УДК 532.529:532.517.4

Об уравнениях переноса корреляционных моментов пульсаций скоростей дисперсной фазы на стабилизированном участке осесимметричного двухфазного потока

Часть I*. Уравнения для вторых моментов. Алгебраические соотношения для третьих корреляций

Б. Б. Рохман

Институт угольных энерготехнологий НАН и Минтопэнерго Украины, г. Киев, Украина

Предложена модель движения газа и монодисперсных частиц на стабилизированном участке трубы. Учитываются межфазное и межчастичное взаимодействие, влияние стенки канала и массовых сил. На основании разработанной методики расчета получены цепочка уравнений переноса для вторых корреляционных моментов и алгебраические выражения для третьих моментов пульсационных характеристик скоростей дисперсной фазы в анизотропном поле энергии хаотического движения частиц.

При изучении закономерностей переноса массы, импульса и энергии в газодисперсных турбулентных потоках большую роль играют методы математического моделирования, так как получение подобной информации из экспериментов связано с большими трудностями. Прин-ципиальные трудности, возникающие при построении методов расчета двухфазных турбулентных течений, связаны с определением корреляционных моментов пульсационных харак-теристик дисперсной фазы, которые присутствуют в уравнениях для осредненных величин. Появление этих слагаемых обусловлено нелинейностью конвективных членов актуальных уравнений. Обычно при вычислении корреляций, связанных с частицами, используется градиентный подход, согласно которому рейнольдсово напряжение пропорционально скорости сдвига. При таком подходе возникает необходимость в определении коэффициента пропорциональности (коэффициент турбулентной вязкости “газа” частиц) между напряжением и скоростью сдвига, что порождает множество гипотез турбулентности и приводит к погрешностям результатов вычислений.

В настоящей работе в рамках эйлерова подхода, т. е. в рамках так называемых двухжидкостных моделей, для вычисления вторых и третьих корреляционных моментов пульсационных характеристик дисперсной фазы предлагается методика расчета, основанная на построении уравнений переноса искомых корреляций, которые включают в себя турбулентные и псевдотурбулентные эффекты. Замыкание системы уравнений проводится на основе однопараметрической модели турбулентности, обобщенной на случай двухфазных турбулентных течений.

На участке стабилизированного течения восходящего двухфазного потока нет осредненного радиального движения газа и частиц ($v_g = 0$, $v_p = 0$), и осредненные параметры не изменяются в продольном направлении:

$$\partial u_g / \partial z = \partial k_g / \partial z = \partial u_p / \partial z =$$

$$= \partial < w'_p v'_p > / \partial z = \partial < v'_p v'_p > / \partial z =$$

$$= \partial < w'_p w'_p > / \partial z = \partial < u'_p w'_p > / \partial z =$$

$$= \partial < u'_p v'_p > / \partial z = \partial < u'_p u'_p > / \partial z = 0 .$$

Кроме того, предполагается, что истинная объемная концентрация твердой фазы равномерно распределена по сечению канала. С учетом сказанного стационарная осесимметричная система осредненных дифференциальных уравнений, описывающая изотермическое течение газодисперсного потока на стабилизированном участке трубы, может быть представлена следующим образом:

$$\frac{\rho_g}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left[r(\eta_{tg}+\eta_g)\frac{\partial u_g}{\partial r}\right] - \frac{\partial P}{\partial z} - F_{az} = 0; \quad (1)$$

$$\frac{\rho_p\beta}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r < u'_p v'_p >) - F_{az} + \rho_p \beta g = 0 . \quad (2)$$

Левые части уравнений сохранения количества движения фаз (1), (2) учитывают вязкие и рейнольдсовы напряжения, градиент давления, силы аэродинамического сопротивления и тяжести.

Для определения коэффициента турбулентной вязкости несущего потока используется однопараметрическая модель турбулентности, т. е. данная система диф-

---

Часть II будет опубликована в следующих номерах журнала "Прикладная физика".

ференциальных уравнений дополняется уравнением переноса турбулентной энергии газа [1]:

$$\frac{\rho_g}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left[r\left(\frac{\eta_{tg}}{\sigma_k}+\eta_g\right)\frac{\partial k_g}{\partial r}\right]+$$

$$+\rho_g\eta_{tg}\left(\frac{\partial u_g}{\partial r}\right)^2-\rho_g(\varepsilon_g+\varepsilon_p)+\Gamma_p=0. \quad (3)$$

Первый член уравнения (3) описывает молекулярный и турбулентный перенос пульсационной энергии, второй — ее генерацию за счет энергии осредненного движения, третий и четвертый — ее диссипацию за счет вязкости газа и присутствия в нем твердой фазы, последний — генерацию турбулентной энергии в следах за частицами.

Полные расходы газа и частиц находятся из очевидных соотношений:

$$B_g=2\pi\rho_g\int_0^R u_g r dr; \quad (4)$$

$$B_p=2\pi\rho_p\beta\int_0^R u_p r dr. \quad (5)$$

В уравнении (2) присутствует неизвестная переменная $<u'_p v'_p>$, которая, как будет показано ниже, зависит от других корреляционных моментов типа $<u'_p w'_p>$, $<v'_p v'_p>$, $<w'_p w'_p>$, $<w'_p v'_p>$, $<v'_p v'_p v'_p>$ и т. д. Таким образом, для замыкания полученной системы уравнений необходимо построить уравнение переноса относительно искомых величин. Для вывода уравнений переноса рейнольдсовых напряжений $<v'_p v'_p>$, $<w'_p w'_p>$, $<w'_p v'_p>$, $<u'_p v'_p>$, $<u'_p w'_p>$ и $<u'_p u'_p>$ необходимо прежде всего получить уравнения пульсационного движения частиц вдоль продольной, радиальной и трансверсальной осей. Для этого спроектируем актуальное уравнение движения дисперсной фазы на указанные оси координат. С учетом осевой симметрии задачи ($\partial/\partial\varphi=0$) проекции уравнения движения частиц имеют вид:

$$\rho_p\beta\left(\hat{u}_p\frac{\partial\hat{v}_p}{\partial z}+\hat{v}_p\frac{\partial\hat{v}_p}{\partial r}-\frac{\hat{w}_p^2}{r}\right)=\hat{F}_{ar}; \quad (6)$$

$$\rho_p\beta\left(\hat{u}_p\frac{\partial\hat{w}_p}{\partial z}+\hat{v}_p\frac{\partial\hat{w}_p}{\partial r}+\frac{\hat{v}_p\hat{w}_p}{r}\right)=\hat{F}_{a\varphi}; \quad (7)$$

$$\rho_p\beta\left(\hat{u}_p\frac{\partial\hat{u}_p}{\partial z}+\hat{v}_p\frac{\partial\hat{u}_p}{\partial r}\right)=\hat{F}_{az}-\rho_p g\beta \quad (8)$$

(при этом предполагается, что $\hat{\beta}=\beta$). Применяя к уравнениям (6)—(8) процедуру Рейнольдса ($\hat{w}_p=w_p+w'_p$, $\hat{v}_p=v_p+v'_p$, $\hat{u}_p=u_p+u'_p$), получим:

$$\rho_p\beta\left[u_p\frac{\partial v_p}{\partial z}+u_p\frac{\partial v'_p}{\partial z}+u'_p\frac{\partial v_p}{\partial z}+u'_p\frac{\partial v'_p}{\partial z}+\right.$$

$$+v_p\frac{\partial v_p}{\partial r}+v_p\frac{\partial v'_p}{\partial r}+v'_p\frac{\partial v_p}{\partial r}+v'_p\frac{\partial v'_p}{\partial r}-\frac{1}{r}(w_p w_p+$$

$$\left.+w_p w'_p+w_p w'_p+w'_p w'_p)\right]=F_{ar}+F'_{ar}; \quad (9)$$

$$\rho_p\beta\left[u_p\frac{\partial w_p}{\partial z}+u_p\frac{\partial w'_p}{\partial z}+u'_p\frac{\partial w_p}{\partial z}+u'_p\frac{\partial w'_p}{\partial z}+\right.$$

$$+v_p\frac{\partial w_p}{\partial r}+v_p\frac{\partial w'_p}{\partial r}+v'_p\frac{\partial w_p}{\partial r}+v'_p\frac{\partial w'_p}{\partial r}+\frac{1}{r}(v_p w_p+$$

$$\left.+v_p w'_p+w_p v'_p+w'_p v'_p)\right]=F_{a\varphi}+F'_{a\varphi}; \quad (10)$$

$$\rho_p\beta\left(u_p\frac{\partial u_p}{\partial z}+u_p\frac{\partial u'_p}{\partial z}+u'_p\frac{\partial u_p}{\partial z}+u'_p\frac{\partial u'_p}{\partial z}+\right.$$

$$\left.+v_p\frac{\partial u_p}{\partial r}+v_p\frac{\partial u'_p}{\partial r}+v'_p\frac{\partial u_p}{\partial r}+v'_p\frac{\partial u'_p}{\partial r}\right)=$$

$$=F_{az}+F'_{az}-\rho_p g\beta. \quad (11)$$

Осредняя уравнения (9)—(11) с учетом $<w'_p>=<v'_p>=<u'_p>=w_p=w_g=0$, имеем:

$$\rho_p\beta\left[u_p\frac{\partial v_p}{\partial z}+\frac{\partial<u'_p v'_p>}{\partial z}+v_p\frac{\partial v_p}{\partial r}+\right.$$

$$\left.+\frac{\partial(r<v'_p v'_p>)}{r\partial r}-\frac{<w'_p w'_p>}{r}\right]=F_{ar}; \quad (12)$$

$$\rho_p\beta\left(\frac{\partial<u'_p w'_p>}{\partial z}+\frac{\partial(r<v'_p w'_p>)}{r\partial r}+\frac{1}{r}<w'_p v'_p>\right)=0; \quad (13)$$

$$\rho_p\beta\left(u_p\frac{\partial u_p}{\partial z}+\frac{\partial<u'_p u'_p>}{\partial z}+\right.$$

$$\left.+v_p\frac{\partial u_p}{\partial r}+\frac{\partial(r<u'_p v'_p>)}{r\partial r}\right)=F_{az}-\rho_p g\beta \quad (14)$$

[при преобразовании (12)—(14) используется пульсационное уравнение неразрывности. В зависимости от выбранной координаты (например φ) это уравнение предварительно умножается на пульсацию проекции вектора скорости частиц на эту ось, т. е. на величину w'_p, а затем осредняется].

Вычитая из актуальных уравнений (9)—(11) осредненные (12)—(14), получим уравнения для пульсационной скорости частиц вдоль продольной, радиальной и трансверсальной осей:

$$\rho_p\beta\left[u_p\frac{\partial v'_p}{\partial z}+u'_p\frac{\partial v_p}{\partial z}+u'_p\frac{\partial v'_p}{\partial z}+v_p\frac{\partial v'_p}{\partial r}+v'_p\frac{\partial v_p}{\partial r}+\right.$$

$$+v'_p\frac{\partial v'_p}{\partial r}-\frac{1}{r}w'_pw'_p-\frac{\partial<u'_pv'_p>}{\partial z}-$$

$$\left.-\frac{\partial(r<v'_pv'_p>)}{r\partial r}+\frac{1}{r}<w'_pw'_p>\right]=F'_{ar};\quad(15)$$

$$\rho_p\beta\left[u_p\frac{\partial w'_p}{\partial z}+u'_p\frac{\partial w'_p}{\partial z}+v_p\frac{\partial w'_p}{\partial r}+v'_p\frac{\partial w'_p}{\partial r}+\right.$$

$$+\frac{1}{r}(v_pw'_p+w'_pv'_p)-\frac{\partial<u'_pw'_p>}{\partial z}-$$

$$\left.-\frac{\partial(r<v'_pw'_p>)}{r\partial r}-\frac{1}{r}<w'_pv'_p>\right]=F'_{a\varphi};\quad(16)$$

$$\rho_p\beta\left[u_p\frac{\partial u'_p}{\partial z}+u'_p\frac{\partial u_p}{\partial z}+u'_p\frac{\partial u'_p}{\partial z}+v_p\frac{\partial u'_p}{\partial r}+v'_p\frac{\partial u_p}{\partial r}+\right.$$

$$\left.+v'_p\frac{\partial u'_p}{\partial r}-\frac{\partial<u'_pu'_p>}{\partial z}-\frac{\partial(r<u'_pv'_p>)}{r\partial r}\right]=F'_{az},\quad(17)$$

где

$$F'_{ar}=\frac{\rho_p\beta}{\tau}(v'_g-v'_p);\quad F'_{az}=\frac{\rho_p\beta}{\tau}(u'_g-u'_p);$$

$$F'_{a\varphi}=\frac{\rho_p\beta}{\tau}(w'_g-w'_p).\quad(18)$$

Для того чтобы получить уравнение переноса корреляционного момента $<u'_pv'_p>$, необходимо умножить уравнение (15) на величину u'_p, а уравнение (17) — на v'_p, а затем сложить полученные уравнения:

$$\rho_p\beta\left[u_p\frac{\partial u'_pv'_p}{\partial z}+v_p\frac{\partial u'_pv'_p}{\partial r}+u'_p\frac{\partial u'_pv'_p}{\partial z}+v'_p\frac{\partial u'_pv'_p}{\partial r}+\right.$$

$$+u'_pu'_p\frac{\partial v_p}{\partial z}+u'_pv'_p\frac{\partial u_p}{\partial z}-\frac{1}{r}u'_pw'_pw'_p+u'_pv'_p\frac{\partial v_p}{\partial r}+$$

$$+v'_pv'_p\frac{\partial u_p}{\partial r}-\frac{u'_p\partial<u'_pv'_p>}{\partial z}-\frac{v'_p\partial<u'_pu'_p>}{\partial z}-$$

$$-\frac{u'_p\partial(r<v'_pv'_p>)}{r\partial r}-\frac{v'_p\partial(r<u'_pv'_p>)}{r\partial r}+$$

$$\left.+\frac{1}{r}u'_p<w'_pw'_p>\right]=F'_{az}v'_p+F'_{ar}u'_p.\quad(19)$$

Преобразуем уравнение (19) с помощью выражений (18) и пульсационного уравнения неразрывности, предварительно умноженного на величину $u'_pv'_p$. Затем в полученном уравнении произведем осреднение. В приближении пограничного слоя на участке стабилизированного движения двухфазного потока уравнение переноса второго корреляционного момента $<u'_pv'_p>$ имеет вид:

$$\rho_p\beta\left(\frac{\partial(r<u'_pv'_pv'_p>)}{r\partial r}+<v'_pv'_p>\frac{\partial u_p}{\partial r}-\right.$$

$$\left.-\frac{1}{r}<u'_pw'_pw'_p>\right)=\frac{\rho_p\beta}{\tau}(<u'_pv'_g>+$$

$$+<u'_gv'_p>-2<u'_pv'_p>).\quad(20)$$

Подобным образом могут быть получены уравнения переноса для остальных искомых корреляций: $<u'_pw'_p>$, $<u'_pu'_p>$, $<v'_pv'_p>$, $<w'_pw'_p>$, $<w'_pv'_p>$. Приведем эти уравнения:

$$\rho_p\beta\left(\frac{\partial(r<w'_pv'_pu'_p>)}{r\partial r}+<w'_pv'_p>\times\right.$$

$$\left.\times\frac{\partial u_p}{\partial r}+\frac{1}{r}<w'_pv'_pu'_p>\right)=$$

$$=\frac{\rho_p\beta}{\tau}\left(<u'_pw'_g>+<u'_gw'_p>-2<u'_pw'_p>\right);\quad(21)$$

$$\rho_p\beta\left[-\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r<v'_pv'_pw'_p>)+\frac{1}{r}<w'_pw'_pw'_p>-\right.$$

$$\left.-\frac{1}{r}<v'_pv'_pw'_p>\right]+\frac{\beta\rho_p}{\tau}(<v'_gw'_p>+<v'_pw'_g>-$$

$$-2<w'_pv'_p>)=0;\quad(22)$$

$$\rho_p\beta\left[-\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r<v'_pv'_pv'_p>)+\frac{2}{r}<v'_pw'_pw'_p>\right]+$$

$$+\frac{2\beta\rho_p}{\tau}(<v'_pv'_g>-<v'_pv'_p>)+$$

$$+2\left\{\frac{\delta^2\rho_p}{6912\beta}\left(\frac{\partial u_p}{\partial r}\right)^2\left(\frac{1-K_n}{2}-\frac{1-K_\tau}{7}\right)^2-\right.$$

$$-C_1\rho_p\beta < v'_p v'_p > (1-K_n^2)\Big\} N = 0; \qquad (23)$$

$$\rho_p\beta\left[-\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r < v'_p w'_p w'_p >) - \frac{2}{r} < v'_p w'_p w'_p >\right] +$$

$$+\frac{2\beta\rho_p}{\tau}(< w'_p w'_g > - < w'_p w'_p >) +$$

$$+2\left\{\frac{\delta^2\rho_p}{6912\beta}\left(\frac{\partial u_p}{\partial r}\right)^2\left(\frac{1-K_n}{2} - \frac{1-K_\tau}{7}\right)^2 -\right.$$

$$\left. -C_2\rho_p\beta < w'_p w'_p > (1-K_n^2)\right\} N = 0; \; (K_n<0). \quad (24)$$

$$\rho_p\beta\left(\frac{\partial(r < u'_p u'_p v'_p >)}{r\partial r} + 2 < u'_p v'_p > \frac{\partial u_p}{\partial r}\right) =$$

$$= \frac{2\rho_p\beta}{\tau}(< u'_p u'_g > - < u'_p u'_p >) +$$

$$+2\left\{\frac{\delta^2\rho_p}{576\beta}\left(\frac{\partial u_p}{\partial r}\right)^2\left[\frac{(1-K_n)(1-K_\tau)}{14} + \frac{1}{3}\times\right.\right.$$

$$\left.\left.\times\left(\frac{1-K_n}{2} - \frac{1-K_\tau}{7}\right)^2\right] - C_3\rho_p\beta < u'_p u'_p > (1-K_n^2)\right\} N. \quad (25)$$

В уравнениях (23)—(25) фигурируют дополнительные слагаемые нетурбулентного происхождения (последние члены уравнений), которые описывают генерацию и диссипацию псевдотурбулентной энергии твердой фазы, обусловленные межчастичными столкновениями за счет их осредненного и пульсационного движения. Как отмечалось в работе [2], эти слагаемые не могут быть вычислены традиционными методами теории турбулентности, так как пульсации, связанные с межчастичными столкновениями, зависят в основном от случайного положения единичного вектора, направленного вдоль линии удара. Поэтому для их определения использовалась специально разработанная методика расчета, основанная на анализе динамики процесса соударений [2].

Смешанные корреляционные моменты второго порядка, присутствующие в уравнениях (20)—(25), определяются через корреляции несущего потока в локально-однородном приближении в соответствии с рекомендациями [1].

Для замыкания приведенной системы уравнений необходимо вычислить третьи коре-ляционные моменты, фигурирующие в уравнениях (20)—(25). Для этого построим уравнения переноса искомых корреляционных моментов. Проиллюстрируем вывод этих уравнений на примере уравнения переноса третьего момента $< w'_p v'_p u'_p >$. Умножим пульсационное уравнение (19) на величину w'_p, а уравнение (16) — на $u'_p v'_p$ и сложим полученные уравнения:

$$\rho_p\beta\left[u_p\frac{\partial w'_p v'_p u'_p}{\partial z} + v_p\frac{\partial w'_p v'_p u'_p}{\partial r} + u'_p\frac{\partial w'_p v'_p u'_p}{\partial z} +\right.$$

$$+v'_p\frac{\partial w'_p v'_p u'_p}{\partial r} + w'_p v'_p u'_p\frac{\partial u_p}{\partial z} + v'_p v'_p w'_p\frac{\partial u_p}{\partial r} +$$

$$+u'_p u'_p w'_p\frac{\partial v_p}{\partial z} + w'_p v'_p u'_p\frac{\partial v_p}{\partial r} - \frac{w'_p w'_p w'_p u'_p}{r} +$$

$$+\frac{u'_p w'_p < w'_p w'_p >}{r} + \frac{v_p w'_p v'_p u'_p}{r} + \frac{v'_p v'_p u'_p w'_p}{r} -$$

$$-\frac{< w'_p v'_p > u'_p v'_p}{r} - \frac{w'_p v'_p \partial < u'_p u'_p >}{\partial z} -$$

$$-\frac{w'_p v'_p \partial(r < u'_p v'_p >)}{r\partial r} - \frac{u'_p w'_p \partial < u'_p v'_p >}{\partial z} -$$

$$-\frac{u'_p w'_p \partial(r < v'_p v'_p >)}{r\partial r} - \frac{u'_p v'_p \partial < u'_p w'_p >}{\partial z} -$$

$$\left.-\frac{u'_p v'_p \partial(r < w'_p v'_p >)}{r\partial r}\right] = F'_{az}w'_p v'_p + F'_{ar}u'_p w'_p + F'_{a\varphi}u'_p v'_p. \quad (26)$$

Преобразуем полученное уравнение с помощью выражений (18) и пульсационного уравнения неразрывности, предварительно умноженного на величину $w'_p v'_p u'_p$. Затем в преобразованном уравнении произведем осреднение. Пренебрегая смешанными третьими корреляционными моментами в приближении пограничного слоя на участке стабилизированного движения газовзвеси, запишем уравнение переноса искомой величины $< w'_p v'_p u'_p >$:

$$\rho_p\beta\left[\frac{\partial(r < v'_p w'_p v'_p u'_p >)}{r\partial r} + < v'_p v'_p w'_p > \frac{\partial u_p}{\partial r} -\right.$$

$$-\frac{< w'_p w'_p w'_p u'_p >}{r} + \frac{< u'_p w'_p > < w'_p w'_p >}{r} +$$

$$+\frac{< v'_p w'_p v'_p u'_p >}{r} - \frac{< w'_p v'_p > < u'_p v'_p >}{r} -$$

$$-\frac{< w'_p v'_p > \partial(r < u'_p v'_p >)}{r\partial r} - \frac{< u'_p w'_p > \partial(r < v'_p v'_p >)}{r\partial r} -$$

$$\left.-\frac{< u'_p v'_p > \partial(r < w'_p v'_p >)}{r\partial r}\right] = -\frac{3}{\tau} < w'_p v'_p u'_p >. \quad (27)$$

В уравнении (27) присутствуют четвертые корреляционные моменты, которые могут быть выражены подобно [3]:

$$< v'_p w'_p v'_p u'_p > = 2 < w'_p v'_p > < u'_p v'_p > +$$

$$+ < v'_p v'_p > < u'_p w'_p >; \qquad (28)$$

$$\langle w'_p w'_p w'_p u'_p \rangle = 3 \langle w'_p w'_p \rangle \langle u'_p w'_p \rangle . \quad (29)$$

Подставляя (28) и (29) в (27), после несложных преобразований будем иметь:

$$\langle w'_p v'_p u'_p \rangle = -\tau \Bigg[\frac{\langle w'_p v'_p \rangle \partial \langle u'_p v'_p \rangle}{3\partial r} + \frac{\langle u'_p v'_p \rangle \partial \langle w'_p v'_p \rangle}{3\partial r} + \frac{\langle v'_p v'_p \rangle \partial \langle u'_p w'_p \rangle}{3\partial r} + \frac{\langle v'_p v'_p w'_p \rangle \partial u_p}{3\partial r} - \frac{2 \langle w'_p w'_p \rangle \langle u'_p w'_p \rangle}{3r} + \frac{\langle v'_p v'_p \rangle \langle u'_p w'_p \rangle}{3r} + \frac{\langle w'_p v'_p \rangle \langle u'_p v'_p \rangle}{3r} \Bigg] . \quad (30)$$

Подобным образом могут быть получены алгебраические выражения для остальных искомых корреляций. Приведем окончательный вид этих выражений:

$$\langle u'_p w'_p w'_p \rangle = -\tau \Bigg[\frac{\langle u'_p v'_p \rangle \partial \langle w'_p w'_p \rangle}{3\partial r} + \frac{2 \langle w'_p v'_p \rangle \partial \langle u'_p w'_p \rangle}{3\partial r} + \frac{\langle v'_p w'_p w'_p \rangle \partial u_p}{3\partial r} + \frac{2 \langle u'_p v'_p \rangle \langle w'_p w'_p \rangle}{3r} + \frac{2 \langle w'_p v'_p \rangle \langle u'_p w'_p \rangle}{3r} \Bigg]; \quad (31)$$

$$\langle u'_p v'_p v'_p \rangle = -\tau \Bigg[\frac{\langle u'_p v'_p \rangle \partial \langle v'_p v'_p \rangle}{3\partial r} + \frac{2 \langle v'_p v'_p \rangle \partial \langle u'_p v'_p \rangle}{3\partial r} + \frac{\langle v'_p v'_p v'_p \rangle \partial u_p}{3\partial r} - \frac{4 \langle w'_p v'_p \rangle \langle u'_p w'_p \rangle}{3r} \Bigg]; \quad (32)$$

$$\langle u'_p u'_p v'_p \rangle = -\tau \Bigg[\frac{2 \langle u'_p v'_p \rangle \partial \langle u'_p v'_p \rangle}{3\partial r} + \frac{\langle v'_p v'_p \rangle \partial \langle u'_p u'_p \rangle}{3\partial r} + \frac{2 \langle u'_p v'_p v'_p \rangle \partial u_p}{3\partial r} - \frac{2 \langle u'_p w'_p \rangle^2}{3r} \Bigg]; \quad (33)$$

$$\langle v'_p v'_p v'_p \rangle = -\tau \left[\langle v'_p v'_p \rangle \frac{\partial}{\partial r} \langle v'_p v'_p \rangle - \frac{2 \langle w'_p v'_p \rangle^2}{r} \right]; \quad (34)$$

$$\langle w'_p w'_p w'_p \rangle = -\tau \left[\langle w'_p v'_p \rangle \frac{\partial}{\partial r} \langle w'_p w'_p \rangle + \frac{2 \langle w'_p v'_p \rangle \langle w'_p w'_p \rangle}{r} \right]; \quad (35)$$

$$\langle v'_p v'_p w'_p \rangle = -\tau \Bigg[\frac{2 \langle v'_p v'_p \rangle}{3} \frac{\partial}{\partial r} \langle w'_p v'_p \rangle + \frac{2 \langle v'_p v'_p \rangle \langle w'_p v'_p \rangle}{3r} + \frac{\langle w'_p v'_p \rangle}{3} \frac{\partial}{\partial r} \langle v'_p v'_p \rangle - \frac{4 \langle w'_p v'_p \rangle \langle w'_p w'_p \rangle}{3r} \Bigg]; \quad (36)$$

$$\langle v'_p w'_p w'_p \rangle = -\tau \Bigg[\frac{\langle v'_p v'_p \rangle}{3} \frac{\partial}{\partial r} \langle w'_p w'_p \rangle + \frac{2 \langle w'_p v'_p \rangle}{3} \frac{\partial}{\partial r} \langle w'_p v'_p \rangle - \frac{2 \langle w'_p w'_p \rangle^2}{3r} + \frac{2 \langle v'_p v'_p \rangle \langle w'_p w'_p \rangle}{3r} + \frac{2 \langle w'_p v'_p \rangle^2}{3r} \Bigg] . \quad (37)$$

Подставляя (30)—(37) в уравнения (20)—(25), получим окончательный вид уравнений переноса вторых корреляционных моментов.

Уравнение переноса величины $\langle u'_p v'_p \rangle$:

$$\rho_p \beta \Bigg[-\frac{2\partial}{3r\partial r} \left(r\tau \langle v'_p v'_p \rangle \frac{\partial}{\partial r} \langle u'_p v'_p \rangle \right) - \frac{\partial}{3r\partial r} \left(r\tau \langle u'_p v'_p \rangle \frac{\partial}{\partial r} \langle v'_p v'_p \rangle \right) - \frac{\partial}{3r\partial r} \left(r\tau \langle v'_p v'_p v'_p \rangle \frac{\partial u_p}{\partial r} \right) + \frac{4\partial}{3r\partial r} \times$$

$$\times (\tau \langle w'_p v'_p \rangle \langle u'_p w'_p \rangle) + \langle v'_p v'_p \rangle \frac{\partial u_p}{\partial r} + \frac{\tau \langle u'_p v'_p \rangle \partial}{3r\partial r} \langle w'_p w'_p \rangle + \frac{2\tau \langle w'_p v'_p \rangle \partial}{3r\partial r} \langle u'_p w'_p \rangle + \frac{\tau \langle v'_p w'^2_p \rangle \partial u_p}{3r\partial r} + \frac{2\tau \langle u'_p v'_p \rangle \langle w'_p w'_p \rangle}{3r^2} + \frac{2\tau \langle w'_p v'_p \rangle \langle u'_p w'_p \rangle}{3r^2} \Bigg] = \frac{\rho_p \beta}{\tau} \times$$

$$\times \left(\langle u'_p v'_g \rangle + \langle u'_g v'_p \rangle - 2 \langle u'_p v'_p \rangle \right) . \quad (38)$$

Уравнение переноса величины $\langle u'_p w'_p \rangle$:

$$\rho_p\beta\left[-\frac{\partial}{3r\partial r}\left(r\tau<v'_pv'_p>\frac{\partial}{\partial r}<u'_pw'_p>\right)-\right.$$

$$-\frac{\partial}{3r\partial r}\left(r\tau<w'_pv'_p>\frac{\partial}{\partial r}<u'_pv'_p>\right)-$$

$$-\frac{\partial}{3r\partial r}\left(r\tau<u'_pv'_p>\frac{\partial}{\partial r}<w'_pv'_p>\right)-\frac{\partial}{3r\partial r}\times$$

$$\times\left(r\tau<v'_pv'_pw'_p>\frac{\partial u_p}{\partial r}\right)+\frac{2\partial}{3r\partial r}(\tau<w'_pw'_p><u'_pw'_p>)-$$

$$-\frac{\partial}{3r\partial r}(\tau<v'_pv'_p><u'_pw'_p>)-\frac{\partial}{3r\partial r}\times$$

$$\times(\tau<w'_pv'_p><u'_pv'_p>)+<w'_pv'_p>\frac{\partial u_p}{\partial r}-$$

$$-\frac{\tau<w'_pv'_p>\partial}{3r\partial r}<u'_pv'_p>-\frac{\tau<u'_pv'_p>\partial}{3r\partial r}<w'_pv'_p>-$$

$$-\frac{\tau<v'_pv'_p>\partial}{3r\partial r}<u'_pw'_p>-\frac{\tau<v'_pv'_pw'_p>\partial u_p}{3r\partial r}+$$

$$+\frac{2\tau<w'_pw'_p><u'_pw'_p>}{3r^2}-\frac{\tau<v'_pv'_p><u'_pw'_p>}{3r^2}-$$

$$\left.-\frac{\tau<w'_pv'_p><u'_pv'_p>}{3r^2}\right]=\frac{\rho_p\beta}{\tau}\times$$

$$\times\left(<u'_pw'_g>+<u'_gw'_p>-2<u'_pw'_p>\right). \quad (39)$$

Уравнение переноса величины $<u'_pu'_p>$:

$$\rho_p\beta\left[-\frac{\partial}{6r\partial r}\left(r\tau<v'_pv'_p>\frac{\partial}{\partial r}<u'_pu'_p>\right)-\frac{\partial}{3r\partial r}\times\right.$$

$$\times\left(r\tau<u'_pv'_p>\frac{\partial}{\partial r}<u'_pv'_p>\right)-\frac{\partial}{3r\partial r}\left(r\tau<u'_pv'^2_p>\frac{\partial u_p}{\partial r}\right)+$$

$$\left.+\frac{\partial}{3r\partial r}(\tau<u'_pw'_p>^2)+<u'_pv'_p>\frac{\partial u_p}{\partial r}\right]=$$

$$=\frac{\rho_p\beta}{\tau}\left(<u'_pu'_g>-<u'_pu'_p>\right)+\left\{\frac{\delta^2\rho_p}{576\beta}\left(\frac{\partial u_p}{\partial r}\right)^2\times\right.$$

$$\times\left[\frac{(1-K_n)(1-K_\tau)}{14}+\frac{1}{3}\left(\frac{1-K_n}{2}-\frac{1-K_\tau}{7}\right)^2\right]-$$

$$\left.-C_3\rho_p\beta<u'_pu'_p>(1-K_n^2)\right\}N. \quad (40)$$

Уравнение переноса величины $<v'_pv'_p>$:

$$\rho_p\beta\left[\frac{\partial}{r\partial r}\left(r\tau<v'_pv'_p>\frac{\partial}{\partial r}<v'_pv'_p>\right)-\frac{2}{r}\frac{\partial}{\partial r}(\tau<w'_pv'_p>^2)-\right.$$

$$-\frac{2\tau<v'_pv'_p>}{3r}\frac{\partial}{\partial r}<w'_pw'_p>-\frac{4\tau<w'_pv'_p>}{3r}\frac{\partial}{\partial r}<w'_pv'_p>+$$

$$\left.+\frac{4\tau<w'_pw'_p>^2}{3r^2}-\frac{4\tau<v'_pv'_p><w'_pw'_p>}{3r^2}-\frac{4\tau<w'_pv'_p>^2}{3r^2}\right]+$$

$$+\frac{2\rho_p\beta}{\tau}(<v'_pv'_g>-<v'_pv'_p>)+$$

$$+2\left\{\frac{\delta^2\rho_p}{6912\beta}\left(\frac{\partial u_p}{\partial r}\right)^2\left(\frac{1-K_n}{2}-\frac{1-K_\tau}{7}\right)^2-\right.$$

$$\left.-C_1\rho_p\beta<v'_pv'_p>(1-K_n^2)\right\}N=0. \quad (41)$$

Уравнение переноса величины $<w'_pw'_p>$:

$$\rho_p\beta\left[\frac{\partial}{3r\partial r}\left(r\tau<v'_pv'_p>\frac{\partial}{\partial r}<w'^2_p>\right)+\frac{2\partial}{3r\partial r}\times\right.$$

$$\times\left(r\tau<w'_pv'_p>\frac{\partial}{\partial r}<w'_pv'_p>\right)-\frac{2}{3r}\frac{\partial}{\partial r}(\tau<w'_pw'_p>^2)+$$

$$+\frac{2}{3r}\frac{\partial}{\partial r}(\tau<v'_pv'_p><w'_pw'_p>)+\frac{2}{3r}\frac{\partial}{\partial r}\times$$

$$\times(\tau<w'_pv'_p>^2)+\frac{2\tau<v'_pv'_p>}{3r}\frac{\partial}{\partial r}<w'_pw'_p>+$$

$$+\frac{4\tau<w'_pv'_p>}{3r}\frac{\partial}{\partial r}<w'_pv'_p>-\frac{4\tau<w'_pw'_p>^2}{3r^2}+$$

$$\left.+\frac{4\tau<v'_pv'_p><w'_pw'_p>}{3r^2}+\frac{4\tau<w'_pv'_p>^2}{3r^2}\right]+\frac{2\rho_p\beta}{\tau}\times$$

$$\times(<w'_pw'_g>-<w'_pw'_p>)+2\left\{\frac{\delta^2\rho_p}{6912\beta}\left(\frac{\partial u_p}{\partial r}\right)^2\times\right.$$

$$\times\left(\frac{1-K_n}{2}-\frac{1-K_\tau}{7}\right)^2-C_2\rho_p\beta<w'_pw'_p>\times$$

$$\left.\times(1-K_n^2)\right\}N=0. \quad (42)$$

Уравнение переноса величины $<w'_pv'_p>$:

$$\rho_p\beta\left[\frac{2\partial}{3r\partial r}\left(r\tau<v'_pv'_p>\frac{\partial}{\partial r}<w'_pv'_p>\right)+\right.$$

$$+\frac{2}{3r}\frac{\partial}{\partial r}(\tau<v'_pv'_p><w'_pv'_p>)+\frac{\partial}{3r\partial r}\times$$

$$\times\left(r\tau<w'_pv'_p>\frac{\partial}{\partial r}<v'_pv'_p>\right)-\frac{4}{3r}\frac{\partial}{\partial r}\times$$

$$\times(\tau<w'_pv'_p><w'^2_p>)-\frac{\tau<w'_pv'_p>}{r}\frac{\partial}{\partial r}<w'_pw'_p>-$$

$$-\frac{2\tau <w'_pv'_p> <w'_pw'_p>}{r^2}+\frac{2\tau <v'_pv'_p>}{3r}\frac{\partial}{\partial r}<w'_pv'_p>+$$

$$+\frac{2\tau <v'_pv'_p><w'_pv'_p>}{3r^2}+\frac{\tau <w'_pv'_p>}{3r}\frac{\partial}{\partial r}<v'_pv'_p>-$$

$$\left.-\frac{4\tau <w'_pv'_p><w'_pw'_p>}{3r^2}\right]+\frac{\rho_p\beta}{\tau}(<v'_gw'_p>+$$

$$+<v'_pw'_g> -2<w'_pv'_p>)=0. \qquad (43)$$

Таким образом, построенная стационарная изотермическая система осредненных дифференциальных уравнений, описывающая поведение двухфазного потока, позволяет получить детальную информацию о структуре турбулентного течения газовзвеси. Граничные условия к дифференциальным уравнениям для осредненных и пульсационных характеристик двухфазной смеси и численные результаты расчетов приведены во второй части настоящей работы.

Обозначения

B — расход, кг/ч;
C_1, C_2, C_3 — эмпирические постоянные;
F — сила, кг/(с^2·м^2);
g — ускорение свободного падения, м/с^2;
K — коэффициент восстановления скорости при ударе;
k — кинетическая пульсационная энергия, м^2/с^2;
N — частота ударов, 1/с;
P — давление газа, Н/м^2;
R — радиус канала, м;
r, z, φ — радиальная, продольная и трансверсальная координаты, м;
Re — критерий Рейнольдса;
u, v, w — осредненные составляющие вектора скорости, м/с;
β — истинная объемная концентрация частиц;
δ — диаметр частицы, м;
ε — диссипация пульсационной энергии, м^2/с^3;
η — кинематическая вязкость, м^2/с;
ρ — плотность, кг/м^3;
σ — эмпирическая постоянная;
τ — время динамической релаксации, с;
Γ_p — генерация турбулентной энергии газа в следах за частицами, кг/(с^3 · м);

Индексы нижние:

a — величина относится к силе аэродинамического сопротивления частицы;
g — величина относится к газу;
k — величина относится к пульсационной энергии газа;
n — величина относится к коэффициенту восстановления нормальной составляющей скорости при ударе;
p — величина относится к частицам;
t — величина относится к пульсациям;
r, z, φ — величины относятся к радиальной, продольной и трансверсальной оси;
τ — величина относится к коэффициенту восстановления тангенциальной составляющей скорости при ударе.

Индексы верхние:

/ — величина относится к пульсационной составляющей при временном осреднении;
<> — величина относится к осреднению по времени;
^ — величина относится к актуальным значениям.

Литература

1. *Шрайбер А. А., Гавин Л. Б., Наумов В. А., Яценко В. П.* Турбулентные течения газовзвеси. — Киев: Наукова думка, 1987. — 240 с.
2. *Рохман Б. Б., Шрайбер А. А.* Математическое моделирование аэродинамики и физико-химических процессов в надслоевом пространстве топки с циркулирующим кипящим слоем// Инж.-физ. журнал. 1993. Т. 65. № 5. С. 521—526; 1994. V. 66. № 2. С. 159—167.
3. *Hanjalic K., Launder B. E.* A Reynolds stress model of turbulence and its application to thin shear flows// J. Fluid. Mech. 1972. V. 52. № 4. P. 609—638.

Статья поступила в редакцию 4 мая 2005 г.

On transfer equations for the correlation moments of velocities fluctuations of the disperse phase on stabilized part of the axially symmetrical two phase stream

Part I. Equations for the second moments. Algebraic ratio for the third correlations

B. B. Rokhman
Institute for Carbon Energy Technologies, Kiev, Ukraine

We propose a model of the motion of gas and monodisperse particles at the stabilized part of a pipe. Interphase and interparticle interaction, influence of the channel wall and mass forces are

taken into account. On the basis of the developed design procedure, a chain of transfer equations for the second correlation moments and algebraic expressions for the third moments of fluctuation characteristics of the disperse phase velocities in an anisotropic energy field of chaotic particles motion is obtained.

УДК 533.915 + 533.6.078

Получение энергии оптического излучения в баллистических устройствах сжатия для систем лазерной накачки

Д. Б. Волов
Самарская Государственная академия путей сообщения, г. Самара, Россия

Рассмотрен способ получения энергии излучения, основанный на сжатии и нагреве газа в баллистическом устройстве. Указано, что адиабатическое сжатие для получения энергии оптического излучения неэффективно. Рассмотрены режимы неизоэнтропического сжатия в двухстадийном баллистическом плазмотроне. Показано, что в условиях недостатка энергоресурсов, повышенных требований к габаритным размерам и массе изделия данный способ получения энергии излучения может составить конкуренцию ламповым системам накачки.

Традиционные системы лазерной накачки позволяют достичь высоких КПД и обеспечивают надежную работу системы в целом. При энергиях в импульсе, используемых в промышленности, бесспорным является преимущество ламповых систем накачки твердотельных лазеров перед другими. Но попытки дальнейшего увеличения энергии накачки встречают дополнительные трудности: эксплуатационные характеристики падают, и с определенного значения вкладываемой энергии устройство перестает соответствовать требованиям по массе, габаритным размерам и возможностям технической реализации.

При расширении диапазона используемых энергий в импульсе в целях снижения металлоемкости интересным представляется поиск новых, нетрадиционных источников оптического излучения. В качестве одного из них предлагается устройство, преобразующее энергию сжатого газа в излучение [1]. Сжатие газа происходит в баллистических установках. Как будет показано ниже, вкладывание больших энергий в подобных системах приводит к большим энергиям излучения, в то время как количество безызлучательных потерь остается на прежнем уровне. При правильном подборе геометрии и режима работы излучательные промежуточные потери минимизируются, т. е. оптический КПД, определенный как количество полезной энергии излучения, отнесенной к вкладываемой энергии, при увеличении энергоемкости возрастает. Кроме того, и при энергиях в лазерном импульсе порядка 10 Дж существуют области применения, в которых КПД уходит на второй план, а главными критериями выбора могут быть масса, габаритные размеры, простота или автономность работы.

При работе такой оптико-баллистической установки исходная энергия — энергия сжатого компрессором толкающего газа или химическая энергия порохового заряда — преобразуется в излучение. Необходимыми элементами устройства являются ствол с заглушенным торцом и поршень (система поршней). Перед стволом находится камера низкого давления с толкающим газом, а за стволом — камера высокого давления (оптическая камера).

Пусть первоначально в камере низкого давления запасена энергия, равная внутренней энергии толкающего газа:

$$E_1 = \frac{p_0 V_0}{(\gamma_0 - 1)},$$

где γ_0 — показатель адиабаты толкающего газа;
V_0 — объем камеры низкого давления;
p_0 — начальное давление толкающего газа.

При осуществлении выстрела 2—3 % энергии идет на запуск основного клапана [1], а основная ее часть переходит в кинетическую энергию поршней. В процессе сжатия газа она преобразуется во внутреннюю энергию рабочего газа. Если энергия, переданная рабочему газу, достаточно высока, то по достижении некоторой пороговой температуры начинается интенсивный процесс ионизации газа. При увеличении энерговклада растет внутренняя энергия рабочего газа, а следовательно, и температура.

Однако при дальнейшем увеличении E_1 все большая ее часть расходуется на ионизацию, и рост температуры замедляется. По окончании процесса сжатия при высоких температурах начинают преобладать процессы рекомбинации, сопровождающиеся испусканием фотонов. Как показывают эксперименты [2, 3], при $T \approx 10^4$ К до 40 % внутренней энергии идет в излучение, поэтому на выходе из импульсной установки имеем энергию