустойчивость, обусловленную одночастичным эффектом Черенкова на встречной волне, а рис. 1, г ($\Theta \approx 0,05$) — соответствует неустойчивости на встречной волне в режиме коллективного эффекта Черенкова. Как правило, неустойчивости на встречных волнах являются более узкополосными по k , чем неустойчивости на попутных волнах.

Решения дисперсионного уравнения (45) относительно волнового числа k не имеют столь простого смысла, как решения относительно частоты Ω . При $\tilde{v}_g > 0$, когда неустойчивость конвективная, мнимая часть $\text{Im } k$ дает коэффициент пространственного усиления излучаемой волны. Поскольку в дальнейшем рассматривается только абсолютная неустойчивость, решений дисперсионного уравнения относительно k мы здесь не приводим.

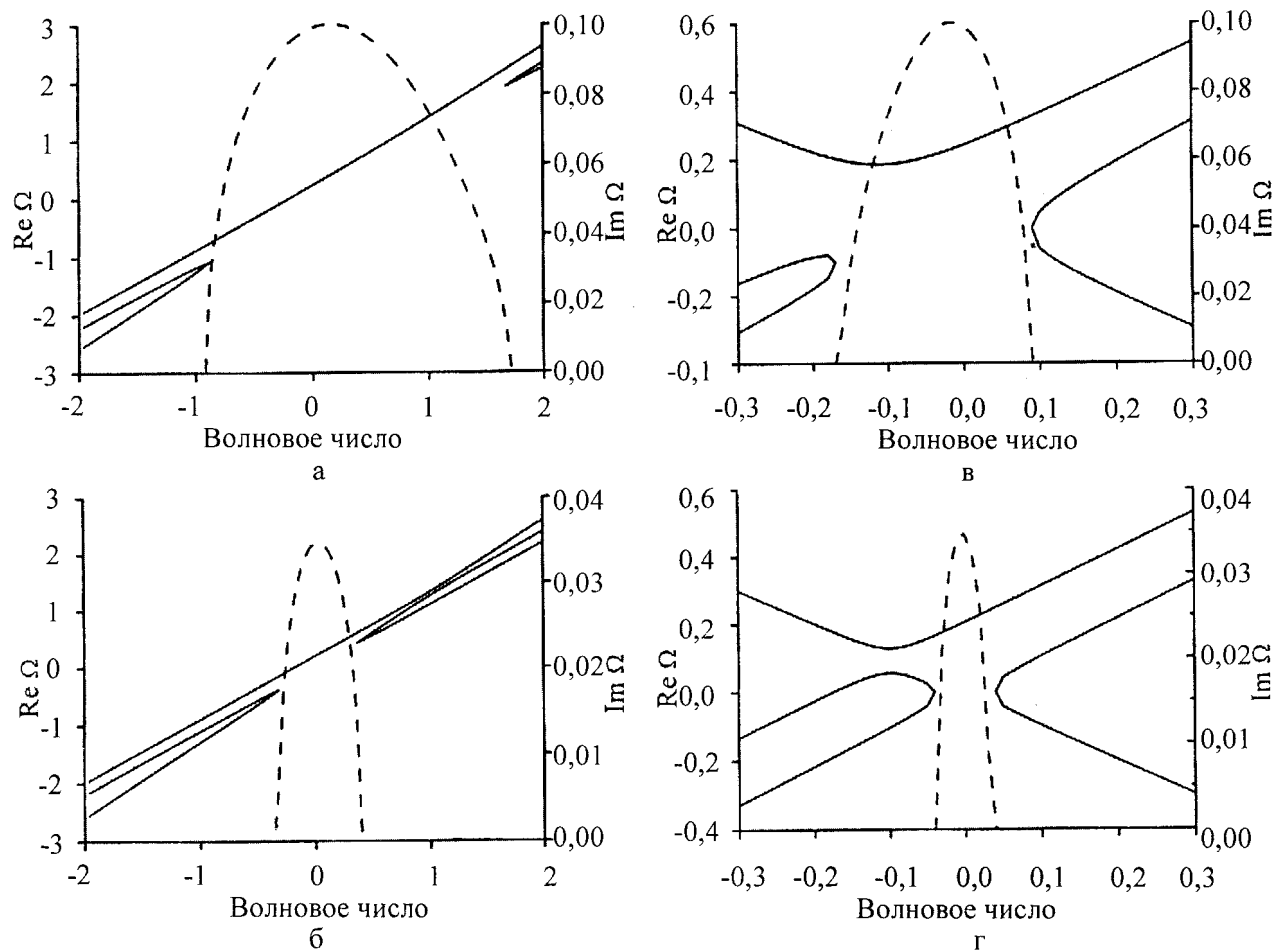


Рис. 1. Дисперсионные кривые (—) и инкременты (---) при излучательных пучковых неустойчивостях:
а — попутная волна, одночастичный режим; б — попутная волна, коллективный режим;
в — встречная волна, одночастичный режим; г — встречная волна, коллективный режим

Моделирование абсолютной пучковой неустойчивости в электростатическом ондуляторе

Перейдем теперь к решениям нелинейных уравнений (35). Ограничимся лишь только задачей об ондуляторном излучении встречной по отношению к пучку электромагнитной волны в открытом резонаторе. Известно, что излучение встречной волны является абсолютной пучковой неустойчивостью [21]. Нелинейная динамика конвективной пучковой неустойчивости на попутной волне в резонаторе рассмотрена в работах [11, 22]. В работе рассмотрена нелинейная динамика коротких электромагнитных импульсов, излучаемых в ондуляторе, при неустойчивостях обоих типов в резонаторе большой длины. Заметим, что в работе [23] рассмотрена нелинейная теория пучковой неустойчивости на встречной волне в одночастичном режиме в электродинамической структуре карсинотрона. Однако в [23] использован подход, при котором динамика электронов пучка описывается стационарными уравнениями, что не вполне соответствует реальным соотношениям между пространственными и временными масштабами процессов.

При абсолютной неустойчивости на встречной волне величина $\tilde{v}_g = V_{gs}/U$ в первом уравнении системы (35) отрицательна. Для корректного рассмотрения пучковых неустойчивостей в резонаторе следует учитывать нерезонансную с пучком электромагнитную волну, в которую преобразуется резонансная волна при отражении от продольных границ резонатора. Если амплитуда резонансной волны удовлетворяет первому уравнению системы (35), то для амплитуды $\Phi^{(-)}(x, \tau)$ нерезонансной волны нужно, очевидно, записать следующее уравнение:

$$\frac{\partial \Phi^{(-)}}{\partial \tau} - \tilde{v}_g \frac{\partial \Phi^{(-)}}{\partial x} = 0. \quad (51)$$

При $\tilde{v}_g < 0$ нерезонансная волна с амплитудой $\Phi^{(-)}(x, \tau)$ распространяется в ту же сторону, что и пучок — слева направо, а резонансная волна с амплитудой $\Phi(x, \tau)$ — в противоположном направлении. Поэтому условия отражения волн на границах резонатора $x = 0$ и $x = X$ запишем в виде

$$\Phi^{(-)}(0, \tau) = \chi_1 \Phi(0, \tau); \quad (52)$$

$$\Phi(X, \tau) = \chi_2 \Phi^{(-)}(X, \tau),$$

где χ_1 и χ_2 — коэффициенты отражения волн на границах $x = 0$ и $x = X$, соответственно.

Эти величины, по модулю меньшие единицы, мы считаем известными. Если правая граница резонатора абсолютно прозрачна для из-

лучения, то $\chi_2 = 0$. При этом условия (52) сводятся к соотношению

$$\Phi(X, \tau) = 0, \quad (53)$$

а уравнение (51) вообще не требуется. В настоящей работе рассматривается более сложный, но и практически более реальный случай конечного отражения от правой границы резонатора (53): для определенности полагаем $\chi_1 = 1$ и $\chi_2 = 0,5$. При этом приходится решать уравнения (35) вместе с уравнением (51) при полной системе краевых условий (52).

Приведем стартовые (пороговые) условия развития абсолютной неустойчивости в резонаторе, обусловленные конечностью его длины [24]:

$$|\Omega| X > 2\pi\beta(\chi_1\chi_2), \quad (54)$$

где Ω — инкременты (48) или (50);

X — безразмерная длина резонатора (33);

$\beta = \beta(\chi_1\chi_2)$ — постоянная, зависящая от коэффициентов отражения электромагнитных волн от продольных границ резонатора.

В случае коллективного эффекта Черенкова величина $\beta(0) = 1/4$ вычисляется точно [24], а при одночастичном эффекте — оценка $\beta(0) \approx 1$. При $\chi_1\chi_2 \neq 0$ для параметра β следует брать другие значения. Исходя из результатов численных расчетов [24] для качественной оценки порога неустойчивости при выбранных выше значениях $\chi_{1,2}$, будем использовать условие (54) с $\beta \approx 0,2$. С учетом (33) запишем стартовое условие (54) в виде

$$|\Omega| N_\lambda > \beta. \quad (54a)$$

Для моделирования динамики неустойчивости следует еще задать структуру начального возмущения. Предположим, что в резонатор инжектируется невозмущенный пучок (условия (31)) и такой же невозмущенный пучок заполняет в начальный момент весь резонатор (условия (32)). Пусть также в начальный момент времени $\tau = 0$ на фоне невозмущенного электронного пучка в резонаторе имеется следующее импульсное возмущение электромагнитного поля:

$$\Phi(x, 0) = \begin{cases} a_0 \sin^2\left(\frac{x}{2n_\lambda}\right), & x \in [2\pi n_1, 2\pi n_2]; \\ 0, & x \notin [2\pi n_1, 2\pi n_2], \end{cases} \quad (55)$$

где n_λ — пространственный размер импульса (в длинах волн);

n_1 и n_2 — задают границы импульса, $n_2 - n_1 = n_\lambda$;

a_0 — его амплитуда.

Положим $n_\lambda = 6$, $a_0 = 10^{-4}$, а n_1 — от нуля до $N_\lambda/2$, где N_λ — длина резонатора (в длинах волн).

Зафиксируем также безразмерную групповую скорость излучаемой электромагнитной волны $\tilde{v}_g = -0,8$ и $\gamma = 2$ ($u^2/c^2 = 0,75$).

Рассмотрим теперь результаты численного моделирования. Варианты, для которых проводились численные эксперименты, представлены в таблице. Причем рассматривались системы с тремя длинами: $N_\lambda = 10, 20$ и 30 , а последний столбец заполнен по промежуточной длине $N_\lambda = 20$.

№	α_b	$\sqrt{\alpha_b}$	Θ	Тип эффекта	$ \Omega $	$ \Omega ^{-1}$	$ \Omega N_\lambda$
1	0,0005	0,0224	0,05	Одночастичный	0,02	50	0,4
2	0,005	0,071	0,005	Коллективный	0,0094	106	0,19
3	0,005	0,071	0,03	"	0,023	43	0,46

Величины $|\Omega|$ в таблице определяют безразмерные инкременты неустойчивостей в бесконечно длинной системе (т. е. $|\Omega|$ — это какой-либо из инкрементов (48), (50), или из представленных на рис. 1). Очевидно, что в системе бесконечной длины инкремент максимален; в резонаторе неустойчивость развивается медленнее или отсутствует вообще, если условие (54) не выполнено. Заметим также, что в бесконечно длинной системе нелинейное насыщение рассматриваемой неустойчивости, независимо от того, конвективная она или абсолютная, обусловлено захватом электронов пучка комбинационной волной (одночастичный режим), или волной плотности заряда пучка (коллективный режим) [12, 25]. При этом на каждой длине волны (22) формируется сгусток электронов пучка. К моменту формирования сгустка амплитуды резонансной и пучковой волн достигают максимального значения. В резонаторе все происходит несколько иначе. Из-за продольной неоднородности системы сгустки формируются в области меньшего размера, чем длина резонатора (иногда всего на нескольких длинах волны (22)). Накопление колебаний в резонаторе приводит к тому, что максимум амплитуд волн достигается после формирования и даже последующего распада электронных сгустков. С точки зрения эффективности излучения оптимальным является такой режим неустойчивости, когда сгустки электронов пучка образуются на выходе из резонатора. В случае конвективной неустойчивости подбором длины резонатора и плотности пучка такой режим можно обеспечить всегда [11, 22], при абсолютной неустойчивости — это не так.

На рис. 2 представлена динамика амплитуды встречной волны $|\Phi(0, \tau)|$ на входной границе резонатора $x = 0$, когда параметры системы взяты из первой строки таблицы, и излучение пучка происходит в одночастичном режиме. В случае, к которому относится рис. 2, безразмерная длина резонатора $N_\lambda = 10$, и условия (54) воз-

никновения абсолютной неустойчивости не выполнены. Видно, что возмущение электромагнитного поля в резонаторе со временем затухает, это обусловлено тем, что абсолютная неустойчивость в короткой системе развиваться не успевает, а энергия начального возмущения выносятся из резонатора через полупрозрачную границу $x = X$. Очевидно, что "всплески" амплитуды поля на рис. 2 обусловлены импульсной структурой начального возмущения (55). Импульс распространяется между границами $x = 0$ и $x = X$, время его распространения "туда и обратно" есть $\tau = 2X/\tilde{v}_g \approx 150$, что соответствует промежутку времени между соседними "всплесками" амплитуды (см. рис. 2).

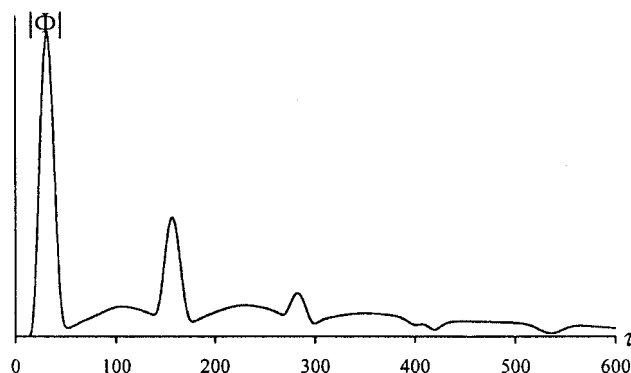


Рис. 2. Динамика амплитуды встречной волны, когда условие абсолютной неустойчивости не выполнено (одночастичный режим $\alpha_b = 0,0005$; $\Theta = 0,05$; $N_\lambda = 10$)

На рис. 3, а представлена динамика амплитуды $|\Phi(0, \tau)|$, на рис. 3, б — спектр излучения из резонатора $|S(\Omega)|^2$ для системы с параметрами из первой строки таблицы (одночастичный режим) при двух длинах резонатора $N_\lambda = 20$ и 30 . Длина системы указана на рис. 3 и последующих аналогичных рисунках рядом с рассчитанными для этой длины кривыми. Спектр излучения вычислялся по формуле

$$|S(\Omega)|^2 = S(\Omega)S^*(\Omega), \quad S(\Omega) = \int_0^{\tau_0} \Phi(0, \tau) \exp(i\Omega\tau) d\tau, \quad (56)$$

и нормировался на единицу (τ_0 в (56) не менее 20 обратных инкрементов $|\Omega|^{-1}$ по таблице). В случае рис. 3 условия (54) выполнены, поэтому в резонаторе развивается абсолютная неустойчивость. Из рис. 3, а следует, что при увеличении длины системы возрастает инкремент неустойчивости, хотя и не достигает максимального возможного инкремента $|\Omega|$ абсолютной неустойчивости в системе бесконечной длины. Нелинейное насыщение неустойчивости обусловлено захватом электронов пучка комбинационной волной излучения и накачки. Время насыщения значительно (в 10 раз и более) превышает обратный инкремент $|\Omega|^{-1}$, что свойственно и бесконечно длинным системам. После

насыщения амплитуда электромагнитной волны осциллирует, хотя и не столь регулярно, как при захвате электронов пучка в безграничной системе. Последнее обусловлено тем, что область, в которой формируются электронные сгустки, со временем перемещается по длине резонатора. Спектр излучения (см. рис. 3, б) оказывается довольно узким. Увеличение длины системы не приводит к заметному уширению спектра. Поскольку $\Omega = (\omega - \omega_0)/\omega_0$, то максимум спектральной плотности излучения приходится на частоту ω , меньшую резонансной частоты ω_0 , что имеет место для всех систем черенковского типа [19, 20].

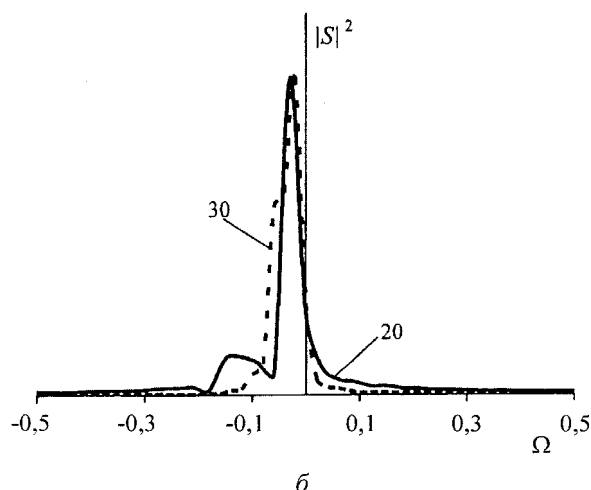
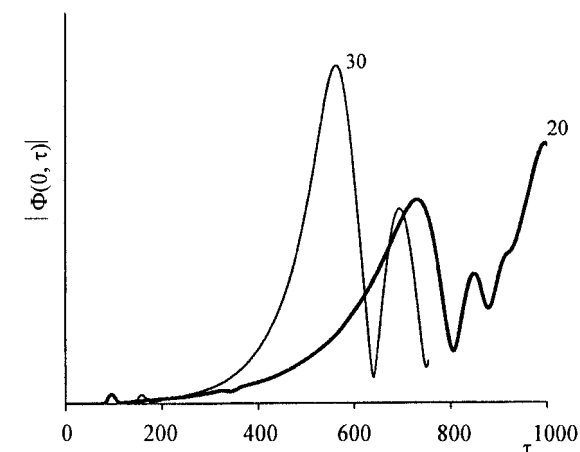


Рис. 3. Динамика амплитуды встречной волны (а) и спектры излучения (б) при абсолютной неустойчивости в одночас-
тичном режиме ($\alpha_b = 0,0005$, $\Theta = 0,05$, $N_\lambda = 20$ и 30)

На рис. 4 (параметры α_b и Θ те же, что и в случае на рис. 3) в левой колонке кадров для некоторых моментов времени τ показаны пространственные распределения амплитуд резонансной волны $|\Phi(x, \tau)|$ (сплошные линии) и встречной волны $|\Phi^{(-)}(x, \tau)|$ (штрихованные линии). В правой колонке кадров на рис. 4 изображены фазовые плоскости электронов пучка — множества точек $y_j(\tau)$, $\eta_j(\tau)$ и пространствен-

ные распределения амплитуды волны плотности заряда пучка $|R(x, \tau)|$. Напомним, что при полной модуляции пучка, т. е. в электронном сгустке, $|R| \approx 1$, а при "классическом" захвате — $|R| \approx 1,3-1,5$ [11, 26]. В случае на рис. 4 $N_\lambda = 20$ ($X = 125,6$); на кадрах "а" и "б" видно, что в момент $\tau = 600 \approx 12 |\Omega|^{-1}$, т. е. еще задолго до насыщения неустойчивости в резонаторе (см. рис. 3, а), захват электронов пучка уже начался. Причем в этот момент амплитуда резонансной волны достаточно велика на входе резонатора $x = 0$ (кадр "а"), а амплитуда волны плотности заряда пучка $|R|$ достигает максимума ближе к выходу $x = X$ (кадр "б"). Сгустки электронов пучка сформировались около выхода из резонатора, что видно как по значению $|R|$, так и по структуре фазовой плоскости электронов. Для развития абсолютной неустойчивости в резонаторе такое распределение амплитуд близко к оптимальному. Однако на более поздних временах ситуация меняется.

На 4, в, г видно, что при $\tau = 640$ (все еще до момента насыщения) область локализации электронных сгустков в резонаторе сместилась влево, в сторону меньших x , а ближе к выходу из системы сформировавшиеся ранее электронные сгустки уже распались. Это следует из того, что максимум амплитуды волны плотности заряда пучка $|R|$ приходится примерно на середину резонатора, а ближе к выходу амплитуда $|R|$ значительно меньше единицы.

В еще более поздний момент $\tau = 690$ (см. рис. 4, д, е) картина распределения амплитуд сместилась еще ближе к входу в резонатор $x = 0$: в окрестности точки $x = 50$ сформировались электронные сгустки, вблизи точки $x = 90$ — сгустки распались, а у выхода из системы они образовались вновь. В дальнейшем области формирования и разрушения сгустков электронов пучка хаотично перемещаются по резонатору от больших x к меньшим и обратно.

Отличительной особенностью нелинейной абсолютной неустойчивости в резонаторе является то, что не удастся стабилизировать область максимальной модуляции пучка около выхода из системы. При уменьшении длины резонатора (вплоть до значений, когда нарушится (54), и неустойчивость совсем пропадет) область образования электронных сгустков смещается влево, при увеличении длины это еще больше заметнее. Причина в том, что при абсолютной пучковой неустойчивости резонансная волна распространяется навстречу пучку. Поэтому на входе в резонатор накапливаются колебания большой амплитуды, и влетающие в систему электроны сразу начинают взаимодействовать с мощной комбинационной волной. Длина системы этот процесс изменить не может, она влияет только на время его развития.

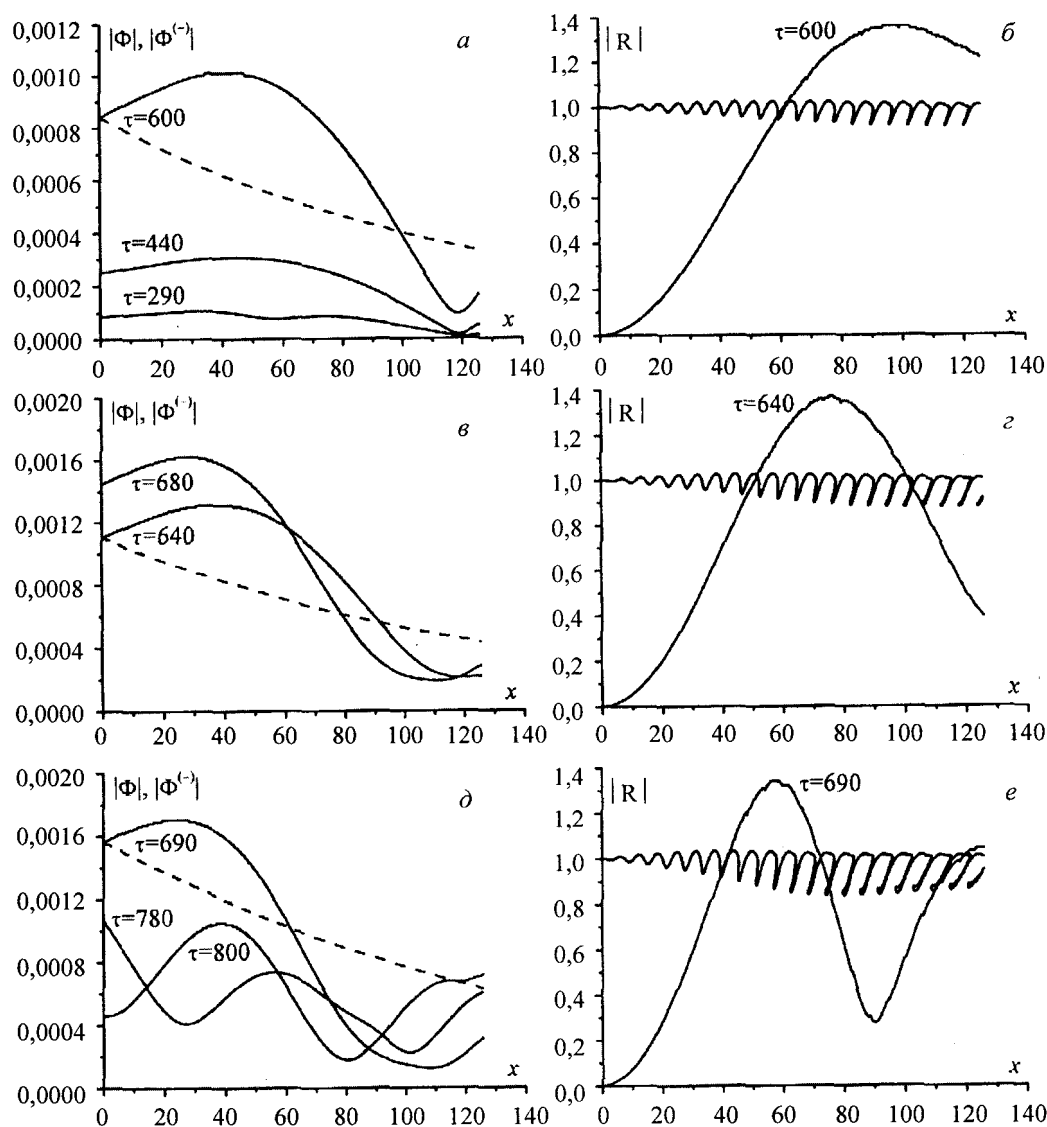


Рис. 4. Пространственное распределение амплитуд встречной (—) и попутной (---) волн в резонаторе (кадры "а", "в" и "д"), фазовые плоскости электронов и пространственное распределение амплитуды волны плотности пучка (кадры "б", "в" и "е") в моменты времени $\tau = 600, 640$ и 690 ($\alpha_b = 0,0005$; $\Theta = 0,05$; $N_\lambda = 20$)

На рис. 5, а, б представлены динамика амплитуды $|\Phi(0, \tau)|$ и спектр излучения из резонатора $|S(\Omega)|^2$, соответственно, для системы с параметрами из второй строки таблицы (коллективный режим) при двух длинах резонатора $N_\lambda = 20$ и 30 . При $N_\lambda = 10$ и в этой системе неустойчивости нет, поскольку условие (54) не выполнено. В целом наблюдается примерно то, что и на рис. 3. Малая величина инкремента при $N_\lambda = 20$ обусловлена не столько малостью $|\Omega|$ (см. таблицу), а тем, что условие (54а) находится на грани выполнимости. При $N_\lambda = 30$ наблюдается резкое увеличение инкремента неустойчивости в резонаторе. Спектр излучения (рис. 5, б) от длины системы зависит слабо.

На рис. 5, в, г представлены, соответственно, динамика амплитуды $|\Phi(0, \tau)|$ и спектр излучения из резонатора $|S(\Omega)|^2$ для системы с параметрами из третьей строки таблицы (коллек-

тивный режим при большой амплитуде волны накачки) для трех длин резонатора $N_\lambda = 10, 20$ и 30 . При $N_\lambda = 10$ условие (54) выполнено с небольшим запасом, что обуславливает относительно малую величину инкремента неустойчивости в резонаторе. Спектр излучения при $N_\lambda = 10$ оказывается узким. При увеличении длины инкремент сильно возрастает. Более того, при $N_\lambda = 20$ и 30 инкременты неустойчивости и уровни ее нелинейной стабилизации (по величине первого максимума амплитуды $|\Phi(0, \tau)|$) практически совпадают (см. рис. 5, в). Последнее означает, что длина $N_\lambda > 20$ является настолько большой, что неустойчивость развивается с максимальным инкрементом $|\Omega|$ как в бесконечно длинной системе. Спектр излучения при большей длине резонатора оказывается существенно более широким (см. рис. 5, г; для $N_\lambda = 20$ спектр не показан, поскольку похож на спектр при $N_\lambda = 30$).

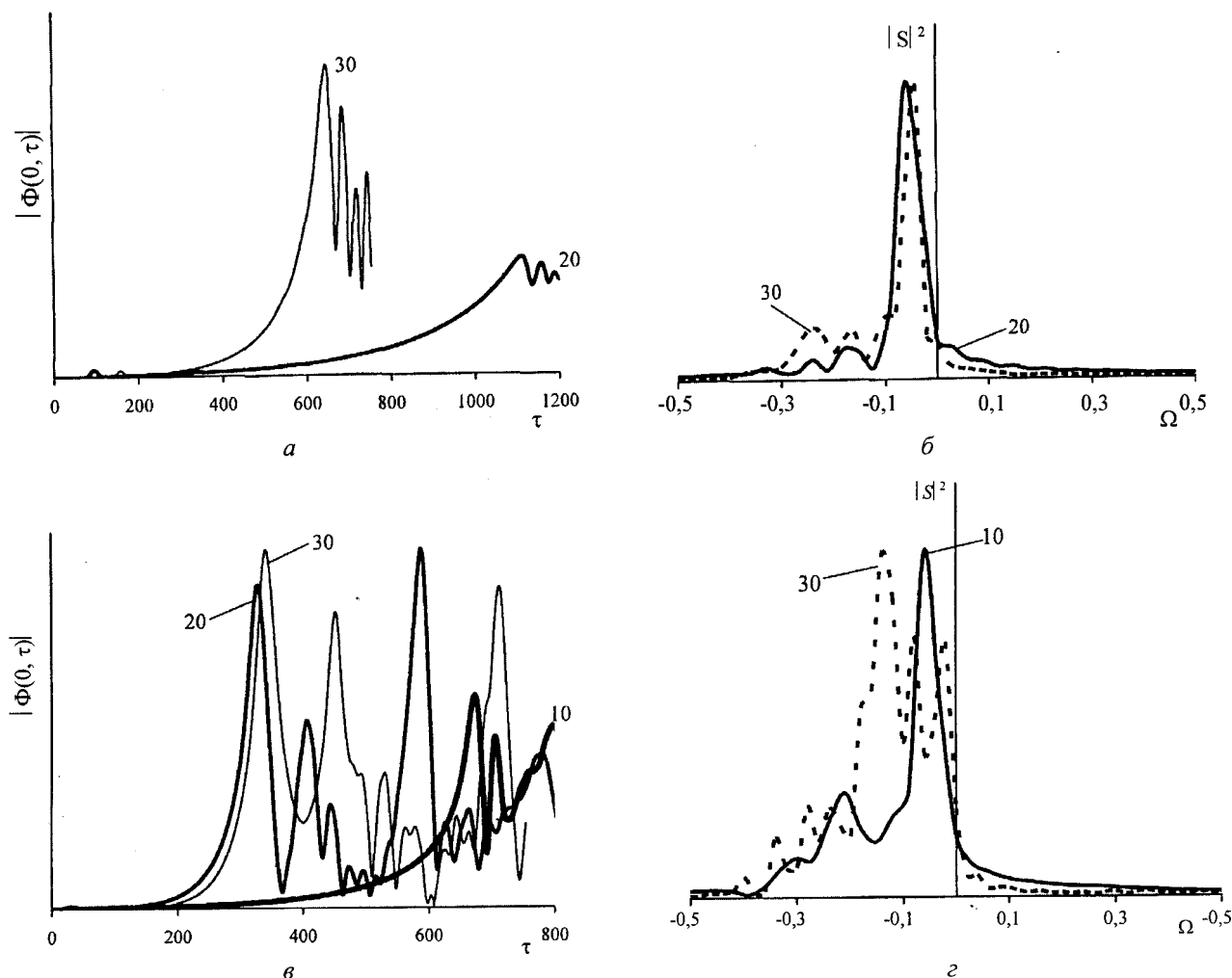


Рис. 5. Динамика амплитуды встречной волны и спектры излучения при абсолютной неустойчивости в коллективном режиме: а, б — с малой накачкой ($\alpha_b = 0,005$; $\Theta = 0,005$; $N_\lambda = 20$ и 30); в, г — с большой накачкой ($\alpha_b = 0,005$; $\Theta = 0,03$; $N_\lambda = 10, 20$ и 30)

На рис. 6.1 (параметры α_b и Θ те же, что и в случае рис. 5, в, г) для некоторых моментов времени τ представлены пространственные распределения амплитуд $|\Phi(x, \tau)|$, $|\Phi^{(-)}(x, \tau)|$, $|R(x, \tau)|$ и фазовые плоскости электронов пучка при $N_\lambda = 10$ — короткий резонатор. Видны примерно те же распределения, что и на рис. 4, хотя следует заметить, что механизмы формирования и распада сгустков электронов пучка при одночастичном и коллективном режимах пучковых неустойчивостей различаются [8, 11]. Иные распределения амплитуд и фазовые плоскости

имеют место в резонаторе большой длины — $N_\lambda = 30$ (см. рис. 6.2, параметры α_b и Θ прежние). С течением времени в резонаторе устанавливается все более пространственно квазиоднородное распределение амплитуды $|R(x, \tau)|$, за исключением сужающейся области около входа $x = 0$. Максимум амплитуды $|\Phi(x, \tau)|$ располагается ближе к среднему сечению резонатора. Представленное на рис. 6.2 напоминает то, что должно наблюдаться при абсолютной пучковой неустойчивости в бесконечно длинной системе.

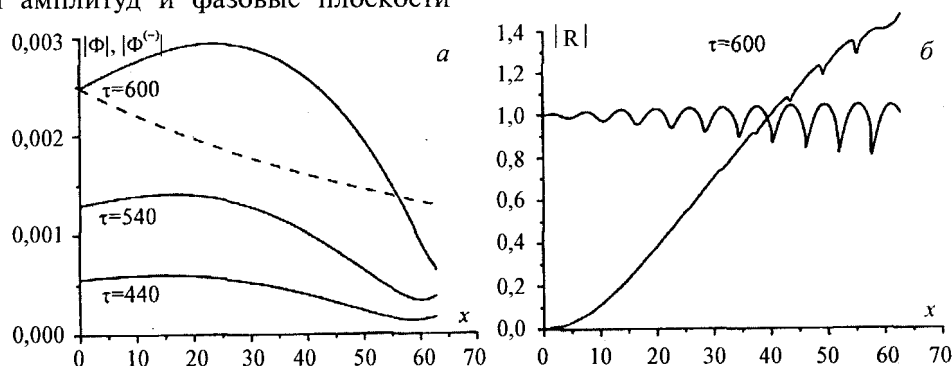


Рис. 6.1. Пространственное распределение амплитуд встречной (—) и попутной (---) волн в резонаторе (кадры "а", "в", "д"), фазовые плоскости электронов и пространственное распределение амплитуды волны плотности пучка (кадры "б", "г", "е") в моменты времени: $\tau = 600; 640; 740$ ($\alpha_b = 0,005$, $\Theta = 0,03$, $N_\lambda = 10$);

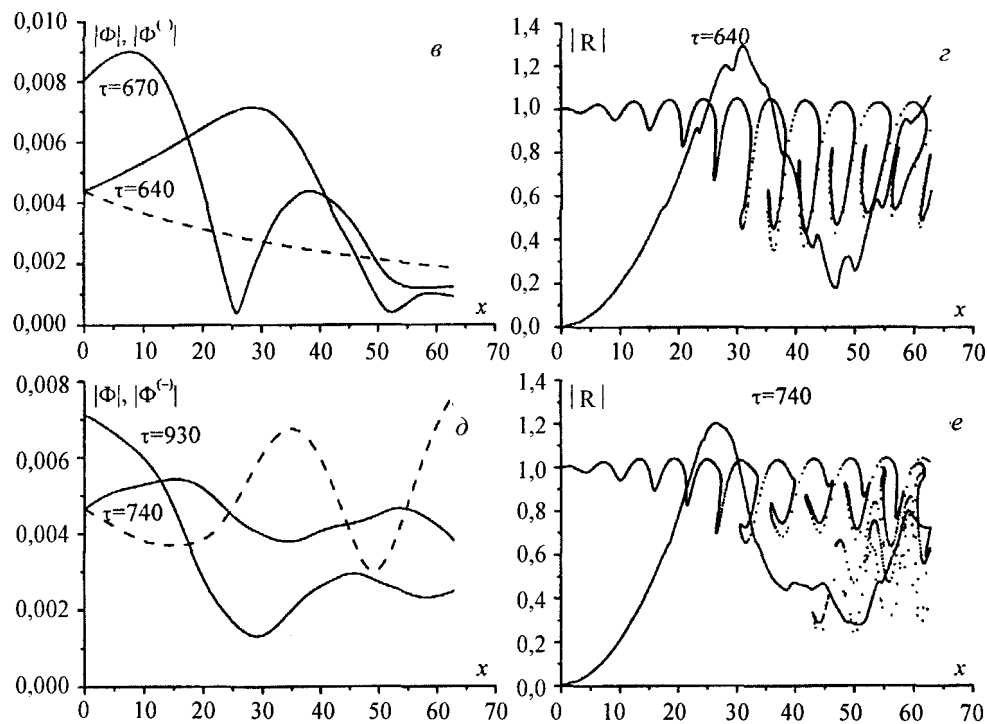


Рис. 6.1. Окончание

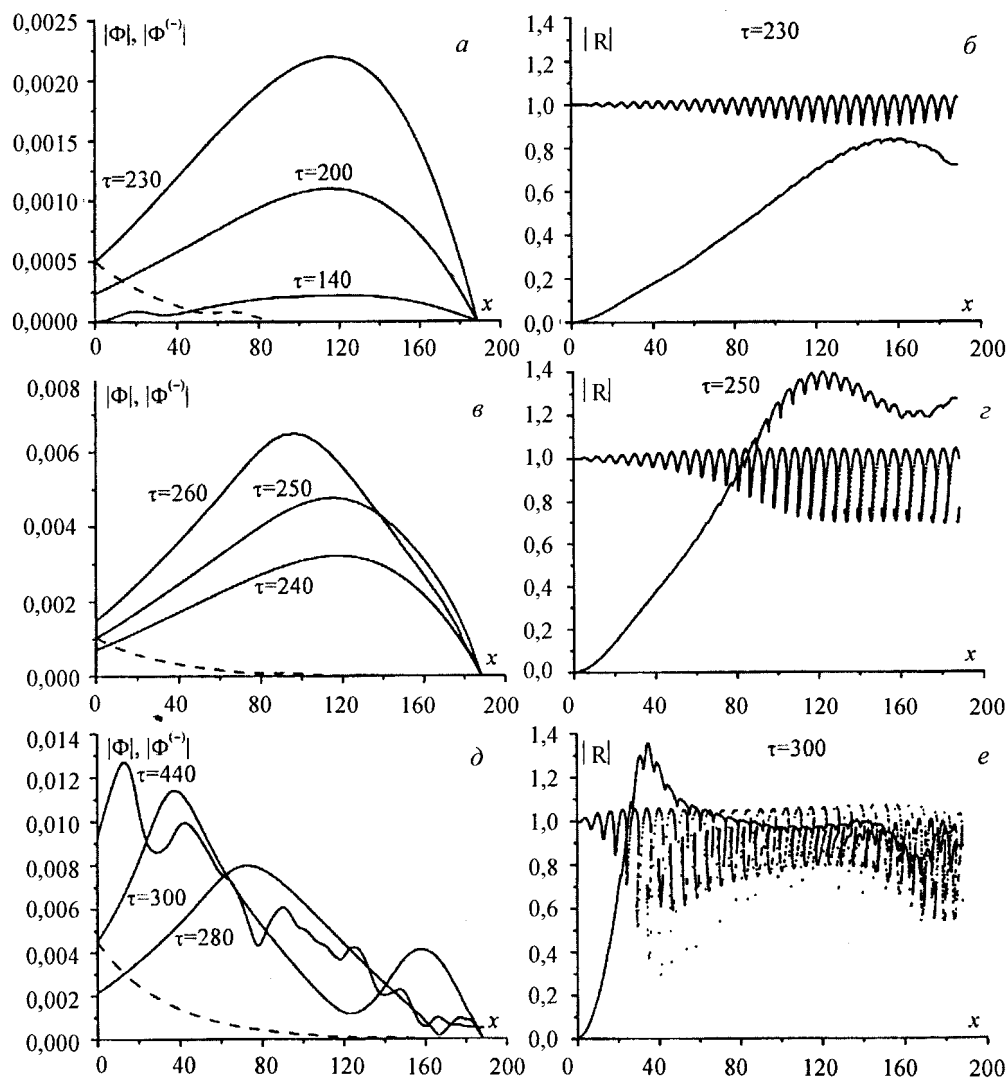


Рис. 6.2. Пространственное распределение амплитуд встречной (—) и попутной (---) волн в резонаторе (кадры "а", "в", "д"), фазовые плоскости электронов и пространственное распределение амплитуды волны плотности пучка (кадры "б", "з", "е") в моменты времени: $\tau = 230; 250; 300$ ($\alpha_b = 0,005$, $\Theta = 0,03$, $N_k = 30$)

Работа выполнена при финансовой поддержке
РФФИ (проект 04-02-17240),
Минпромнауки (проект "Ведущие научные
школы" НШ-1962.2003.2) и программы
"Университеты России".

Литература

1. Гинзбург В. Л. Теоретическая физика и астрофизика. — М.: Наука, 1981. — 503 с.
2. Алферов Д. Ф., Башмаков Ю. А., Бессонов Е. Г.: Тр./ИАН СССР. 1975. Т. 80. С. 100.
3. Федоров М. В.//УФН. 1981. Т. 135. С. 213.
4. Братман В. Л., Гинзбург Н. С., Петелин М. И.//Изв. АН СССР: Сер. Физ. 1980. Т. 44. С. 1593.
5. Генераторы когерентного излучения на свободных электронах//Сб. статей: Пер. с англ./Под ред. А. А. Рухадзе. — М.: Мир, 1983.
6. Сб. Релятивистская высокочастотная электроника. Проблемы повышения мощности и частоты излучения/Под ред. акад. А. В. Гапонова-Грехова. — Горький: ИПФ, 1981.
7. Кузелев М. В.//ЖТФ. 1983. Т. 53. С. 1029.
8. Кузелев М. В., Рухадзе А. А. Электродинамика плотных электронных пучков в плазме. — М.: Наука, 1990. — 336 с.
9. Александров А. Ф., Богданкевич Л. С., Рухадзе А. А. Основы электродинамики плазмы. — М.: Высш. шк., 1988. — 424 с.
10. Карташов И. Н., Кузелев М. В., Сепехри Джаван Н.//Физика плазмы, 2005. Т. 31 (в печати).
11. Кузелев М. В., Рухадзе А. А., Стрелков П. С. Плазменная релятивистская СВЧ-электроника. — М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2002. — 544 с.
12. Ковтун Р. И., Рухадзе А. А.//ЖЭТФ. 1970. Т. 58. С. 1709.
13. Борн Н., Вольф Э. Основы оптики. — М.: Наука, 1970. — 855 с.
14. Климонтович Ю. Л. Кинетическая теория неидеального газа и неидеальной плазмы. — М.: Наука, 1975. — 352 с.
15. Карташов И. Н., Кузелев М. В., Рудяк И. Б.//КСФ ФИАН. 2002. № 12. С. 14.
16. Кузелев М. В., Лоза О. Т., Рухадзе А. А. и др.//Физика плазмы, 2001. Т. 27. С. 710.
17. Вильгельмсон Х., Вейланд Я. Когерентное нелинейное взаимодействие волн в плазме. — М.: Наука, 1981. — 224 с.
18. Виноградова М. Б., Руденко О. В., Сухоруков А. П. Теория волн. — М.: Наука, 1979. — 383 с.
19. Кузелев М. В., Рухадзе А. А.//УФН. 1987. Т. 152. С. 285.
20. Кузелев М. В., Рухадзе А. А. Механизмы спонтанного и вынужденного излучений релятивистских электронных пучков//В сб. Проблемы теоретической физики и астрофизики. К 70-летию В. Л. Гинзбурга. — М.: Наука, 1989. С. 70—92.
21. Лифшиц Е. М., Питаевский Л. П.//Физическая кинетика. — М.: Наука, 1979. — 528 с.
22. Кузелев М. В., Рухадзе А. А.//ЖТФ. 1979. Т. 49. С. 1182.
23. Гинзбург Н. С., Кузнецов С. П., Федосеева Т. Н.//Изв. вузов. Сер. Радиофизика, 1978. Т. 21. С. 1037.
24. Карташов И. Н., Кузелев М. В., Рухадзе А. А., Сепехри Джаван Н.//ЖТФ. 2005. Т. 75. Вып. 3. С. 15.
25. Иванов А. А. Физика сильнонеравновесной плазмы. — М.: Атомиздат, 1977. — 352 с.
26. Онищенко И. Н., Линецкий А. Р., Мацборко Н. Г. и др.// Письма в ЖЭТФ. 1970. Т. 12. С. 407.

Статья поступила в редакцию 12 декабря 2004 г.

Absolute radiative instabilities of a relativistic electron beam of the electrostatic field in an resonator with output of the radiation

I. N. Kartashov, M. V. Kuzelev

M. V. Lomonosov Moscow State University, Moscow, Russia

N. Sepehri Javan

Zanjan University, Iran

The system of the nonlinear non-stationary equations describing spatial-temporal dynamics of the amplitudes of an undulator radiation and a spatial charge of a beam in the resonator is obtained. For the description of electron beam a method of large particles is used. The basic nonlinear equations are linearized and the dispersion equation of the linear theory is obtained. The increments of the radiative convective and absolute instabilities in one-particle and collective regimes are determined. Nonlinear dynamics of absolute instability is investigated at radiation by a relativistic electron beam of a contrary electromagnetic wave in the resonator with output of radiation. Spectra of radiation are found and dynamics of nonlinear oscillations in the resonator is investigated.

* * *