

УДК 53.04

# Нуклон-нуклонное рассеяние на основе физической аналогии с динамикой вращения

В. Г. Ермилов

Институт общей физики РАН, Москва, Россия

*Определены сечения, фазы и амплитуды упругого нуклон-нуклонного рассеяния через волновую  $\psi$ -функцию и ее производные. Проведено сравнение вычисленных величин с экспериментальными данными.*

Преобразование уравнения Шредингера, когда потенциал  $V = K \frac{\hbar^2}{2m} \psi''$  приводит к рассмотренному в [1] уравнению

$$\psi'' = -\frac{2}{r} \frac{\psi'}{1 - K\psi} + \frac{l(l+1)}{r^2} \frac{\psi}{1 - K\psi}. \quad (1)$$

Значения  $r$ ,  $\psi'$ ,  $\psi$  из уравнения (1) могут быть приняты для построения диаграмм рассеяния.

Представим  $\psi$  и  $\psi'$  как некоторый угол поворота и угловую скорость при перемотке гибкой нерастяжимой нити, которая, разматываясь по радиусу  $r_0 = 1$ , укладывается по некоторой линии, показанной на рис. 1 в виде спирали. Будем считать координатами этой линии изменяющийся полярный радиус  $R$  и его угол поворота  $\psi$ . Вращение в направлении  $\phi$  происходит под действием момента  $M_\psi$ , приложенного к полярному радиусу  $R$ . При этом по координате  $\phi$  момент от силы, приложенной к нити, равен  $M_\phi$ . Уравнение движения такой системы по координате  $\phi$  имеет вид

$$I_0 \ddot{\phi} = M_\phi,$$

где  $I_0$  и  $\ddot{\phi}$  — момент инерции и угловое ускорение тела вращения, соответственно.

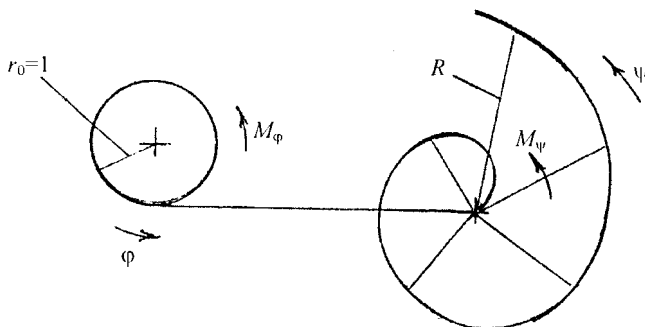


Рис. 1. Схема к физической аналогии

Если  $I_0 = 1$ , то будем иметь

$$\ddot{\phi} = M_\phi. \quad (2)$$

Уравнение движения системы может быть представлено как уравнение Лагранжа по обобщенной координате  $\psi$ .

$$I_n \ddot{\psi} + \frac{1}{2} \frac{dI_n}{d\psi} \dot{\psi}^2 = M_\psi. \quad (3)$$

Входящий в уравнение (3) приведенный момент инерции  $I_n$  определяется из условия

$$\frac{I_n \dot{\psi}^2}{2} = \frac{I_0 \dot{\phi}^2}{2}.$$

Учитывая, что  $I_0 = 1$ ,

$$I_n = \frac{\dot{\phi}^2}{\dot{\psi}^2}. \quad (4)$$

Момент  $M_\phi$  в уравнении (2) можно представить в виде

$$M_\phi = M_\psi \frac{\dot{\psi}}{\dot{\phi}}. \quad (5)$$

Для смотанной и уложенной по траектории конца полярного радиуса нити имеет место равенство длин

$$\int_0^\phi r_0 d\phi = \int_0^\psi \sqrt{R^2 + (dR/d\psi)^2} d\psi$$

или

$$\phi = \int_0^\psi \sqrt{R^2 + R'^2} d\psi, \quad (6)$$

поскольку  $r_0 = 1$ .

Дифференцируя по времени (6), получим

$$\dot{\phi} = \sqrt{R^2 + R'^2} \dot{\psi}. \quad (7)$$

Подставив (7) в (4) и (5), получим

$$I_n = R^2 + R'^2; \quad (8)$$

$$M_\phi = \frac{M_\psi}{\sqrt{R^2 + R'^2}}. \quad (9)$$

После подстановки (9) в (2) совместно с (8) получим

$$\begin{cases} \ddot{\phi} = \frac{M_\psi}{\sqrt{R^2 + R'^2}}, \\ \dot{\phi} = \sqrt{R^2 + R'^2} \dot{\psi}. \end{cases} \quad (10)$$

$$\dot{\phi} = \sqrt{R^2 + R'^2} \dot{\psi}. \quad (11)$$



$$m_2 = T_0 \cdot 0,1777 \cdot 10^{-26} + 1,67 \cdot 10^{-24} = 2,102 \cdot 10^{-24} \text{ г.}$$

Углы отдачи  $\alpha$  и рассеяния  $\theta$  нуклонов с массой  $m_2$  и  $m_1$  в лабораторной системе координат связаны соотношениями

$$\cos 2\alpha = \frac{T_0(m_1 + m_2)^2}{2Em_1m_2} - 1;$$

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{\sin 2\alpha}{\frac{m_1}{m_2} - \cos 2\alpha}. \quad (16)$$

Как сказано выше, уравнение (1) может быть взято применительно к системе, показанной на рис. 1.

Параметр  $\psi$  из уравнения (1) можно интерпретировать как угол в радианах. Углы  $\psi$  могут быть те же, что и углы  $\theta$  согласно формуле (16). Это определит  $R$  как  $r$ , и, таким образом, уравнение (1) будет представлено как уравнение для системы на рис. 1. Радиус  $r$  берется равным от 0,5 до 3 ф.

На рис. 3 показаны зависимости углов рассеяния  $\psi = \theta_n$  и  $\theta$  от расстояния  $r$  между нуклонами. Совпадение  $\theta_n$  и  $\theta$  указывает на то, что рассеяние можно представить по схеме на рис. 1, и все данные для такого построения можно получить из уравнения (1). На рис. 2 показаны диаграммы нуклон-нуклонного рассеяния по углам  $\theta_n$  и  $\theta$ . На рис. 2, а дана зависимость  $\theta_n(r)$  в полярных координатах и на концах  $r$ -векторы скоростей согласно (13) и затем (15), когда через масштаб  $\mu$  можно переходить к скоростям рассеяния для углов  $\theta_n$ . Эти же скорости рассеяния, определяющие соответствующую энергию рассеяния с использованием формул упругого рассеяния, т. е. иной методики, дают те же углы рассеяния  $\theta = \theta_n$ . Диаграмма  $V(\theta)$  такого упругого рассеяния представлена на рис. 2, б.

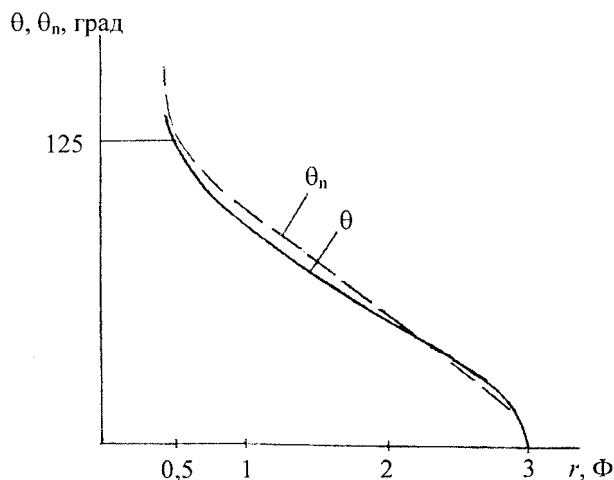


Рис. 3. Сравнение углов рассеяния  $\theta$  и  $\theta_n$

Скорости  $V$  (см. рис. 2, а) могут быть использованы при определении дифференциального сечения рассеяния, т. е. имеем

$$d\sigma = \frac{N_p}{N_0} r^2 \operatorname{ctg}^2 \theta_n d\Omega, \quad (17)$$

где  $N_p$  и  $N_0$  — плотность потока рассеянных и налетающих частиц;  
 $r^2 \operatorname{ctg}^2 \theta_n d\Omega$  — элемент поверхности радиуса  $r \operatorname{ctg} \theta_n$  по телесному углу.

$$d\Omega = 2\pi \sin \theta_n d\theta_n, \quad (18)$$

где  $\theta_n$  — угол рассеяния (см. рис. 2, а), соответствующий значению  $r$  в пределах 0,5–3 ф.

Обозначим плотность потока рассеянных частиц с радиусом  $R$  наблюдения до рассеивающего центра как  $N'_p$ . Поскольку число рассеянных частиц в телесный угол (18) при любых значениях радиуса рассеяния одно и то же, можно записать

$$N_p r^2 \operatorname{ctg}^2 \theta_n d\Omega = N'_p R^2 d\Omega,$$

откуда плотность потока рассеяния на радиусе  $R$  равна

$$N'_p = N_p \frac{r^2}{R^2} \operatorname{ctg}^2 \theta_n. \quad (19)$$

Плотности потоков падающих частиц и частиц, рассеянных на радиусе  $r$  (см. рис. 2, а), равны, соответственно,  $N_0 = V_0$  и  $N_p = V$ , где  $V_0$  и  $V$  — скорости этих частиц.

Согласно (19) имеем:

$$N'_p = V \frac{r^2}{R^2} \operatorname{ctg}^2 \theta_n; \quad (20)$$

$$N_p = N'_p \frac{R^2}{r^2 \operatorname{ctg}^2 \theta_n}. \quad (21)$$

После подстановки (21),  $N_0 = V_0$  в (17) и (20) — в (22), получим

$$d\sigma = \frac{N'_p}{V_0} R^2 d\Omega; \quad (22)$$

$$d\sigma = \frac{V}{V_0} r^2 \operatorname{ctg}^2 \theta_n d\Omega. \quad (23)$$

Здесь дифференциальное сечение рассеяния не связано с определением потока рассеяния  $N_p$ , входящего в (17), но определяется с помощью вычисленных значений скоростей  $V$  рассеяния на углы  $\theta_n$  при известной скорости падающих частиц  $V_0$ .

Через скорость  $V$  рассеяния также может быть вычислена амплитуда рассеяния  $f$ , когда

$$d\sigma = |f(\theta)|^2 d\Omega.$$

Отсюда, используя (23), получим

$$|f(\theta)|^2 = \frac{V}{V_0} r^2 \operatorname{ctg}^2 \theta_n.$$

Сечение рассеяния  $\sigma_l$  для каждого из  $l$  через фазу рассеяния  $\delta_l$  равно

$$\sigma_l = 4\pi\lambda^2(2l+1)\sin^2\delta_l. \quad (24)$$

Для  $l = 5$ , когда  $E = 250$  МэВ, имеем

$$\lambda = \frac{9 \cdot 10^{-13}}{\sqrt{E}} = 0,57 \text{ ф.}$$

Согласно (23) также получим

$$d\sigma = \frac{V}{V_0} 2\pi r^2 \text{ctg}^2\theta_n \sin\theta_n d\theta_n. \quad (25)$$

Определим значения  $r$  на рис. 2, а через  $\lambda = 0,57$  ф соответственно расстоянию между цилиндрическими зонами, на которые разделяется поток частиц, падающих со скоростью  $V_0$ . В этом случае  $r$  определится из условия  $r \cos\theta_n = l\lambda$ , где  $l$  берется равным от 1 до 5. Отсюда получим

$$r = \frac{l\lambda}{\cos\theta_n}.$$

Как видно на рис. 3, зависимость  $\theta_n(r)$  между  $r = 0,5$  ф и  $r = 2,9$  ф близка к линейной.

$$r = \frac{l\lambda}{\cos(2,585 - 0,812r)}. \quad (26)$$

Из (26) найдем ряд значений  $r$  соответственно  $l\lambda$  (табл. 1).

Таблица 1

|            |          |        |        |           |          |
|------------|----------|--------|--------|-----------|----------|
| $l\lambda$ | 0,57     | 1,14   | 1,71   | 2,28      | 2,85     |
| $r$        | 0,5–1,68 | 1,68–2 | 2–2,29 | 2,29–2,58 | 2,58–2,9 |

В выражении (25) для дифференциального сечения рассеяния можно принять

$$\frac{V}{V_0} = \frac{V^r}{V_0^r} = \frac{r}{r_k}, \text{ поскольку } V^r \text{ и } V_0^r \text{ определяются}$$

согласно (13), когда производная  $\psi'(r)$  изменяется незначительно.

$$d\sigma = \frac{r}{r_k} 2\pi r^2 \text{ctg}^2\theta_n \sin\theta_n d\theta_n,$$

где значение  $r$  берется из табл. 1 (от  $r = 0,5$  ф до  $r = 2,9$  ф).

$$d\sigma = \frac{2\pi}{2,9} \left( \frac{2,585 - \theta_n}{0,812} \right)^3 \text{ctg}^2\theta_n \sin\theta_n d\theta_n. \quad (27)$$

Интегрируя выражение (27) в пределах  $r$ , из табл. 1 получим парциальные сечения рассеяния, соответственно,  $0,57$   $l$ .

Для интегрального сечения рассеяния через фазы  $\delta_l$  также имеем

$$\sigma = 4\pi\lambda^2 \sum_{l=0}^5 (2l+1) \sin^2\delta_l; \quad (28)$$

$$(\sigma_l)_{\max} = 4\pi\lambda^2(2l+1). \quad (29)$$

Определим парциальные сечения рассеяния  $(\sigma_l)_{\max}$ , когда в (28)  $\sin^2\delta_l = 1$ . Определим парциальные сечения  $\sigma_l$  согласно (27) для  $r$ , равного от 0,5 до 2,9 ф, когда пределы интегрирования берутся из табл. 1, соответственно,  $l$  от 1 до 5. После деления (24) на  $(\sigma_l)_{\max}$  согласно (29) получим

$$\sin^2\delta_l = \frac{\sigma_l}{(\sigma_l)_{\max}}.$$

Значения сечений рассеяния в единицах  $10^{-26}$  см<sup>2</sup> и фаз рассеяния приведены в табл. 2.

Таблица 2

| $l$                 | 1        | 2       | 3       | 4         | 5        |
|---------------------|----------|---------|---------|-----------|----------|
| $r$ , ф             | 0,5–1,68 | 1,68–2  | 2–2,29  | 2,29–2,58 | 2,58–2,9 |
| $\sigma_l$          | 0,234    | 0,990   | 3,322   | 9,584     | 32,920   |
| $(\sigma_l)_{\max}$ | 12,248   | 20,414  | 28,580  | 36,745    | 44,911   |
| $\delta_l$          | 7° 57'   | 12° 43' | 19° 56' | 30° 43'   | 58° 53'  |

Проведенные преобразования позволяют получить углы рассеяния, выраженные через волновую  $\psi$ -функцию, а скорости рассеяния — через ее производную  $\psi'$ . Значения скоростей рассеяния в зависимости от углов будут определять сечения, фазы и амплитуды рассеяния при соответствующих квантовых числах  $l$ .

Если сослаться на результаты эксперимента в [2], то полученные сечения и фазы рассеяния не расходятся с экспериментальными значениями.

Так, в [2] приводятся экспериментальные величины соответственно радиуса взаимодействия  $r = 1,7 \cdot 10^{-13}$  см с сечением  $2,738 \cdot 10^{-27}$  см<sup>2</sup> и фазами рассеяния в зоне преимущественно до 27°, что качественно правильно описывает взаимодействие нуклонов при низких энергиях.

В табл. 2 приводятся исходные данные и результаты расчета для энергии 250 МэВ по парциальным зонам от  $l = 1$  до  $l = 5$ , и для каждой из зон будет своя скорость рассеяния  $V \sim r\psi'$ , как представлено на рис. 2, а. Если взять радиус взаимодействия, как в эксперименте в [2] до  $r = 2,9$  ф,  $l = 1$  и  $l = 2$ , то, соответственно, имеем  $\sigma_l = 2,34 \cdot 10^{-27}$  см<sup>2</sup> и  $\sigma_l = 9,9 \cdot 10^{-27}$  см<sup>2</sup>, а фазы  $\delta_l = 7^\circ 57'$  и  $12^\circ 43'$ . В этом случае также нет качественного расхождения значений с экспериментальными.

## Литература

1. Ермилов В. Г. // Прикладная физика. 2003. № 2. С. 18.
2. Рухадзе А. А. // Письма в ЖЭТФ. 1958. № 4. С. 511, 512.

Статья поступила в редакцию 24 февраля 2004 г.

# The nucleon-nucleon dispersion on basis of the physical analog with dynamic of rotation

V. G. Ermilov

General Physics Institute, Moscow, Russia

*The crosssections, phases and amplitudes of elastic nucleon-nucleon scattering are determined in terms of wavy  $\psi$ -function and its derivatives. Comparison of the calculations with experimental results is made.*

УДК 530.18:531.12

## Вывод уравнений электромагнитного поля, порождаемого магнитными моментами

В. Е. Домрачев

ГП «Научно-исследовательский институт "Гелий"», г. Винница, Украина

*При применении математического формализма общей теории относительности к электродинамике в линеаризованном варианте теории при учете вращения отдельных зарядов получаются две системы линейных уравнений поля. Первая система соответствует уравнениям электромагнитного поля, порождаемого электрическими зарядами, и совпадает с уравнениями Максвелла, постулируемыми в электродинамике. Вторая система соответствует уравнениям электромагнитного поля, порождаемого магнитными моментами. Причем эти уравнения являются независимыми от уравнений Максвелла и равноправными с ними.*

Известно, что электромагнитные поля, порождаемые электрическими зарядами, описываются в общем случае (в рамках линейной теории) уравнениями Максвелла. При этом возникает проблема по отысканию аналогичных уравнений, описывающих в общем случае электромагнитные поля, порождаемые магнитными моментами. Причем изначально неясно, будут ли это отдельные уравнения или же требуется такое обобщение уравнений Максвелла, чтобы в них равноправно, наряду с электрическими зарядами, входили и магнитные моменты этих зарядов. Поиску ответов на поставленные вопросы и посвящена предлагаемая статья, где получены уравнения электромагнитного поля, порождаемого магнитными моментами.

Ранее были получены следующие линеаризованные уравнения электромагнитного поля

$$\square A_i = -\frac{4\pi}{c} \left( \frac{\tilde{G}}{c} \tilde{T}_{ik} u^k \right), \quad i, k = 0, 1, 2, 3, \quad (1)$$

где  $\square$  — оператор Д'Аламбера;

$\tilde{T}_{ik}$  — компоненты тензора энергии импульса электрических зарядов;

$\tilde{G}$  — введенная в работе электромагнитная постоянная;

$u^k$  — 4-мерный вектор скорости зарядов источников поля;

$c$  — скорость света.

Компоненты 4-мерного потенциала электромагнитного поля выражаются через малые добавки  $\tilde{h}_{ik}$  к метрическому тензору пространства Минковского

$$A_i = \left( \frac{2\tilde{G}}{c} \tilde{h}_{00}, \frac{\tilde{G}}{c} \tilde{h}_{0\alpha} \right), \quad \alpha, \beta = 1, 2, 3. \quad (2)$$

Нашей задачей является вывод уравнений электромагнитного поля (1) для случая, когда поле создается совокупностью свободных электрических зарядов, каждый из которых к тому же вращается. Такими зарядами могут быть, к примеру, электроны, характеризуемые двумя независимыми электрическими характеристиками: электрическим зарядом и магнитным моментом.

Уравнения электромагнитного поля (1) по форме совпадают с уравнениями запаздывающих потенциалов. Поэтому общее решение уравнений (1) можно записать в виде

$$A_i = \frac{1}{c} \int \frac{[\tilde{G}/c \cdot \tilde{T}_{ik} u^k]}{R} dV', \quad (3)$$

где квадратные скобки в подынтегральном выражении означают, что заключенное в них берется в момент времени  $t - R/c$ , причем