

УДК 533.9

## Исследование индуктивного ВЧ-разряда как самосогласованной системы

### Часть VI. Математическое моделирование индуктивного ВЧ-разряда (самосогласованная модель)\*

А. Ф. Александров, Г. Э. Бугров, К. В. Вавилин, И. Ф. Керимова,  
Е. А. Кралькина, В. Б. Павлов, В. Ю. Плаксин  
Физический факультет МГУ, Москва, Россия

А. А. Рухадзе  
Институт общей физики РАН, Москва, Россия

*В шестой части серии работ продолжен анализ закономерностей перераспределения ВЧ-мощности между активными сопротивлениями антенны и плазмы с помощью математического моделирования. Ранее была представлена самосогласованная модель геликонных источников плазмы, которая ярко продемонстрировала влияние потерь ВЧ-мощности во внешней цепи на работу геликонных источников плазмы низкого давления. В настоящей работе самосогласованная модель применена к исследованию особенностей работы индуктивных ВЧ-источников плазмы без и при наличии внешнего магнитного поля.*

В предшествующих работах настоящей серии [1—3] выполнены экспериментальные исследования индуктивного ВЧ-разряда, ставящие своей целью рассмотреть особенности поведения индуктивного ВЧ-разряда как при отсутствии, так и при наличии магнитного поля с единой позиции, представив разряд как самосогласованную систему, в которой мощность ВЧ-генератора перераспределяется между двумя каналами: плазмой и элементами внешней цепи, имеющими активное сопротивление, причем доля мощности, поглощаемая плазмой, зависит от параметров самой плазмы. Первая работа серии [1], содержащая описание ряда особенностей поведения разряда, обнаруженных в экспериментах авторов цикла и в других работах, стимулировала появление всего цикла исследований. Во второй работе цикла [2] представлены результаты совместного экспериментального исследования параметров плазмы и эффективности поглощения ВЧ-мощности плазмой индуктивного ВЧ-разряда в аргоне при давлениях 1,6—5 мТорр без магнитного поля и при магнитных полях, соответствующих условиям ЭЦР и условиям возбуждения в плазме геликонов и волн Трайвелписа—Голда. Показано, что нелинейная зависимость плотности плазмы от величины магнитного поля является следствием нелинейного поглощения ВЧ-мощности плазмой, причем доля ВЧ-мощности, поглощенной плазмой, определяется эквивалентным сопротивлением плазмы, зависящим от параметров плазмы разряда. В третьей

работе цикла экспериментально изучено влияние емкостного канала ввода ВЧ-мощности, возникающего благодаря наличию паразитной емкостной связи между антенной и плазмой.

В настоящей работе продолжен анализ закономерностей перераспределения ВЧ-мощности между активными сопротивлениями антенны и плазмы с помощью математического моделирования. Ранее в работе [4] была представлена самосогласованная модель геликонных источников плазмы, которая ярко продемонстрировала влияние потерь ВЧ-мощности во внешней цепи на работу геликонных источников плазмы низкого давления. В настоящей работе самосогласованная модель применена к исследованию особенностей работы индуктивных ВЧ-источников плазмы без магнитного поля, ЭЦР и геликонных источников.

#### Простая физическая модель индуктивного ВЧ-разряда

В работах [2, 3, 5] показано, что мощность ВЧ-генератора  $P_{Gen}$  оказывается связанной с мощностью, выделяемой в антенне  $P_{Ant}$  и плазме  $P_{Pl}$ , выражениями

$$P_{Gen} = P_{Ant} + P_{Pl}; \quad (1)$$

$$P_{Gen} = I^2 (R_{Ant} + R_{Pl}), \quad (2)$$

где  $R_{Ant}$ ,  $R_{Pl}$  — активное сопротивление антенны и эквивалентное сопротивление плазмы, соответственно;

$I$  — ток, текущий через антенну.

\* Части I, II, III, IV и V данной серии статей опубликованы в журнале "Прикладная физика", № 4 и 5, 2005 г.; № 1, 2, и 4, 2006 г., соответственно.

Заметим, что эквивалентное сопротивление плазмы зависит от геометрических параметров источников плазмы, параметров плазмы, формы антенны, наличия внешнего магнитного поля и т. д. [5—9].

Как и в работе [4], для нахождения связи между мощностью, поглощенной плазмой  $P_{Pl}$ , и параметрами плазмы были использованы уравнения баланса для числа:

$$Vn_0n_eZ_{ion} = 0, 4n_iS\sqrt{\frac{2kT_e}{M}}; \quad (3)$$

электронов

$$Vn_0n_eZ_{ion} = 0, 25n_eS_e\sqrt{\frac{8kT_e}{\pi m}} \exp\left(-\frac{e\phi}{kT_e}\right); \quad (4)$$

нейтралов

$$N' = 0, 4n_iS_i\sqrt{\frac{2kT_e}{M}} + 0, 25n_0S_a\sqrt{\frac{2kT_g}{\pi M}}; \quad (5)$$

ВЧ-мощности, поступающей в разряд,

$$P_{Pl} = 0, 4en_iS\sqrt{\frac{2kT_e}{M}}S\left(\phi + \frac{2kT_e}{e} + U_i(1+W(kT_e))\right) \quad (6)$$

и уравнения квазинейтральности

$$n_e = n_i. \quad (7)$$

В формулах (3)—(7):

$n_0, n_e, n_i$  — концентрация нейтральных частиц, электронов и ионов, соответственно;

$V, S, S_a, S_i, S_e$  — объем, полная площадь поверхности источника и поверхность, на которую могут выпадать атомы, ионы, электроны, соответственно;

$Z_{ion}$  — скорость ионизации;

$k$  — постоянная Больцмана;

$N'$  — количество частиц нейтрального газа, поступающего в газоразрядную камеру в единицу времени;

$T_e, T_g$  — температура электронов и атомов;

$M, m$  — масса тяжелых частиц и электронов;

$\phi$  — потенциал плазмы относительно стенок;

$U_i$  — потенциал ионизации;

$W(kT_e)$  — доля потерь энергии на излучение атомов.

Для того чтобы получить систему уравнений, описывающую разряд самосогласованно, дополним систему уравнений (3)—(7) уравнением (2), связывающим мощность, отдаваемую ВЧ-генератором во внешнюю цепь  $P_{Gen}$ , с током через антенну  $I$  и эквивалентным сопротивлением плазмы  $R_{Pl}$  [2]. Значения эквивалент-

ного сопротивления плазмы можно рассчитать на основании теоретических выражений, полученных в [5—9].

Поглощаемая плазмой мощность  $P_{Pl} = I^2R_{Pl}$  в общем случае является сложной нелинейной функцией параметров плазмы. Однако в условиях относительно высоких расходов рабочего газа, как показано в работе [5], с хорошей степенью точности можно считать, что концентрация электронов пропорциональна вкладываемой в плазму мощности  $P_{Pl} = \alpha n_e$ , т. е.

$$P_{Pl} = I^2R_{Pl}(n_e, T_e, P, B, R, L) \equiv 0, 4en_iS\sqrt{\frac{2kT_e}{M}} \times \left(\phi + \frac{2kT_e}{m} + U_i(1+W(kT_e))\right) = \alpha n_e. \quad (8)$$

Последнее существенно упрощает численное решение задачи. Система нелинейных уравнений (1)—(8) решалась методом итераций. В случае, если полученные значения концентрации электронов были меньше, чем  $10^9 \text{ см}^{-3}$ , считалось, что система не имеет решения.

### Результаты расчетов

На рис. 1—3 показаны решения самосогласованной задачи, полученные для индуктивного ВЧ дискообразного источника плазмы без магнитного поля при различных условиях существования и размерах разряда. Необходимые для расчета эквивалентного сопротивления формулы заимствованы из теоретических работ [4—8].

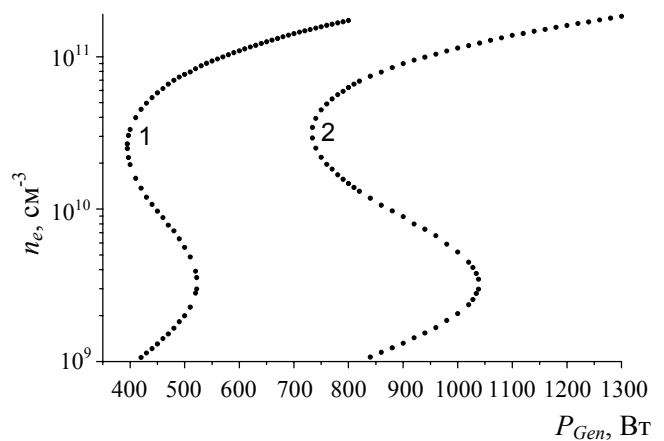


Рис. 1. Зависимость концентрации электронов в ВЧ индуктивном источнике плазмы радиуса 5 см от мощности ВЧ-генератора.

Давление — 0,1 мТорр. Решение самосогласованной задачи для различных сопротивлений антенны: 1 — 0,5 Ом; 2 — 1 Ом

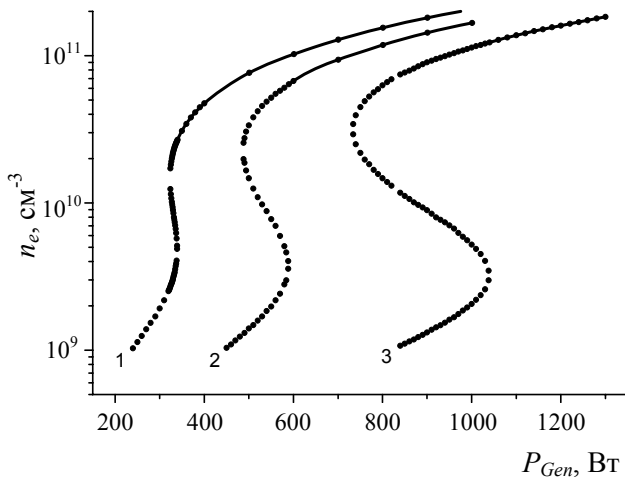


Рис. 2. Зависимость концентрации электронов в ВЧ индуктивных источниках плазмы радиуса 5 см — кривая 3, 7 см — 2, 10 см — 1 от мощности ВЧ-генератора. Давление — 0,1 мТорр. Решение самосогласованной задачи для сопротивления антенны 1 Ом

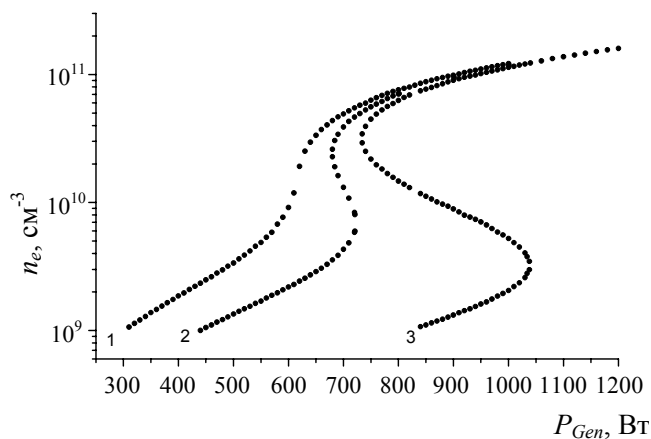


Рис. 3. Зависимость концентрации электронов в ВЧ индуктивных источниках плазмы радиуса 5 см от мощности ВЧ-генератора при различных давлениях нейтрального газа: 1 — 0,3 мТорр; 2 — 0,2 мТорр; 3 — 0,1 мТорр. Решение самосогласованной задачи для сопротивления антенны 1 Ом

Расчеты показали, что индуктивный разряд может существовать при мощностях, превышающих некоторую критическую величину, зависящую как от сопротивления антенны, так и от параметров плазмы. Этот факт неоднократно отмечался в литературе [9]. Кроме того, бросается в глаза неоднозначность решений, полученных при большинстве из рассмотренных условий существования индуктивного ВЧ-разряда. Причину появления многозначности можно понять, внимательно рассмотрев рис. 4, где изображены левая и правая части уравнения

$$1 = \alpha n_e (1 + R_{Ant} / R_{Pl}) / P_{Gen}, \quad (9)$$

полученного из (2) и (8) с помощью простых алгебраических преобразований.

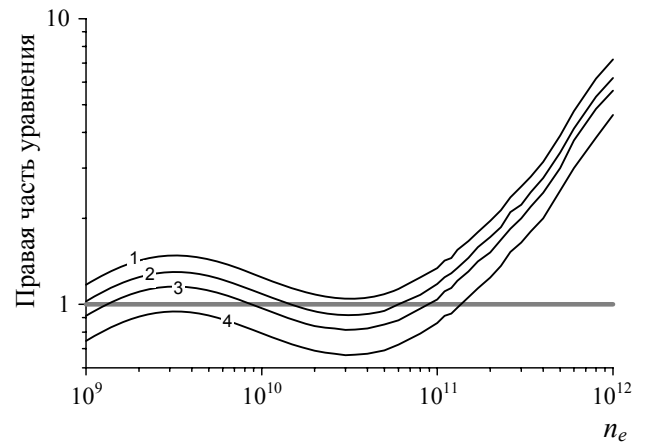


Рис. 4. Зависимость левой и правой частей уравнения (9) от концентрации электронов при различных мощностях ВЧ-генератора: 1 — 700 Вт; 2 — 800 Вт; 3 — 900 Вт; 4 — 1100 Вт

Из рис. 4 видно, что при мощности ВЧ-генератора 700 Вт (кривая 1) правая часть уравнения (9) больше единицы во всем рассмотренном диапазоне электронных плотностей. Это означает, что решения отсутствуют, и ВЧ индуктивный разряд при рассмотренной мощности генератора существовать не может. В работах [4—8] показано, что эквивалентное сопротивление плазмы немонотонно зависит от концентрации плазмы. Это является причиной немонотонной зависимости правой части уравнения (9) от  $n_e$  и появления двух или трех решений системы уравнений (3)—(7), (9) при мощностях ВЧ-генератора 800—900 Вт. Дальнейшее увеличение мощности приводит к исчезновению многозначности и появлению единственного значения плотности плазмы, удовлетворяющего системе уравнений (3)—(7), (9).

Полученные решения самосогласованной задачи для разряда без магнитного поля показали, что индуктивный ВЧ-разряд может существовать в двух модах: с низкой и высокой концентрацией электронов, причем в области многозначности решений возможны скачкообразный рост плотности плазмы и гистерезис. Таким образом, только в рамках механизма индуктивного разряда без учета влияния емкостной составляющей возможно объяснение наблюдаемых экспериментально скачков плотности и гистерезиса, связываемых в литературе [9] обычно с переходом из емкостной моды разряда в индуктивную и обратно. Отметим, что увеличение эквивалентного сопротивления плазмы при увеличении давления нейтрального газа, радиуса источника плазмы приводит к исчезновению многозначности решений и относительно гладкому переходу из моды разряда с низкой концентрацией в "высокую" моду.

Согласно результатам экспериментальных и теоретических работ [9, 10] настоящие расчеты показали, что ВЧ индуктивный разряд в "высокой" моде может существовать при мощностях ВЧ-генератора, превышающих некоторую минимальную величину  $P_{min}$ , которая зависит от сопротивления антенны, геометрии и параметров разряда.  $P_{min}$  уменьшается при уменьшении сопротивления антенны, повышении давления нейтрального газа и с ростом радиуса источника плазмы. Подчеркнем, что

"высокая" мода реализуется при концентрациях электронов, превышающих некоторую минимальную величину —  $n_{emin}$ , которая так же, как  $P_{min}$ , уменьшается при уменьшении сопротивления антенны, повышении давления нейтрального газа и с ростом радиуса источника плазмы.

Интересные особенности наблюдаются и при решении самосогласованной модели для индуктивного ВЧ-разряда, помещенного во внешнее магнитное поле. Как и в случае разряда без магнитного поля, индуктивный разряд возможен лишь при мощностях, превышающих критическую величину, причем расчеты показали, что в дополнение к уже перечисленным факторам, влияющим на величину критической мощности, она зависит от величины магнитного поля  $B$ . Сказанное подтверждает рис. 5.

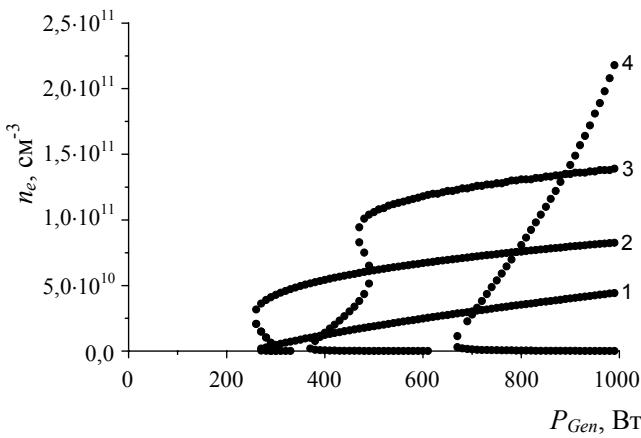


Рис. 5. Зависимость эквивалентного сопротивления плазмы от мощности ВЧ-генератора для разных магнитных полей: 1 — 15 Гс; 2 — 20 Гс; 3 — 30 Гс; 4 — 40 Гс

Как видно из рис. 5, при небольших магнитных полях  $B \leq 1$  мТл сразу после появления решения системы уравнений (2)—(8) рост мощности ВЧ-генератора приводит к резкому росту концентрации электронов (переходу в "высокую" моду), причем существует однозначное соответствие между плотностью плазмы и мощностью ВЧ-генератора. При увеличении магнитного поля картина несколько видоизменяется. В области резкого роста концентрации плазмы появляется второе решение, соответствующее "низкой" моде разряда. Увеличение величины внешнего магнитного поля приводит к уширению интервала мощностей ВЧ-генератора, где имеются два решения системы уравнений (2)—(8). Наличие двух решений системы уравнений, описывающих чисто индуктивный разряд, говорит о возможности существования гистерезиса в рамках чисто индуктивного разряда. В поддержку сделанного вывода свидетельствует и факт качественного согласия экспериментальных данных, представленных в [10], с результатами расчетов.

На рис. 6 изображены зависимости концентрации электронов, эквивалентного сопротивления плазмы и тока через антенну от индукции внешнего магнитного поля  $B$ , рассчитанные при фиксированной мощности ВЧ-генератора.

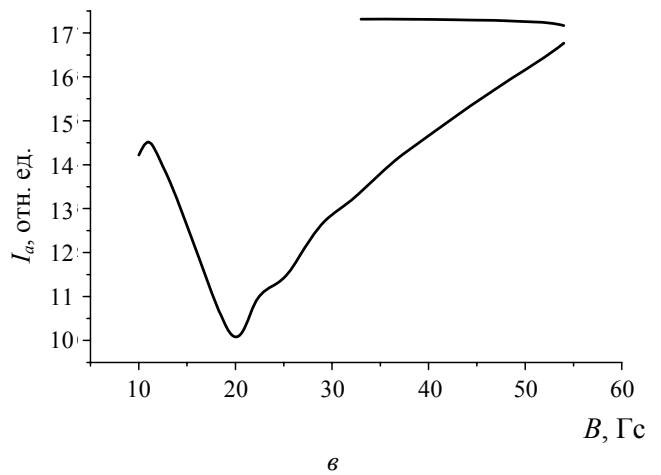
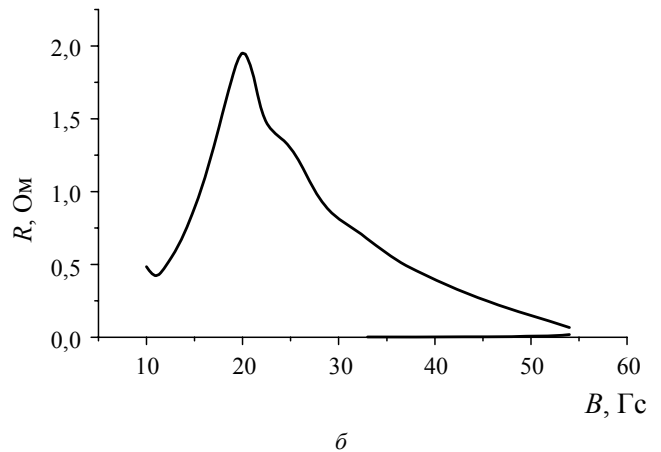
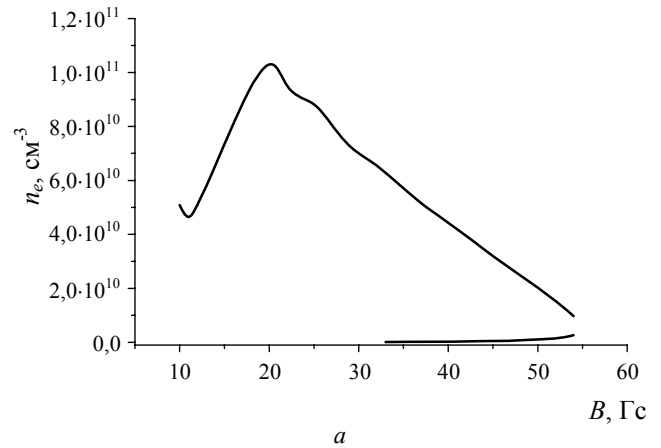


Рис. 6. Зависимость концентрации электронов (а), эквивалентного сопротивления плазмы (б) и тока через антенну (в) в ВЧ индуктивных источниках плазмы радиуса 5 и длиной 10 см от внешнего магнитного поля при мощности ВЧ-генератора 300 Вт.

Решение самосогласованной задачи для сопротивления антенны 1 Ом

Как видно из рис. 6, в области существования решения при фиксированной мощности ВЧ-генератора концентрация плазмы достигает максимума при сравнительно небольших магнитных полях, а затем слабо изменяется при увеличении магнитного поля вплоть до некоторого значения  $B^*$ , после которого возможно существование второго решения со значениями концентрации плазмы, примерно на порядок меньшими, чем соответствующие значения первого устойчивого реше-

ния. Полученный результат наглядно демонстрирует возможную причину наблюдавшегося экспериментально гистерезиса в зависимости параметров плазмы от величины внешнего магнитного поля при фиксированной мощности ВЧ-генератора [1].

При достижении некоторого критического значения магнитного поля  $B_{cr}$  решения системы уравнений (2)—(8) пропадают. Причиной отсутствия решения этой системы при больших значениях магнитного поля является падение эквивалентного сопротивления плазмы при увеличении индукции магнитного поля [4], приводящее к тому, что подавляющая часть мощности ВЧ-генератора теряется в антенне, а мощности, поглощаемой плазмой, недостаточно для поддержания концентрации электронов выше  $10^9 \text{ см}^{-3}$ . Отметим, что в моде с высокой концентрацией электронов в области сильного поглощения ВЧ-мощности плазмой ток через антенну существенно падает.

Отметим еще один интересный факт, связанный с наблюдавшейся экспериментально [1, 11] и предсказанной теоретически [4] осцилляционной зависимостью  $R_{PI}$  от  $B$  при низких давлениях. Она находит свое отражение в резко немонотонной зависимости концентрации электронов от магнитного поля  $B$  (рис. 7).

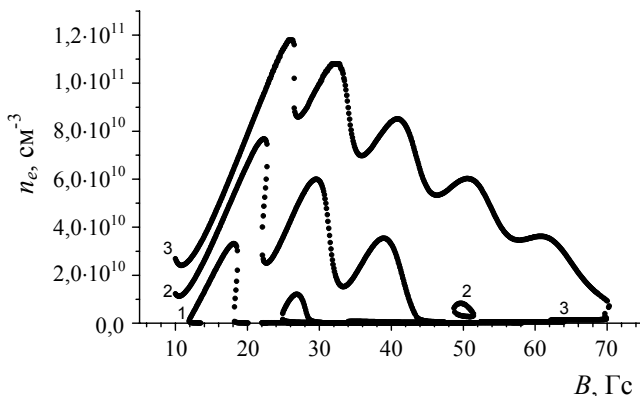


Рис. 7. Зависимость концентрации электронов в ВЧ индуктивных источниках плазмы радиуса 5 и длиной 12 см от внешнего магнитного поля при мощности ВЧ-генератора: 1 — 100 Вт; 2 — 200 Вт; 3 — 300 Вт. Решение самосогласованной задачи для сопротивления антенны 1 Ом

Напомним, что в работе [1] представлены данные, стимулировавшие проведение настоящего цикла исследований. При изучении параметров плазмы в источнике ионов были обнаружены локальные максимумы плотности ионного тока, число которых возрастало с увеличением мощности ВЧ-генератора, расхода рабочего газа, длины источника ионов. Одновременно с увеличением числа локальных максимумов правая граница

существования разряда смещалась в область больших магнитных полей. Рис. 7, а также данные, приведенные в [4], показывают, что поведение решений самосогласованной задачи при изменении тех же внешних параметров, что и в экспериментах [1], качественно согласуется с наблюдаемым экспериментально. Это позволяет заключить, что наблюдавшиеся в [1] особенности поведения ВЧ-разряда связаны с перераспределением мощности, отдаваемой ВЧ-генератором, между антенной и плазмой, причем величины мощности, поглощаемые плазмой, определяются эквивалентным сопротивлением плазмы, зависящим от параметров самой плазмы. Особо отметим, что значения эквивалентного сопротивления плазмы несут в себе информацию о механизме поглощения ВЧ-мощности плазмой.

#### Литература

1. Александров А. Ф., Бугров Г. Э., Вавилин К. В., Керимова И. Ф., Кралькина Е. А., Павлов В. Б., Плаксин В. Ю., Рухадзе А. А. Исследование индуктивного ВЧ-разряда как самосогласованной системы. Часть I. Особенности, наблюдавшиеся при экспериментальном исследовании индуктивного ВЧ-разряда, помещенного во внешнее магнитное поле // Прикладная физика. 2005. № 4. С. 70—74.
2. Александров А. Ф., Бугров Г. Э., Вавилин К. В., Керимова И. Ф., Кралькина Е. А., Павлов В. Б., Плаксин В. Ю., Рухадзе А. А. Исследование индуктивного ВЧ-разряда как самосогласованной системы. Часть II. Исследование параметров плазмы и эффективности поглощения ВЧ-мощности плазмой индуктивного ВЧ-разряда низкого давления // Там же. № 5. С. 72—78.
3. Александров А. Ф., Бугров Г. Э., Вавилин К. В., Керимова И. Ф., Кралькина Е. А., Павлов В. Б., Плаксин В. Ю., Рухадзе А. А. Исследование индуктивного ВЧ-разряда как самосогласованной системы. Часть III. Исследование влияния емкостной составляющей на параметры плазмы индуктивного ВЧ-разряда низкого давления // Там же. 2006. № 1. С. 36—42.
4. Александров А. Ф., Бугров Г. Э., Вавилин К. В., Керимова И. Ф., Кондранин С. Г., Кралькина Е. А., Павлов В. Б., Плаксин В. Ю., Рухадзе А. А. // Физика плазмы. 2004. Т. 30. № 5.
5. Вавилин К. В., Плаксин В. Ю., Ри М. Х., Рухадзе А. А. // ЖТФ, 2004. Т. 74. № 5. С. 44—49.
6. Вавилин К. В., Плаксин В. Ю., Ри М. Х., Рухадзе А. А. // Там же. № 6. С. 25—28.
7. Вавилин К. В., Плаксин В. Ю., Ри М. Х., Рухадзе А. А. // Там же. С. 29—34.
8. Вавилин К. В., Плаксин В. Ю., Ри М. Х., Рухадзе А. А. Физика плазмы, 2004. Т. 30. № 8. С. 739—749.
9. Turner M. M., Liberman M. A. // Plasma Sources Sci. Technol. 1999. № 8. P. 313—324.
10. Suzuki K., Nakamura K., Ohkubo H., Sugai H. // Ibid. 1988. № 7. P. 13—20.
11. Александров А. Ф., Бугров Г. Э., Вавилин К. В., Керимова И. Ф., Кралькина Е. А., Павлов В. Б., Плаксин В. Ю., Рухадзе А. А. Исследование индуктивного ВЧ-разряда как самосогласованной системы. Часть V. Результаты исследования эквивалентного сопротивления индуктивного ВЧ-разряда низкого давления при наличии внешнего магнитного поля // Прикладная физика. 2006. № 4. С. 54—59.

Статья поступила в редакцию 30 марта 2005 г.

## Examination of an inductive high-frequency discharge as the self-consistent system

### Part VI. Mathematical modelling an inductive high-frequency discharge (the self-consistent model)

A. F. Aleksandrov, G. E. Bugrov, K. V. Vavilin, I. F. Kerimova,  
E. A. Kralkina, V. B. Pavlov, V. Yu. Plaksin

---

Physical Faculty of the Moscow State University, Moscow, Russia

*A. A. Rukhadze*

General Physics Institute, Moscow, Russia

*In the sixth part of a series of operations the analysis of legitimacies of reallocation of RF power between pure resistances of an antenna and plasma is prolonged with the help of mathematical modelling. In the present work the self-consistent model has been applied to examination of features of operation of high-frequency sources of plasma without presence and at presence of an exterior magnetic field.*