УДК 533.9

# Структура особенности в гидродинамической теории плотных электронных и биполярных пучков

*В. А. Сыровой*
ГУП "Всероссийский электротехнический институт им. В. И. Ленина (ГУП "ВЭИ"),
Москва, Россия

***Выявлена структура особенности при эмиссии в ρ- и T-режимах для релятивистских пучков во внешнем магнитном поле, сводящаяся к линейной комбинации одной или двух точек ветвления, причем роль квазиконстант играют аналитические по продольной координате функции. Для T-режима уравнения даны в частных производных, которым эти функции удовлетворяют. Показано, что для осесимметричных потоков при нулевой скорости эмиссии теорема Буша не выполняется. Приведены итоги регуляризации во внутренней и внешней задачах теории формирования релятивистских квазиаксиально-асимметричных потоков.***

Гидродинамическое описание интенсивного пучка основано на уравнениях движения частицы в самосогласованном электромагнитном поле и уравнениях Максвелла для последнего и предполагает выполнение на катоде модельных условий термоэмиссии с нулевой начальной скоростью при нулевом электрическом поле *E* (ρ-режим) или при его ненулевых значениях (*T*-режим). Конечность плотности тока эмиссии *J* приводит к неограниченному возрастанию плотности пространственного заряда ρ и присутствию в модели особой начальной поверхности. Знание структуры особенности важно как при построении приближенного решения, так и при реализации численных алгоритмов в программах траекторного анализа.

Принцип невозрастания порядка особенности у членов асимптотического ряда позволил регуляризировать решение внутренней задачи для параксиальных пространственных релятивистских пучков с произвольным сечением и приповерхностных потоков [1—7].

Для нерелятивистских электростатических пучков при эмиссии в ρ-режиме степенные особенности с дробными показателями у всех параметров потока факторизуются, домножаясь на регулярные функции, что дало возможность провести регуляризацию и во внешней задаче теории формирования осесимметричных течений [8], а также в случае потоков, "осесимметричных" относительно пространственной оси пучка [6, 7]. Здесь успешно использовались идеи деформации продольной координаты, "фальшивого" асимптотического представления, метода многих масштабов [8], в результате применения которых были построены весьма простые формулы, удобные при расчете электронно-оптических систем для мощных электронных приборов [9].

Распространение подхода на более сложные случаи пучков во внешнем магнитном поле и релятивистских потоков [7] наталкивалось на сложности, связанные с невыявленным характером особенности, и получало сколько-нибудь удовлетворительное решение в ситуациях, которые были "близки" к электростатическому варианту [9].

Потенциал в плоском нерелятивистском магнетроне описывается параметрическими зависимостями*

$$2\varphi = \frac{J^2}{H^4}(1-\cos Ht)^2 + H^2x^2,$$

$$x = \frac{J}{H^2}\left(t - \frac{1}{H}\sin Ht\right), \qquad (1)$$

а для плоского релятивистского диода — формулой, задающей координату как функцию потенциала

$$x = \frac{1}{\sqrt{2J}}\int_1^u \frac{du}{\sqrt[4]{u^2-1}}, \qquad u = 1+\varphi. \qquad (2)$$

Решение для плоского нерелятивистского биполярного диода $0 \le x \le 1$ со встречным движением электронов и ионов при эмиссии в ρ-ре-жиме подобно (2) определяется неявной зависимостью

$$\frac{4\sqrt{k}}{3}x = \int_0^{\varphi} \frac{du}{\sqrt{\sqrt{u}+\sqrt{1-u}-1}} \equiv I(\varphi), \quad k = \frac{9}{16}I^2, \qquad (3)$$

где *k* — коэффициент усиления электронного тока.

* Формулы (1) и последующие выражения приведены в соответствии с нормами, исключающими из исходных уравнений все физические постоянные, связанные с системой единиц [6].

Распределение потенциала в плоском нерелятивистском диоде при эмиссии в *T*-режиме описывается параметрическими зависимостями

$$2\varphi = \left(\frac{1}{2}Jt^2 + Et\right)^2, \quad x = \frac{1}{6}Jt^3 + \frac{1}{2}Et^2, \qquad (4)$$

в которых в отличие от (1) параметр $t$ может быть исключен; для потенциала при этом будет получена достаточно сложная формула, связанная с решением кубического уравнения.

Хотя в задачах (1)—(3) эмитирует плоскость $x = 0$ и $J = \text{const}$, однако увидеть структуру особенности, общую для этих решений, едва ли возможно. Не составляет труда найти главный член разложения потенциала при малых $x$ : $\varphi \sim x^{4/3}$, однако этот факт не позволяет продвинуться к выявлению структуры особенности при эмиссии в ρ-режиме. Необходим более общий взгляд на проблему, что предоставляет теория антипараксиальных разложений [10, 11].

## Структура особенности

Предметом рассмотрения теории антипараксиальных разложений [12] является решение общих уравнений пучка в окрестности произвольной гладкой эмитирующей поверхности. Анализ результатов показывает, что в ортогональной криволинейной системе $x^i$, связанной с эмиттером $x^1 \equiv x = 0$, электрическое поле $\vec{E}$, продольная $u$ и поперечная $\vec{v}$ скорости и плотность пространственного заряда ρ для нестационарного релятивистского пучка при наличии неподвижного фона и эмиссии в ρ-режиме описываются следующими выражениями:

$$\begin{aligned}
\vec{E} &= x^{1/3}\vec{E}_1 + x^{2/3}\vec{E}_2 + x^{3/3}\vec{E}_3;\\
\rho &= x^{-2/3}R_1 + x^{-1/3}R_2 + x^{0/3}R_3;\\
u &= x^{2/3}U_1 + x^{3/3}U_2 + x^{4/3}U_3; \qquad (5)\\
\vec{v} &= x^{3/3}\vec{V}_1 + x^{4/3}\vec{V}_2 + x^{5/3}\vec{V}_3,
\end{aligned}$$

где $\vec{E}_k$, $\vec{V}_k$, $U_k$, $R_k$ — регулярные функции всех трех координат и времени.

В случае потенциального электрического поля $\vec{E} = \nabla\varphi$ имеем

$$\varphi = x^{4/3}\Phi_1 + x^{5/3}\Phi_2 + x^{6/3}\Phi_3. \qquad (6)$$

Таким образом, структуру особенности при эмиссии в ρ-режиме для каждого из параметров потока можно описать как линейную комбинацию двух точек ветвления, если регулярные функции в (5), (6) рассматривать как квазиконстанты.

При различных специализациях потоков и способа отсчета продольной координаты (например, $l$ — длина дуги оси $x^1$) регулярные функции в (5), (6) могут определенным образом модифицироваться. Так, для стационарных вихревых релятивистских течений имеем

$$\begin{aligned}
\varphi &= l^{4/3}\Phi_1 + l^{6/3}\Phi_2 + l^{8/3}\Phi_3;\\
u &= l^{2/3}U_1 + l^{4/3}U_2 + l^{6/3}U_3;\\
\vec{v} &= l^{3/3}\vec{V}_1 + l^{4/3}\vec{V}_2 + l^{5/3}\vec{V}_3;\\
\rho &= l^{-2/3}R_1 + l^{0/3}R_2 + l^{2/3}R_3; \qquad (7)\\
L &= l^{0/3}\Omega_1 + l^{7/3}\Omega_2 + l^{8/3}\Omega_3;\\
\vec{H} &= l^{0/3}\vec{H}_1 + l^{4/3}\vec{H}_2 + l^{5/3}\vec{H}_3.
\end{aligned}$$

Здесь $L$, $\vec{H}$ — продольное и поперечное магнитные поля, соответственно.

При эмиссии в $T$-режиме структура особенности оказывается более простой. Зависимости, соответствующие ситуации (7), задаются соотношениями

$$\begin{aligned}
\varphi &= l^{2/2}\Phi_1 + l^{3/2}\Phi_2; \qquad u = l^{1/2}U_1 + l^{2/2}U_2;\\
\vec{v} &= l^{2/2}\vec{V}_1 + l^{3/2}\vec{V}_2; \qquad \rho = l^{-1/2}R_1 + l^{0/2}R_2; \qquad (8)\\
L &= l^{0/2}\Omega_1 + l^{5/2}\Omega_2; \qquad \vec{H} = l^{0/2}\vec{H}_1 + l^{3/2}\vec{H}_2.
\end{aligned}$$

Специализируем общие формулы (7), (8) на случай рассмотренных выше одномерных решений. Для плоского магнетрона (1) имеем

$$\varphi = x^{4/3}\Phi_1 + x^{6/3}\Phi_2 + x^{8/3}\Phi_3,$$

причем аргументом для $\Phi_1$, $\Phi_2$, $\Phi_3$ является $x^2$.

Потенциал плоского релятивистского диода (2) определяется выражением

$$\varphi = x^{4/3}\Phi_1 + x^{8/3}\Phi_2 + x^{12/3}\Phi_3.$$

Функции $\Phi_1$, $\Phi_2$, $\Phi_3$ имеют в качестве аргумента $x^3$. Структура потенциала для плоского нерелятивистского биполярного потока (3) описывается выражением

$$\varphi = (\sin \pi x)^{4/3}\Phi_1 + (\sin \pi x)^{8/3}\Phi_2 + \Phi_3,$$

а функции $\Phi_1$, $\Phi_2$, $\Phi_3$ зависят от $x^2$.

Наконец, для плоского нерелятивистского диода в $T$-режиме имеем

$$\varphi = x^{2/2}\Phi_1 + x^{3/2}\Phi_2.$$

Для регулярных функций из (5)—(8) можно определить соответствующие системы уравнений в частных производных. Однако в тех случаях, когда для одномерных решений (1)—(4) связь потенциала и координаты сводилась к элементарным функциям или квадратурам, регулярные функции будут удовлетворять системам обыкновенных дифференциальных уравнений, не поддающихся интегрированию.

## Уравнения для регулярных функций

Рассмотрим один из более простых случаев нерелятивистского осесимметричного электрон-ного потока $\vec{v} = \{u, v, w\}$ во внешнем магнитном поле $\vec{H} = \{L, M, N\}$, описываемом регулярными функциями, при эмиссии в $T$-режиме. Для функций из (8) получаем следующую систему уравнений в частных производных, вводя упрощенные обозначения $x^1 \equiv x$, $x^2 \equiv y$ для криволинейных координат в плоскости $z$, $R$ с коэффициентами Ляме $h_1$, $h_2$

$$\frac{1}{2}\frac{1}{h_1}\frac{\partial}{\partial x}\left(xU_1^2 + x^2U_2^2\right) + \frac{1}{h_2}x^2\left(V_1\frac{\partial U_2}{\partial y} + V_2\frac{\partial U_1}{\partial y}\right) -$$
$$-k_1x^2\left(U_1V_2 + U_2V_1\right) + \kappa_1x^2\left(V_1^2 + xV_2^2\right) +$$
$$+\kappa_2x^2\left(W_1^2 + xW_2^2\right) = \frac{1}{h_1}\frac{\partial}{\partial x}\left(x\Phi_1\right) + x\left(V_1N - W_1M\right);$$

$$\frac{1}{h_1}\left[\frac{\partial}{\partial x}\left(xU_1U_2\right) + \frac{1}{2}U_1U_2\right] + \frac{1}{2}x\left(V_1\frac{\partial U_1}{\partial y} + xV_2\frac{\partial U_2}{\partial y}\right) -$$
$$-k_1x\left(U_1V_1 + xU_2V_2\right) - 2\kappa_1x^2V_1V_2 + 2\kappa_2x^2W_1W_2 =$$
$$= \frac{1}{h_1}\left[\frac{\partial}{\partial x}\left(x\Phi_2\right) + \frac{1}{2}\Phi_2\right] + x\left(V_2N - W_2M\right);$$

$$\frac{1}{h_1}\left[U_1\frac{\partial}{\partial x}\left(xV_1\right) + U_2\frac{\partial}{\partial x}\left(x^2V_2\right) - \frac{1}{2}xU_2V_2\right] +$$
$$+\frac{1}{h_2}\frac{\partial}{\partial y}\left(x^2V_1V_2\right) - \kappa_1x\left(U_1V_1 + xU_2V_2\right) + 2k_1xV_1U_2 +$$
$$+2k_2x^2W_1W_2 = \frac{1}{h_2}\frac{\partial}{\partial y}\left(x\Phi_2\right) + xW_2L - U_1N;$$

(9)

$$\frac{1}{h_1}\left[U_1\frac{\partial}{\partial x}\left(xV_2\right) + U_2\frac{\partial}{\partial x}\left(xV_1\right) + \frac{1}{2}U_1V_2\right] +$$
$$+\frac{1}{2}\frac{1}{h_2}\frac{\partial}{\partial y}\left(xV_1^2 + x^2V_2^2\right) - \kappa_1x\left(U_1V_2 + U_2V_1\right) +$$
$$+k_1\left(U_1^2 + xU_2^2\right) + k_2x\left(W_1^2 + xW_2^2\right) =$$
$$= \frac{1}{h_2}\frac{\partial\Phi_1}{\partial y} + W_1L - U_2N;$$

$$U_1^2 + xU_2^2 + x\left(V_1^2 + W_1^2\right) + x^2\left(V_2^2 + W_2^2\right) = 2\Phi_1;$$

$$U_1U_2 + x\left(V_1V_2 + W_1W_2\right) = \Phi_2;$$

$$\frac{\partial}{\partial x}\left[h_2h_3x\left(R_1U_2 + R_2U_1\right)\right] + \frac{\partial}{\partial y}\left[h_1h_3x\left(R_1V_1 + xR_2V_2\right)\right] -$$
$$-\frac{1}{2}h_2h_3\left(R_1U_2 + R_2U_1\right) = 0;$$

$$\frac{\partial}{\partial x}\left[h_2h_3xR_2U_2\right] + \frac{\partial}{\partial y}\left[h_1h_3x\left(R_1V_2 + R_2V_1\right)\right] = 0; \quad (9)$$

$$\frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{h_2h_3}{h_1}\frac{\partial}{\partial x}\left(x\Phi_1\right)\right] + \frac{\partial}{\partial y}\left[\frac{h_1h_3}{h_2}\frac{\partial}{\partial y}\left(x\Phi_1\right)\right] = R_2;$$

$$\frac{\partial}{\partial x}\left\{\frac{h_2h_3}{h_1}x\left[\frac{\partial}{\partial x}\left(x\Phi_2\right) + \frac{1}{2}\Phi_2\right] - \frac{1}{2}\frac{h_2h_3}{h_1}\left[\frac{\partial}{\partial x}\left(x\Phi_2\right) +\right.\right.$$
$$\left.\left.+\frac{1}{2}\Phi_2\right]\right\} + \frac{\partial}{\partial y}\left[\frac{h_1h_3}{h_2}\frac{\partial}{\partial y}\left(x^2\Phi_2\right)\right] = R_1;$$

$$\kappa_1 = -\frac{1}{h_1h_2}\frac{\partial h_2}{\partial x}, \qquad \kappa_2 = -\frac{1}{h_1h_3}\frac{\partial h_3}{\partial x}.$$
$$k_1 = -\frac{1}{h_1h_2}\frac{\partial h_1}{\partial y}, \qquad k_2 = -\frac{1}{h_2h_3}\frac{\partial h_3}{\partial y}.$$

Здесь $\kappa_1$, $\kappa_2$; $k_1$, $k_2$ — главные кривизны координатных поверхностей $x$ = const, $y$ = const, соответственно; $V_1$, $V_2$, $W_1$, $W_2$ – функции, определяющие поперечные компоненты скорости $v$, $w$.

Начальные условия для входящих в (9) функций при $x = 0$ следуют из теории антипараксиальных разложений [10]

$$\Phi_1 = a_0E, \quad \Phi_1' = \frac{1}{2}a_0^2E\left(\frac{a_1}{a_0^2} + T - \frac{8}{3}I^2\right);$$
$$\Phi_2 = \frac{8}{3}a_0^{3/2}EI,$$
$$\Phi_2' = 2a_0^{5/2}EI\left(\frac{a_1}{a_0^2} + \frac{11}{15}T + \frac{8}{9}I^2 + \frac{2}{15}\bar{H}^2\right);$$
$$U_1 = a_0^{1/2}\sqrt{2E}, \quad U_2 = \frac{4}{3}a_0\sqrt{2E}I;$$
$$V_1 = -a_0\sqrt{2E}\bar{N}, \quad V_2 = a_0^{3/2}\sqrt{2E}\left(\frac{1}{3}\bar{E}_P' - k_1 + \frac{2}{3}\bar{L}\bar{M}\right);$$
$$W_1 = a_0\sqrt{2E}\bar{M}, \quad W_2 = \frac{2}{3}a_0^{3/2}\sqrt{2E}\bar{L}\bar{N}; \quad (10)$$
$$R_1 = 2a_0^{-1/2}EI, \quad R_2 = -\frac{8}{3}a_0^{3/2}EI^2;$$
$$H^2 = M^2 + N^2, \quad \bar{H} \equiv \frac{H}{\sqrt{2E}}, \quad \bar{J}_P' \equiv \frac{J_P'}{J},$$
$$\bar{E}_P' \equiv \frac{E_P'}{E}, \quad J_P' \equiv \frac{1}{b_0}\frac{\partial J}{\partial y},$$
$$h_1 = a_0 + a_1x + \ldots, \quad h_2 = b_0 + \ldots$$

Функции в правых частях формул (10) зависят от $y$ — положения точки на катоде.

**Невыполнение теоремы Буша в случае эмиссии с нулевой скоростью**

Для осесимметричных потоков в магнитном поле третье уравнение движения после введения векторного потенциала $A_\psi$ может быть преобразовано к виду

$$\frac{u}{h_1}\frac{\partial}{\partial x}\left[h_3\left(w + A_\psi\right)\right] + \frac{v}{h_2}\frac{\partial}{\partial y}\left[h_3\left(w + A_\psi\right)\right] = 0. \quad (11)$$

Уравнение (11) представляет собой равенство нулю скалярного произведения двух векторов

$$\vec{v} \cdot \nabla \left[ h_3 \left( w + A_\psi \right) \right] = 0. \qquad (12)$$

Обычно считается, что соотношение (12) означает существование интеграла движения $P_3$

$$P_3 \equiv h_3 \left( w + A_\psi \right) = P\left( y_0 \right), \qquad (13)$$

где $y_0$ – координата точки старта, и этот факт известен как теорема Буша. В дальнейшем сохранение $P_3$ на трубке тока используется для определения азимутальной скорости в удаленном от катода сечении при известном во всей области магнитном поле и нулевой скорости эмиссии в ρ- и $T$-режимах, причем правая часть $P\left( y_0 \right)$ в (13) выражается через условия на катоде.

При этом упускается из виду, что при нулевой скорости старта соотношение (12) на катоде может удовлетворяться не за счет ортогональности соответствующих векторов, а в результате обращения $\vec{v}$ в нуль, вследствие чего выражения (11) и (13) перестают быть эквивалентными.

Действительно, при выполнении (13) компоненты градиента в (11) являются регулярными функциями $x$, отношение $v/u$ в силу этого также регулярно, т. е. трубки тока для пучка в магнитном поле описываются аналитическими кривыми. Вместе с тем известно [12], что это не так. Для компонент скорости $u$, $v$ в $T$-режиме справедливы асимптотики

$$u = U_1 x^{1/2} \left( 1 + \bar{U}_2 x^{1/2} + \bar{U}_3 x^{2/2} + \ldots \right),$$
$$v = U_1 x^{2/2} \left( \bar{V}_2 + \bar{V}_3 x^{1/2} + \bar{V}_4 x^{2/2} + \ldots \right).$$

Приведем выражения для азимутальной скорости $w$ вблизи $x = 0$, которые следуют из интеграла (13) и уравнения (11). Из теоремы Буша имеем

$$\bar{w} = \bar{M} s + \left[ \frac{1}{2} \left( \frac{a_1}{a_0^2} + T \right) \bar{M} - \frac{1}{2} k_1 \bar{L} + \frac{1}{2} \bar{L}'_P \right] s^2 + \ldots ,$$
$$\bar{w} \equiv \frac{w}{U_1}, \quad \bar{H} \equiv \frac{H}{U_1}, \quad \bar{L}'_P \equiv \frac{L'_P}{U_1}, \quad T = \kappa_1 + \kappa_2, \qquad (14)$$
$$s = a_0 x, \quad U_1 = \sqrt{2E}.$$

Уравнение (11) дает следующий результат:

$$\bar{w} = \bar{M} s + \frac{2}{3} \bar{L} \bar{N} s^{3/2} + \left[ \frac{1}{2} \left( \frac{a_1}{a_0^2} + T \right) \times \right.$$
$$\left. \times \bar{M} - \frac{2}{3} I \bar{L} \bar{N} - \frac{1}{6} \left( \bar{E}'_P + 2 \bar{L} \bar{M} \right) \bar{L} + \frac{1}{2} \bar{L}'_P \right] s^{4/2} + \ldots, \qquad (15)$$
$$I = \frac{J}{U_1^3}.$$

Помимо различий в коэффициенте при $s^2$ в формулах (14), (15), не выписанный в (15) член порядка $s^{5/2}$ не исчезает при нулевом азимутальном магнитном поле $N = 0$.

### Регуляризация разложений в проблеме формирования релятивистского квазиаксиально-симметричного пучка

При рассмотрении пространственного пучка с произвольной гладкой осью, характеризуемой кривизной $k$ и кручением κ, и с круглым сечением используются системы, связанные с осью потока: $l$, $s$, $q$ – длины дуги оси, расстояния по нормали и бинормали к ней; $l$, $x$, $y$ – система, получаемая из $l$, $s$, $q$ поворотом на угол θ в поперечном сечении

$$\theta = \int \kappa dl;$$

квазицилиндрическая система $l$, $R$, ψ, вводимая относительно $x$, $y$ по тем же формулам, что и в случае обычных полярных координат.

Знание структуры особенности позволяет построить теорию, в большей степени отвечающую физике явления. Применение принципа невозрастания порядка особенности членов асимптотического ряда [8] для потенциала требует, чтобы все слагаемые вблизи стартовой поверхности при эмиссии в ρ-режиме имели порядок $x^{4/3}$. При явном выделении особенностей на основе точных уравнений пучка имеем

$$\varphi = l^{4/3} \Phi_1 + l^{8/3} \Phi_2 + l^{9/3} \Phi_3. \qquad (16)$$

Из (16) следует, что присутствие членов порядка $l^{5/3}$, $l^{6/3}$ недопустимо, а их устранение дает дополнительные соотношения регуляризации по сравнению с [6].

Введение деформированной продольной координаты ζ и эффективной поперечной координаты η [8, 6]

$$l = \zeta + \varepsilon^2 \Lambda \left( 1 + 2 \ln \bar{R} \right),$$
$$\eta^2 = \frac{1}{4} R_0^2 \left( \bar{R}^2 - 1 - 2 \ln R \right); \quad \bar{R} = \frac{R}{R_0},$$

где $\kappa_1 = 2\Lambda$ — кривизна катода на оси пучка;

$R = R_0 \left( l \right)$ — уравнение границы;

ε — малый геометрический параметр задачи,

позволяет представить решение в лапласовской области в виде

$$\varphi = \mathrm{Re} U \left( \zeta + i \eta \right) + \left( E_x \cos \psi + E_y \sin \psi \right) \times$$
$$\times R + \frac{1}{4} R_0^2 \left( \rho - U'' + 4 \Lambda U' \right) \left( 1 + 2 \ln \bar{R} \right) + \qquad (17)$$

$$+\frac{1}{4}\left[k^2\frac{U\left(2+\tilde{U}\right)}{1+\tilde{U}}+kV\Omega_q+2A\cos 2\psi+2E\sin 2\psi\right]R^2.$$

Здесь $V$, $U$ — распределение скорости и потенциала на оси пучка;

$E_x$, $E_y$ — компоненты поперечного электрического, а $\Omega_q$ — магнитного поля на оси; тильдой отмечены релятивистские члены, исчезающие в случае малых скоростей;

$A$, $E$ – интенсивности квадруполей из выражения для потенциала в потоке

$$\varphi=U+\left(E_x\cos\psi+E_y\sin\psi\right)R+$$
$$+\frac{1}{4}\left[\rho-U''+k^2\left(1+\tilde{U}\right)V^2+\right.$$
$$\left.+kV\Omega_q+2A\cos 2\psi+2E\sin 2\psi\right]R^2.$$

Все входящие в (17) функции продольной координаты, играющие роль коэффициентов при радиальных зависимостях, регуляризованы в ходе рассмотрения внутренней задачи.

При использовании нулевого приближения метода многих масштабов и представления (16) первое слагаемое в (17) можно записать следующим образом:

$$\mathrm{Re}U\left(\zeta+i\eta\right)=U_1\left(\zeta\right)\mathrm{Re}\left(\zeta+i\eta\right)^{4/3}+$$
$$+U_2\left(\zeta\right)\mathrm{Re}\left(\zeta+i\eta\right)^{8/3}+U_3\left(\zeta\right).$$

В результате аналитическому продолжению подвергаются только явно выделенные степенные зависимости с дробными показателями.

**Литература**


1. *Данилов В. Н.*// Некорректные задачи. Ч. 1. — М.: Наука, 1974. С. 46.
2. *Данилов В. Н.*// Некорректные задачи. Ч. 2. — М.: Наука, 1974. С. 61.
3. *Данилов В. Н.*// Там же. С. 67.
4. *Сыровой В. А.*// РЭ. 1988. Т. 33. № 7. С. 1492.
5. *Сыровой В. А.*// Там же. № 8. С. 1706.
6. *Сыровой В. А.*// Там же. Т. 34. № 12. С. 2586.
7. *Неганова Л. А., Сыровой В. А.*// Там же. 1992. Т. 37. № 12. С. 2275.
8. *Данилов В. Н.* Методы расчета электронно-оптичес-ких систем. — М.: Наука, 1977. С. 61.
9. *Неганова Л. А.*// РЭ. 1999. Т. 44. № 2. С. 248.
10. *Сыровой В. А.* Введение в теорию интенсивных пучков заряженных частиц. — М.: Энергоатомиздат, 2004.
11. *Сыровой В. А.* Теория интенсивных пучков заряженных частиц. — М.: Энергоатомиздат, 2004.
12. *Сыровой В. А.*// РЭ. 1991. Т. 36. № 3. С. 540.


*Статья поступила в редакцию 22 декабря 2005 г.*

# Structure of feature in the hydraulic theory of dense electron and bipolar beams

*V. A. Syrovoy*
All-Russian Electrotechnical Institute, Moscow, Russia

***Recognized is the structure of the feature at emission of relativistic beams in r- and T-modes in an exterior magnetic field, which is reduced to a linear combination of one or two branchpoints. Written are the partial equations for a T-mode. It is shown that the Bush theorem is not fulfilled for rotationally symmetric flows at the zero velocity of emission. Pencilled are the totals of a regularization in interior and exterior problems of the theory of shaping the relativistic quasiaxial-asymmetrical streams.***