УДК 533.9

Усредненная сила давления мощной ВЧ-волны, действующая на релятивистскую заряженную частицу в сильном магнитном поле

В. П. Милантьев, С. П. Степина
Российский университет дружбы народов, Москва, Россия

С помощью последовательной схемы метода усреднения получено общее выражение для пондеромоторной силы, с которой мощная квазимонохроматическая волна действует на релятивистскую заряженную частицу во внешнем сильном магнитном поле вне области резонансного взаимодействия. Поле волны рассмотрено в приближении геометрической оптики. Отмечена существенная зависимость пондеромоторной силы не только от пространственно-временного изменения амплитуд волны, но и от ее поляризации и соотношения между скоростью частицы и фазовой скоростью волны. В качестве конкретного примера вычислена пондеромоторная сила давления поперечной квазимонохроматической волны эллиптической поляризации, распространяющейся вдоль внешнего магнитного поля.

Пондеромоторные силы давления высокочастотного электромагнитного поля приводят к многочисленным эффектам при нелинейном взаимодействии волн с частицами плазмы [1—5]. При вычислении выражения для пондеромоторной силы используются различные подходы — одночастичный, гидродинамический и кинетический. Обзор этих подходов содержится в работе [3]. В поле современных источников электромагнитного излучения амплитуда осцилляторной скорости частицы может достигать скорости света. Поэтому остро встал вопрос о релятивистской пондеромоторной силе. В работе [6] рассчитана пондеромоторная сила, действующая на релятивистский электрон в поле электромагнитной волны в прямоугольном волноводе. Данная статья посвящена общему выводу выражения для релятивистской пондеромоторной силы в рамках одночастичной модели на основе последовательной схемы усреднения Боголюбова [7, 8].

В работе [9] по этой схеме получено общее выражение для релятивистской пондеромоторной силы при отсутствии внешнего магнитного поля. Вычисление релятивистской пондеромоторной силы, действующей на заряженную частицу в сильном магнитном поле, является целью данной работы. Предполагается, что малый параметр, равный отношению амплитуды осцилляторной скорости частицы в поле волны к скорости света, сравним с малым параметром геометрической оптики для волны. Малость параметра разложения в случае мощного излучения обеспечивается достаточно большим значением релятивистского фактора, связанным со скоростью плавного (усредненного) движения частицы. Подробно рассмотрена пондеромоторная сила в случае поперечной квазимонохроматической волны эллиптической поляризации, распространяющейся вдоль внешнего постоянного магнитного поля. В частном случае полученное выражение переходит в известную формулу для силы Миллера.

Исходные уравнения

Релятивистское движение заряженной частицы описывается уравнениями (в стандартных обозначениях) [7, 8]:

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = e(\vec{E}_f + c^{-1}[\vec{v}\vec{B}]), \tag{1}$$

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{v} = \vec{p} / m\gamma,$$

где m — масса частицы;

$\gamma = \sqrt{1 + (\vec{p} / mc)^2}$ — релятивистский фактор;

$\vec{B} = \vec{B}_{00} + \vec{B}_f$ — магнитное поле;

$\vec{B}_f$ — магнитное поле волны;

$\vec{B}_{00}$ — внешнее магнитное поле, которое будем считать постоянным.

В Декартовой системе координат, определяемой единичными ортами $\vec{e}_1 = (0, 0, 1)$, $\vec{e}_2 = (1, 0, 0)$, $\vec{e}_3 = (0, 1, 0)$, примем направление $\vec{B}_{00}$ за ось z, т. е. $\vec{B}_{00} = B_{00}\vec{e}_1$.

Зададим высокочастотное (ВЧ) электромагнитное поле в виде квазимонохроматической волны произвольной поляризации

$$\vec{E}_f = \vec{E}(\vec{r}, t)\exp(i\theta) + \text{к.с.}; \qquad \vec{B}_f = \vec{B}(\vec{r}, t)\exp(i\theta) + \text{к.с.}, \tag{2}$$

где $\vec{E}(\vec{r}, t)$, $\vec{B}(\vec{r}, t)$ — медленно меняющиеся комплексные амплитуды;

$\theta(\vec{r}, t)$ — быстрая фаза (эйконал);

к.с. — комплексное сопряжение.

Локальный волновой вектор и частота волны определяются с помощью формул [10]

$$\vec{k}(\vec{r}, t) = \nabla\theta; \quad \omega(\vec{r}, t) = -\frac{\partial\theta}{\partial t}.$$

Если $L \approx \left|\vec{E}\right| / \left|\nabla\vec{E}\right|$ — характерный пространственный, а $T \approx \left|\vec{E}\right| / \left|\partial\vec{E} / \partial t\right|$ — временной масштабы изменения амплитуд поля волны, то в приближении геометрической оптики можно ввести малый параметр [10]

$$\mu_g = 1 / \left|\vec{k}\right| L \approx 1 / \omega T \ll 1.$$

Предполагается возможность разложения амплитуд поля (2) по этому малому параметру

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}^0 + \mu_g\vec{E}^1 + \cdots, \quad \vec{B}(\vec{r}, t) = \vec{B}^0 + \mu_g\vec{B}^1 + \cdots,$$

тогда из максвелловского уравнения индукции последовательными приближениями можно получить выражения для амплитуд магнитного поля

$$\vec{B}^0 = \frac{c}{\omega}[\vec{k}\vec{E}^0];$$

$$\vec{B}^1 = \frac{c}{i\omega}\left(\text{rot}\vec{E}^0 + \frac{1}{c}\frac{\partial\vec{B}^0}{\partial t} + i[\vec{k}\vec{E}^1]\right), \ \ldots\ldots \tag{3}$$

С учетом разложений амплитуд ВЧ-поля правая часть уравнений движения (1) представляет собой разложение по параметру геометрической оптики. Наряду с этим при рассмотрении релятивистского движения заряженной частицы в ВЧ-поле возникает параметр $\mu = e\left|\vec{E}\right| / m\omega c\gamma$.

В нерелятивистском приближении этот параметр мал в случае достаточно малой интенсивности поля. При релятивистском движении частицы параметр μ может быть малым и в достаточно мощном поле излучения. При этом чем более релятивистским является движение частицы, тем более мощным может быть ВЧ-поле. Далее будем считать, что указанные малые параметры имеют одинаковый порядок: $\mu_g \approx \mu$.

В магнитном поле частица совершает циклотронное вращение, поэтому помимо указанных параметров необходимо учитывать отношение гирорадиуса частицы r_c к масштабу неоднородности поля: $\mu_c = r_c / L$. В случае достаточно сильного магнитного поля этот параметр является малым и будем также считать его порядка μ. Для выделения циклотронного вращения частицы в магнитном поле следует перейти в цилиндрическую систему в пространстве импульсов (скоростей) частицы [7, 8]

$$\vec{p} = p_\parallel\vec{e}_1 + p_\perp(\vec{e}_2\cos\theta_c + \vec{e}_3\sin\theta_c), \tag{4}$$

где θ_c — фаза циклотронного вращения частицы;

$p_\parallel \equiv p_z$ — проекция импульса на направление магнитного поля;

$p_\perp$ — величина поперечной составляющей импульса;

$\vec{e}_1$, $\vec{e}_2$, $\vec{e}_3$ — введенные ранее единичные орты Декартовой системы координат.

Формулу (4) удобно использовать в комплексной форме

$$\vec{p} = p_\parallel\vec{e}_1 + (p_\perp / 2)\{\vec{e}_-\exp(i\theta_c) + \vec{e}_+\exp(-i\theta_c)\},$$

где $\vec{e}_\pm = \vec{e}_2 \pm i\vec{e}_3$.

Вектор скорости частицы $\vec{v}$ также представляется в виде (4), поскольку $\vec{v} = \vec{p} / m\gamma$. Уравнения для переменных $p_\parallel$, $p_\perp$, θ_c следуют из общей системы (1) с помощью проектирования на соответствующие оси [8, 11]. Полученные уравнения содержат быстрые фазы θ и θ_c. Эти фазы рассматриваются как независимые переменные, при этом фаза волны θ, которую "видит" частица, удовлетворяет уравнению

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{1}{\mu}(-\omega + k_\parallel v_\parallel) + \frac{p_\perp}{2m\gamma}\vec{k}\{\vec{e}_-\exp(i\theta_c) + \vec{e}_+\exp(-i\theta_c)\}. \tag{5}$$

Здесь явно введен малый параметр, показывающий, что фаза θ является быстрой переменной, а частота волны (с доплеровским сдвигом) — "большой". Введено также обозначение $k_\parallel = \vec{k}\vec{e}_1 = k_z$.

Предполагается, что гирорадиус частицы мал по сравнению с поперечной длиной волны: $r_c\, k_\perp \ll 1$, так что $k_\perp \ll k_\parallel$. Другими словами, рассматривается распространение волн под небольшим углом к магнитному полю. Уравнения для переменных $\vec{r}$, $p_\parallel$, $p_\perp$, θ_c, θ имеют стандартный вид так называемой двухпериодной системы [7, 8]

$$\frac{dx}{dt} = a(t,\ x,\ \Theta;\ \mu);$$
$$\frac{d\Theta}{dt} = \frac{1}{\mu}\nu(t,\ x,\ \mu) + A(t,\ x,\ \Theta;\ \mu). \tag{6}$$

Здесь введены обозначения:

$x = (\vec{r},\ p_\parallel,\ p_\perp)$ —пятимерный "вектор" медленных переменных;

$\Theta = (\theta,\ \theta_c)$ – двухмерный "вектор" быстрых переменных (фаз);

$a(t,\ x,\ \Theta;\ \mu) = (\vec{v},\ a_\parallel,\ a_\perp)$ — правые части уравнений для соответствующих пяти переменных x;

$\nu(t,\ x,\ \mu) = (\nu_1,\ \omega_c)$ — двухмерный "вектор" частот, соответствующих фазам θ и θ_c, при этом величина $\nu_1 = \omega - k_\parallel v_\parallel$ — частота волны (с доплеровским сдвигом);

$\omega_c = -eB_{00} / mc\gamma$ — релятивистская циклотронная частота;

двухмерный "вектор" $A(t,\ x,\ \Theta;\ \mu) = (A_1,\ A_c)$ — составляющие правых частей уравнений эволюции быстрых фаз θ, θ_c. В явном виде фаза волны θ описывается уравнением (5).

Эволюция радиуса-вектора $\vec{r}$ описывается вторым уравнением системы (1) (с учетом (4)). Выражения для $a_\parallel$, $a_\perp$, A_c не выписываются из-за их громоздкости [8, 11].

В системе (6) разделены "медленные" переменные $\vec{r}$, $p_\parallel$, $p_\perp$, $\vec{E}(\vec{r},t)$, $\vec{B}(\vec{r},t)$ и "быстрые" фазы θ и θ_c, что необходимо для последовательного применения метода усреднения Боголюбова [7, 8]. Рассмотрим движение частицы вне области резонансного взаимодействия, т. е. будем считать, что при взаимодействии частицы с волной условия для черенковского и циклотронного резонансов отсутствуют.

Процедура усреднения

Согласно методу усреднения Боголюбова [7, 8] от "истинных" переменных $\vec{r}$, $p_\parallel$, $p_\perp$, θ_c, θ необходимо перейти к соответствующим "сглаженным" переменным $\vec{R}$, $P_\parallel$, $P_\perp$, ψ, ψ_c с помощью разложений по малому параметру:

$$\vec{r} = \vec{R} + \mu\,\vec{g}_{1r}(t,\ \vec{R},\ P_\parallel,\ P_\perp,\ \psi,\ \psi_c) + \mu^2\vec{g}_{2r}(t,\ \vec{R},\ P_\parallel,\ P_\perp,\ \psi,\ \psi_c) + \cdots;$$

$$p_\parallel = P_\parallel + \mu\ g_{1\parallel}(t,\ \vec{R},\ P_\parallel,\ P_\perp,\ \psi,\ \psi_c) + \mu^2 g_{2p\parallel}(t,\ \vec{R},\ P_\parallel,\ P_\perp,\ \psi,\ \psi_c) + \cdots; \tag{7}$$

$$p_\perp = P_\perp + \mu\,g_{1\perp}(t,\ \vec{R},\ P_\parallel,\ P_\perp,\ \psi,\ \psi_c) + \mu^2 g_{2p\perp}(t,\ \vec{R},\ P_\parallel,\ P_\perp,\ \psi,\ \psi_c) + \cdots;$$

$$\theta = \psi + \mu\,q_1(t,\ \vec{R},\ P_\parallel,\ P_\perp,\ \psi,\ \psi_c) + \mu^2 q_2(t,\ \vec{R},\ P_\parallel,\ P_\perp,\ \psi,\ \psi_c) + \cdots;$$
$$\theta_c = \psi_c + \mu\,q_{1c}(t,\ \vec{R},\ P_\parallel,\ P_\perp,\ \psi,\ \psi_c) + \mu^2 q_{2c}(t,\ \vec{R}, P_\parallel,\ P_\perp,\ \psi,\ \psi_c) + \cdots.$$

Здесь функции $g_{i\ell}$, $q_{j\kappa}$ — периодические добавки к сглаженным переменным, при этом последние должны удовлетворять следующим уравнениям:

$$\frac{d\vec{R}_\parallel}{dt} = \varphi_{0r}(t,\ \vec{R},\ P_\parallel,\ P_\perp) + \mu\,\vec{\varphi}_{1r}(t,\ \vec{R},\ P_\parallel,\ P_\perp) + \mu^2\vec{\varphi}_{2r}(t,\ \vec{R},\ P_\parallel,\ P_\perp) + \cdots;$$
$$\frac{dP_\parallel}{dt} = \varphi_{0\parallel}(t,\ \vec{R},\ P_\parallel,\ P_\perp) + \mu\,\varphi_{1\parallel}(t,\ \vec{R},\ P_\parallel,\ P_\perp) + \mu^2\vec{\varphi}_{2\parallel}(t,\ \vec{R},\ P_\parallel,\ P_\perp) + \cdots;$$
$$\frac{dP_\perp}{dt} = \varphi_{0\perp}(t,\ \vec{R},\ P_\parallel,\ P_\perp) + \mu\,\varphi_{1\perp}(t,\ \vec{R},\ P_\parallel,\ P_\perp) + \mu^2\varphi_{2\perp}(t,\ \vec{R},\ P_\parallel,\ P_\perp) + \cdots; \tag{8}$$
$$\frac{d\psi}{dt} = \frac{1}{\mu}(-\Omega + K_\parallel V_\parallel) + C_0(t,\ \vec{R},\ P_\parallel,\ P_\perp) + \mu C_1(t,\ \vec{R},\ P_\parallel,\ P_\perp) + \cdots;$$
$$\frac{d\psi_c}{dt} = \frac{1}{\mu}\omega_c(\Gamma) + C_{0c}(t,\ \vec{R},\ P_\parallel,\ P_\perp) + \mu C_{1c}(t,\ \vec{R},\ P_\parallel,\ P_\perp) + \cdots,$$

где $\Omega \equiv \omega(t,\vec{R})$, $\vec{K} \equiv \vec{k}(t,\vec{R})$ — сглаженные частота и волновой вектор рассматриваемой волны, соответственно;

$\vec{V} = \vec{P} / m\Gamma$ — скорость сглаженного движения частицы;

$\Gamma = \sqrt{1 + (\vec{P} / mc)^2} = \sqrt{1 + (P_\parallel^2 + P_\perp^2) / (mc)^2}$ — релятивистский фактор сглаженного движения;

$\omega_c(\Gamma) = -eB_{00}/mc\Gamma$ — сглаженная циклотронная частота.

Согласно методу усреднения [7, 8] необходимо использовать замену переменных (7) в системе уравнений (6), с помощью полученных разложений вычислить периодические добавки g_i, q_j к сглаженным переменным, а затем найти правые части уравнений (8) для этих переменных в соответствующем приближении. Эти правые части, т. е. функции φ_ℓ, C_n, описывают эволюцию переменных $\vec{R}$, $P_\parallel$, $P_\perp$, ψ, ψ_c. Например, функция

$\vec{\varphi}_{0r}$, представляющая собой усредненную скорость частицы нулевого приближения, описывает эволюцию сглаженного радиуса-вектора частицы $\vec{R}$ в этом приближении, и т. д.

Наша задача состоит в вычислении пондеромоторной силы, действующей в направлении магнитного поля. Эта сила описывается правой частью уравнения эволюции для усредненного продольного импульса $P_\parallel$ в соответствующем приближении, т. е. выражениями $\varphi_{0\parallel}, \varphi_{1\parallel}, \varphi_{2\parallel}, \dots$.

Вычисления по указанной схеме являются довольно громоздкими. Ниже рассматривается случай поперечной квазимонохроматической ВЧ-волны эллиптической поляризации, распространяющейся вдоль постоянного магнитного поля: $k_\perp = 0$, $E_\parallel^0 = 0$, $B_\parallel^0 = 0$. Предполагается, что частота и волновой вектор волны не зависят от пространственно-временных переменных: $\Omega = \text{const}$; $K_\parallel = \text{const}$.

Операция сглаживания точной системы уравнений (6) по быстрым фазам в нулевом приближении приводит к выражениям: $\varphi_{0\parallel} = \varphi_{0\perp} = C_0 = C_{0c} = 0$; $\vec{\varphi}_{0r} = \vec{e}_1 V_\parallel$. Отсюда следует, что в нулевом приближении ВЧ-поле не влияет на усредненное движение частицы, которое определяется лишь сглаженной скоростью в направлении магнитного поля.

Уравнения усредненного движения частицы в первом приближении

По схеме усреднения находим периодические поправки первого порядка к сглаженным переменным в замене (7). Поправка к радиусу-вектору описывает циклотронное вращение частицы

$$\vec{g}_{1r} = -i\,\frac{\vec{e}_- V_\perp}{2\omega_c}\exp\{i\psi_c\} + \text{к.с.} \qquad (9)$$

Следующие формулы определяют периодические добавки к сглаженному продольному импульсу, поперечному импульсу и релятивистскому фактору, соответственно:

$$g_{1\parallel} = \frac{eV_\perp}{2c(\omega_0+\omega_c)}B_-^0\exp\{i\psi_+\} - \frac{eV_\perp}{2c(\omega_0-\omega_c)}\times B_+^0\exp\{i\psi_-\} + \text{к.с.}; \qquad (10)$$

$$g_{1\perp} = -i\,\frac{e}{2(\omega_0+\omega_c)}\left(E_-^0 - i\,\frac{V_\parallel}{c}B_-^0\right)\exp\{i\psi_+\} - i\,\frac{e}{2(\omega_0-\omega_c)}\left(E_+^0 + i\,\frac{V_\parallel}{c}B_+^0\right)\exp\{i\psi_-\} + \text{к.с.}; \qquad (11)$$

$$g_{1\gamma} = -i\,\frac{eV_\perp}{2mc^2(\omega_0+\omega_c)}E_-^0\exp\{i\psi_+\} - i\,\frac{eV_\perp}{2mc^2(\omega_0-\omega_c)}E_+^0\exp\{i\psi_-\} + \text{к.с.} \qquad (12)$$

Очень важными являются также периодические добавки к сглаженным фазам в системе (7):

$$q_1 = \frac{eV_\perp K_\parallel}{2mc\Gamma(\omega_0+\omega_c)^2}\left(\frac{V_\parallel}{c}E_-^0 - iB_-^0\right)\exp\{i\psi_+\} + \frac{eV_\perp K_\parallel}{2mc\Gamma(\omega_0-\omega_c)^2}\left(\frac{V_\parallel}{c}E_+^0 + iB_+^0\right)\exp\{i\psi_-\} + \text{к.с.}; \qquad (13)$$

$$q_{1c} = \frac{e}{2mc\Gamma(\omega_0+\omega_c)}\times\left(\frac{\omega_c}{\omega_0+\omega_c}\frac{V_\perp}{c}E_-^0 + \frac{c}{V_\perp}E_-^0 - i\,\frac{V_\parallel}{V_\perp}B_-^0\right)\exp\{i\psi_+\} + \frac{e}{2mc\Gamma(\omega_0-\omega_c)}\left(\frac{\omega_c}{\omega_0-\omega_c}\frac{V_\perp}{c}E_+^0 - \frac{c}{V_\perp}E_+^0 - i\,\frac{V_\parallel}{V_\perp}B_+^0\right)\times\exp\{i\psi_-\} + \text{к.с.} \qquad (14)$$

В формулах (13) и (14) и в дальнейшем используются обозначения: $\omega_0 = -\Omega + K_\parallel V_\parallel = -\Omega(1 - V_\parallel / V_{ph})$, где $V_{ph} = \Omega / K_\parallel$ — фазовая скорость волны; $F_\pm \equiv \vec{F}\cdot\vec{e}_\pm \equiv (\vec{F}\vec{e}_\pm)$, где $\vec{F}$ — любой вектор; $\psi_\pm \equiv \psi \pm \psi_c$ — комбинационные фазы.

Отметим, что в области черенковского резонанса ($V_\parallel \approx V_{ph}$) частота $\omega_0 \approx 0$; в области циклотронного резонанса (с доплеровским сдвигом для частицы с зарядом $e > 0$) комбинация частот $\omega_0 - \omega_c \approx 0$.

Продолжая вычисления с использованием формул (9)—(14), находим правые части первого приближения в усредненных уравнениях (8). Оказалось, что $\vec{\varphi}_{1r} = 0$; $\varphi_{1\parallel} = \varphi_{1\perp} = 0$. Отсюда видно, что и в первом приближении усредненное воздействие ВЧ-волны на движение частицы отсутствует. Вместе с тем в уравнениях системы (8), описывающих эволюцию сглаженных быстрых фаз, функции C_1, C_{1c} оказываются отличными от нуля

$$C_1 = -\left(\frac{eV_\perp K_\parallel}{2mc\Gamma\left(\omega_0^2 - \omega_c^2\right)}\right)^2\frac{\omega_0^2+\omega_c^2}{\omega_0}I_1; \qquad (15)$$

$$C_{1c} = \frac{e^2\omega_c\left(K_\parallel^2c^2 - \Omega^2\right)\left(\omega_0^2+\omega_c^2\right)}{4m^2c^2\Gamma^2\Omega^2\left(\omega_0^2-\omega_c^2\right)^2}I_1. \qquad (16)$$

Эти функции, имеющие размерность частоты, описывают нелинейный сдвиг частот (соответственно, частоты волны и циклотронной частоты), вызванный ВЧ-волной конечной амплитуды. Здесь и в дальнейшем используется обозначение

$$I_1 = \left|E_-^0\right|^2 + \left|E_+^0\right|^2 - \frac{2\omega_0\omega_c}{\omega_0^2 + \omega_c^2}\left(\left|E_-^0\right|^2 - \left|E_+^0\right|^2\right).$$

Если вместо комплексных амплитуд ВЧ-поля ввести действительные амплитуды и фазы $E_2 = \varepsilon_2 \exp\{i\alpha_2\}$ и $E_3 = \varepsilon_3 \exp\{i\alpha_3\}$, то можно показать, что

$$\left|E_-^0\right|^2 + \left|E_+^0\right|^2 = 2\left|E_\perp\right|^2 \equiv 2(\left|E_2\right|^2 + \left|E_3\right|^2) \equiv \Pi_+;$$

$$\left|E_-^0\right|^2 - \left|E_+^0\right|^2 = -4\varepsilon_2\varepsilon_3 \sin(\alpha_2 - \alpha_3) \equiv \Pi_-.$$

В случае линейно поляризованной волны величина $\Pi_- = 0$.

Из формул (15), (16) видно, что в рассматриваемом первом приближении сдвиг частот является релятивистским эффектом, который при большой энергии сглаженного движения частицы ($\Gamma >> 1$) проявляется слабо. Этот эффект возрастает при приближении к области циклотронного резонанса, а для частоты волны — и при приближении к области черенковского резонанса. Знак сдвига циклотронной частоты зависит от того, является ли волна ускоренной или замедленной. В случае вакуумной волны ($V_{ph} = c$) нелинейного сдвига циклотронной частоты в первом приближении нет. Нелинейный сдвиг частоты волны существенно зависит от отношения $(V_\perp/\Gamma c)^2$, имеющего малое значение при больших значениях энергии частицы.

Усредненное движение частицы во втором приближении

Периодические добавки второго приближения g_{2j}, q_{2i} описываются очень громоздкими формулами, которые здесь не приводятся. По общей схеме усреднения вычисляются величины φ_{2i}. Отметим, что при нахождении этих величин возникают члены, содержащие амплитуды ВЧ-поля первого приближения $\vec{E}^1$ и $\vec{B}^1$, при этом для поля $\vec{B}^1$ необходимо использовать формулу (3). Довольно громоздкие вычисления показывают, что члены, содержащие E^1, в окончательный результат не входят.

В рассматриваемых условиях внешнего постоянного магнитного поля при отсутствии квазистационарного электрического поля E_{00} дрейфового движения частицы нет. Однако во втором приближении в поле распространяющейся квазимонохроматической волны возникает специфическая дрейфовая скорость, имеющая релятивистское происхождение

$$\vec{\varphi}_{2r} = -\frac{\vec{e}_1 e^2 V_\perp^2 K_\parallel \left(\omega_0^2 + \omega_c^2\right)}{2m^2c^2\Gamma^2\Omega\left(\omega_0^2 - \omega_c^2\right)^2} I_1.$$

Эта скорость, направленная противоположно внешнему магнитному полю, для релятивистского движения частицы имеет небольшую величину, но существенно возрастает при приближении к циклотронному резонансу (с доплеровским сдвигом).

Эволюция поперечного импульса частицы определяется третьим уравнением системы (8), в котором

$$\varphi_{2\perp} = \nabla_1\left(FI_3 + HI_1 + J\frac{\left(\omega_0^2 + \omega_c^2\right)^2}{\left(\omega_0^2 - \omega_c^2\right)^3} I_4 - J\frac{\omega_0^2 + \omega_c^2}{\left(\omega_0^2 - \omega_c^2\right)^2} I_1\right) + \frac{\partial}{\partial t}(KI_3 + LI_1).$$

Здесь введен оператор $\nabla_1 \equiv (\vec{e}_1\nabla)$, а также обозначения

$$F = \frac{\omega_0^3}{\left(\omega_0^2 - \omega_c^2\right)^3}\frac{e^2V_\perp V_\parallel K_\parallel\omega_0\left(c^2K_\parallel - V_\parallel\Omega\right)}{2mc^2\Gamma\Omega^2};$$

$$J = \frac{e^2V_\parallel V_\perp}{4mc^2\Gamma}; \qquad L = \frac{e^2\omega_0^2\left(\omega_0^2 + \omega_c^2\right)}{4m\Gamma V_\perp\Omega^2\left(\omega_0^2 - \omega_c^2\right)^2};$$

$$H = \frac{\left(\omega_0^2 + \omega_c^2\right)}{\left(\omega_0^2 - \omega_c^2\right)^2}\left[\frac{e^2V_\parallel\omega_0^2}{4m\Gamma V_\perp\Omega^2} - \frac{e^2V_\perp K_\parallel}{4m\Gamma\Omega}\right];$$

$$K = -\frac{e^2V_\perp K_\parallel\omega_0^4\left(V_\parallel\Omega - c^2K_\parallel\right)}{2mc^2\Gamma\Omega^2\left(\omega_0^2 - \omega_c^2\right)^3} + \frac{e^2V_\perp\omega_0^3\omega_c}{2mc^2\Gamma\left(\omega_0^2 - \omega_c^2\right)^3};$$

$$I_3 = \left(1 + 3\frac{\omega_c}{\omega_0}\right)\Pi_+ + \left(\frac{\omega_c^3}{\omega_0^3} + 3\frac{\omega_c}{\omega_0}\right)\Pi_-;$$

$$I_4 = \left(1 + \left(\frac{2\omega_0\omega_c}{\omega_0^2 + \omega_c^2}\right)^2\right)\Pi_+ - \frac{4\omega_0\omega_c}{\omega_0^2 + \omega_c^2}\Pi_-;$$

$$I_2 = \Pi_+ - \frac{\omega_c}{\omega_0}\Pi_-.$$

Релятивистская пондеромоторная сила в сильном магнитном поле

Усредненная сила ВЧ-волны, действующая на частицу в направлении распространения волны (вдоль магнитного поля), описывается выражением

$$\varphi_{2\parallel} = -\nabla_1 U + \frac{\partial}{\partial t}G, \tag{17}$$

где "потенциальная энергия" (обобщение "потенциала Миллера") $U \equiv -(AI_2 + BI_1 + CI_3)$, дополнительный "высокочастотный импульс" $G \equiv DI_1 + \frac{C}{V_\parallel}I_3$, при этом:

$$A = \frac{e^2\omega_0}{2m\Gamma\Omega\left(\omega_0^2 - \omega_c^2\right)};$$

$$B = \frac{e^2\left(\omega_0^2 + \omega_c^2\right)}{2m\Gamma\Omega^2\left(\omega_0^2 - \omega_c^2\right)^2}\left[\frac{V_\perp^2\left(\Omega^2 - K_\parallel^2 c^2\right)}{2c^2} - V_\parallel K_\parallel \omega_0\right];$$

$$C = \frac{e^2 V_\perp^2 K_\parallel^2 V_\parallel \omega_0^3\left(V_\parallel\Omega - c^2 K_\parallel\right)}{2mc^2\Gamma\Omega^2\left(\omega_0^2 - \omega_c^2\right)^3};$$

$$D = \frac{\left(\omega_0^2 + \omega_c^2\right)}{\left(\omega_0^2 - \omega_c^2\right)^2}\frac{e^2 K_\parallel \omega_c}{2m\Gamma\Omega^2}.$$

Выпишем в явном виде выражение для обобщенного квазипотенциала Миллера

$$U = -\frac{e^2}{4m\Gamma\Omega^2\left(\omega_0^2 - \omega_c^2\right)^2}\times$$
$$\times\left\{\frac{V_\perp^2\left(\Omega^2 - K_\parallel^2 c^2\right)\left(\omega_0^2 + \omega_c^2\right)}{c^2} + \right.$$
$$+\frac{2V_\perp^2\omega_0^2 K_\parallel V_\parallel\left(\Omega K_\parallel V_\parallel - K_\parallel^2 c^2 + 3\Omega\omega_c\right)}{c^2\left(\omega_0 - \omega_c\right)} -$$
$$\left. -2\omega_0\left[\omega_0^3 + \omega_c^2\left(\Omega + K_\parallel V_\parallel\right)\right]\right\}\Pi_+ - \frac{e^2}{2m\Gamma\Omega^2\left(\omega_0^2 - \omega_c^2\right)^2}\times$$
$$\times\left\{\left[V_\perp^2\omega_c\left[\left(\Omega^2 - K_\parallel^2 c^2\right)\left(\omega_c^2 - \omega_0^2 + K_\parallel V_\parallel\left(\omega_c^2 + 3\omega_0^2\right)\right) + \right.\right.\right.$$
$$\left.\left. +K_\parallel V_\parallel\Omega\left(\omega_0 + \omega_c\right)\left(\omega_c^2 + 3\omega_0^2\right)\right]\Big/\left[c^2\left(\omega_0^2 - \omega_c^2\right)\right] -$$
$$\left. -\omega_c\left[\omega_0^2\left(\Omega - 2K_\parallel V_\parallel\right) - \Omega\omega_c^2\right]\right\}\Pi_-, \qquad (18)$$

а также для "высокочастотного импульса"

$$G = \frac{e^2 K_\parallel}{2m\Gamma\Omega^2\left(\omega_0^2 - \omega_c^2\right)^2}\left[\omega_c\left(\omega_0^2 + \omega_c^2\right) + \right.$$
$$\left. + \frac{V_\perp^2\omega_0^2\left(\omega_0 + 3\omega_c\right)\left[\Omega^2 - K_\parallel^2 c^2 + \Omega\left(\omega_0 + \omega_c\right)\right]}{c^2\left(\omega_0^2 - \omega_c^2\right)}\right]\Pi_+ +$$
$$+\frac{e^2 K_\parallel \omega_0 \omega_c}{m\Gamma\Omega^2\left(\omega_0^2 - \omega_c^2\right)^2}\times$$
$$\times\left[\frac{V_\perp^2\left(\omega_c^2 + 3\omega_0^2\right)\left[\Omega^2 - K_\parallel^2 c^2 + \Omega\left(\omega_0 + \omega_c\right)\right]}{2c^2\omega_0\left(\omega_0^2 - \omega_c^2\right)} - \omega_c\right]\Pi_-.$$

Полученные формулы показывают, что в общем усредненная сила определяется пространственно-временными производными мощности ВЧ-волны, при этом существенный вклад вносят релятивистские эффекты, которые ослабляют усредненное воздействие волны и уменьшают циклотронную частоту. Усредненное воздействие волны на частицу зависит не только от соотношения между частотой волны и гирочастотой, но и от соотношения между скоростью продольного движения частицы и определенной комбинацией фазовой скорости волны. Важную роль играет также поляризация волны. Выражение для усредненной силы (17) является очень сложным. Будем считать дальше, что релятивистским является лишь продольное движение частицы (в направлении магнитного поля), так что можно пренебречь членами, содержащими $(V_\perp / c)^2$. В этом случае выражение для потенциальной энергии (18) несколько упрощается

$$U = \frac{e^2}{2m\Gamma\Omega^2(\omega_0^2 - \omega_c^2)^2}\left\{\omega_0[\omega_0^3 + \omega_c^2(\Omega + K_\parallel V_\parallel)]\Pi_+ + \right.$$
$$\left. + \omega_c[\omega_0^2(\Omega - 2K_\parallel V_\parallel) - \Omega\omega_c^2]\Pi_-\right\}. \qquad (19)$$

В частном случае квазистационарного электромагнитного поля ($K_\parallel = 0$ или при бесконечно большой фазовой скорости волны) имеем [8]

$$U = \frac{e^2}{2m\Gamma(\Omega^2 - \omega_c^2)}\{\Pi_+ + (\omega_c / \Omega)\Pi_-\}. \qquad (20)$$

При отсутствии внешнего магнитного поля в нерелятивистском приближении формула (20) переходит в известное выражение для потенциала Миллера [1]. Видно, что ВЧ-потенциал определяется не только соотношением между гирочастотой и частотой волны, но и поляризацией волны.

Рассмотрим случай поперечной квазимонохроматической волны, фазовая скорость которой равна скорости света: $V_{ph} = \Omega / K_\parallel = c$. Будем считать, что частота волны равна классической циклотронной частоте $\Omega = \omega_{ccl} \equiv -eB_{00} / mc$. Тогда из формулы (19) следует выражение для обобщенного потенциала Миллера, который оказывается зависящим не только от мощности волны, но и от скорости частицы

$$U = \frac{e^2 c}{2m\Gamma\Omega^2 V_\parallel}\{\Pi_+ - (1/ 2\Gamma)\Pi_-\}.$$

В рассматриваемом случае знак квазипотенциала Миллера зависит от направления скорости движения частицы относительно внешнего магнитного поля, при этом вклад второго члена, определяемого поляризацией волны, слабее первого. Это значит, что в зависимости от направления движения частицы она может либо втягиваться в область сильного поля волны, либо выталкиваться из нее, при этом чем медленнее движется частица (оставаясь релятивистской), тем сильнее этот эффект проявляется.

Заключение

Получены усредненные уравнения движения релятивистской заряженной частицы в поле достаточно мощной поперечной квазимонохроматической волны, распространяющейся вдоль внешнего постоянного магнитного поля вне области резонансного взаимодействия волны с частицей. Показано, что уже в первом приближении возникает эффект нелинейного сдвига частот (частоты волны и гирочастоты), имеющий чисто релятивистское происхождение и вызванный ВЧ-полем. Установлено существование специфической релятивистской дрейфовой скорости в поле достаточно мощной волны.

Получено общее выражение для релятивистской пондеромоторной силы, действующей в направлении распространения волны, содержащее "потенциальную" и зависящую от времени части. Показано, что "временная" часть связана с усредненным импульсом, передаваемым частице волной.

Получено также выражение для обобщенного релятивистского квазипотенциала Миллера, которое зависит от интенсивности волны, от соотношения между гирочастотой и частотой волны (с доплеровским сдвигом), между фазовой скоростью волны и скоростью частицы в направлении распространения волны, а также от ее поляризации.

Показано, что в соответствующих условиях полученное выражение для квазипотенциала переходит в известную формулу Миллера.

Рассмотрено выражение для квазипотенциала в частных случаях. В случае циклотронной волны, распространяющейся со скоростью света, возможно как втягивание частицы в область сильного поля волны, так и выталкивание из нее в зависимости от направления движения частицы вдоль магнитного поля.

Литература

1. *Миллер М. А.*// Известия вузов. Сер. Радиофизика. 1958. Т. 1. С. 110—123; Гапонов А. В., Миллер М. А.// ЖЭТФ. 1958. Т. 34. С. 242.
2. *Литвак А. Г.* Динамические нелинейные электромагнитные явления в плазме// Вопросы теории плазмы/ Под ред. М. А. Леонтовича. — М.: Атомиздат. 1980. Вып. 10. С. 164—242.
3. *Kentwell G. W., Jones D. A.*// Phys. Reports. 1987. V. 145. № 6. P. 319 —403.
4. *Бараш Ю. С., Карпман В. И.*// ЖЭТФ. 1983. Т. 85. С. 1962.
5. *Jiang Y., Liu M.*// Phys. Rev. E. 1998. V. 58. № 5. P. 6685—6694.
6. *Серов А. В.*// ЖЭТФ. 2001. Т. 119 (1). С. 27—34.
7. *Морозов А. И., Соловьев Л. С.* Движение заряженных частиц в электромагнитных полях// Вопросы теории плазмы/ Под ред. М. А. Леонтовича. — М.: Госатомиздат. 1963. Вып. 2. С. 177—261.
8. *Милантьев В. П.* Дрейфовая теория движения заряженных частиц в электромагнитных полях. — М.: Изд-во УДН. 1987. — 80 с.
9. *Милантьев В. П.*// Прикладная физика. 2005. № 6. С. 14—18.
10. *Бернштейн А., Фридленд Л.* Геометрическая оптика нестационарной и неоднородной плазмы// Основы физики плазмы/ Под ред. А. А. Галеева и Р. Судана. — М.: Энергоатомиздат, 1983. Т.1. С.393.
11. *Милантьев В. П., Степина С.П.*// ЖТФ. 2005. Т. 75(9). С. 95—100.

Статья поступила в редакцию 18 июля 2006 г.

On the averaged force of pressure of the strong HF-wave, acting on the relativistic charged particle in the strong magnetic field

V. P. Milant'ev, S. P. Stepina
Peoples' Friendship University of Russia, Moscow, Russia

The general expression for the averaged force, acting on the relativistic particle in the field of the strong transverse quasimonochromatic wave, is obtained with the help of successive procedure of the averaging method. Geometrical optics approximation for the wave is accepted. Essential dependence of the averaged force on the wave polarization as well as on the relation between the particle velocity and the phase velocity of the wave is noted.