

Математическое моделирование процессов газообмена двигателя внутреннего сгорания

С. П. Калугин, В. Н. Балабин

Московский государственный университет путей сообщения, Москва, Россия

Рассмотрены актуальные вопросы расчета процессов газообмена в цилиндрах транспортных двигателей внутреннего сгорания (ДВС) с традиционным типом механического привода и альтернативными электрогидравлическим и электромагнитным приводом клапанов газораспределения. Составлены и приведены подробные математические модели, учитывающие все основные явления, происходящие при газообмене. Процесс газообмена представлен в виде перетекания газов по нескольким резервуарам, связанным трубопроводами. Совместное решение уравнений энергии, уравнений переноса массы и уравнений смешения дает искомые температуры и давления, а также состав газовой смеси в цилиндре ДВС. Это позволяет найти затраты энергии на привод клапанов газораспределения, а также более точно вычислять коэффициент наполнения и индикаторную мощность двигателя. Таким образом, определяется важнейшая характеристика газообмена — зависимость коэффициента остаточных газов от коэффициента избытка продувочного воздуха. Однако система нелинейных дифференциальных уравнений имеет шестой порядок, а в случае электромагнитного привода — двенадцатый порядок, что может приводить к потере численной устойчивости. Решение данной задачи позволяет повысить точность инженерных расчетов при проектировании ДВС и агрегатов наддува, а также может быть использовано при разработке бортовых систем оптимального управления транспортными двигателями. Совокупное использование упомянутых выше технических решений и математической модели газообмена позволит реально прогнозировать повышение топливной экономичности двигателей и снижение эмиссии вредных веществ с выпускными газами в эксплуатации.

© Калугин С. П., Балабин В. Н., 2007

Требования к характеристикам транспортных ДВС постоянно меняются. В течение многих лет на первом плане было повышение цилиндровой мощности и КПД с одновременным снижением удельных показателей расхода топлива и масла. Позднее добавились другие требования — это снижение вредных выбросов и уровня шума. Именно экологические показатели с середины 90-х годов прошлого века в России стали приоритетными, особенно для дизелей нового поколения.

Совершенствование транспортных ДВС необходимо вести по двум основным направлениям:

- улучшение процессов сгорания топлива на частичных нагрузках и переходных режимах;
- оптимизация процессов газообмена с использованием механизмов газораспределения нового поколения.

Традиционные типы механического привода клапанов (МПК) газораспределения ограничивают возможности форсирования дизелей по частоте вращения и снижают моторесурс.

Многочисленные исследования свидетельствуют, что изменением фаз газораспределения (ФГР) можно значительно улучшить технико-экономические показатели транспортных двигателей, расширить ассортимент используемых топлив, снизить жесткость рабочего процесса и, что самое главное, токсичность выпускных газов.

Расчет оптимальных фаз газораспределения ФГР при создании систем автоматического управления клапанами газораспределения с электромагнитным

(ЭМПК) или электрогидравлическим приводом (ЭГПК) клапана должен базироваться на математической модели процессов газообмена. Однако до настоящего времени математические модели строились с использованием многочисленных допущений ввиду чрезвычайной сложности задачи. В частности, не учитывались некоторые термодинамические эффекты при продувке, локальные изменения свойств газов и т. д.

Составим более подробную математическую модель, т. е. запишем систему уравнений, учитывающих все основные явления, происходящие при газообмене. Поскольку для решения системы уравнений предполагается применять компьютер, не будем добиваться получения аналитического решения, но будем рассматривать задачу с несколькими уровнями упрощения. Это значительно облегчит контроль правильности машинного решения.

Процесс газообмена можно рассматривать как процесс перетекания газов в системе из нескольких резервуаров, связанных трубопроводами, причем начальные давления (а также, возможно, и другие параметры) различны. Для уяснения сути метода рассмотрим простейшую задачу о перетекании газа в системе из двух резервуаров, решение которой хорошо известно [1], затем же применим этот метод для процесса газообмена в ДВС.

Введем следующие безразмерные коэффициенты:

$$\frac{C_p}{C_v} = k \quad \text{— показатель адиабаты;}$$

$$\frac{m_{02}}{m_{01}} = \varepsilon \quad \text{— коэффициент начального распределения масс.}$$

деления масс.

Процесс перетекания будем характеризовать безразмерной переменной

$$\frac{\Delta m}{m_{02}} = \eta.$$

Пусть имеются два резервуара, объемы которых заданы (причем один из объемов может быть бесконечно велик). Схема моделирования процессов газообмена между двумя резервуарами показана на рис. 1, а.

$$m_1 = m_{01} + \Delta m \quad \text{— для первого резервуара;}$$

$$m_2 = m_{02} - \Delta m \quad \text{— для второго резервуара;}$$

$$m_{01} + m_{02} = m_1 + m_2 \quad \text{— для системы.}$$

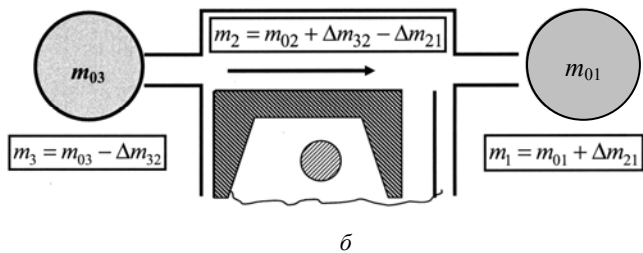
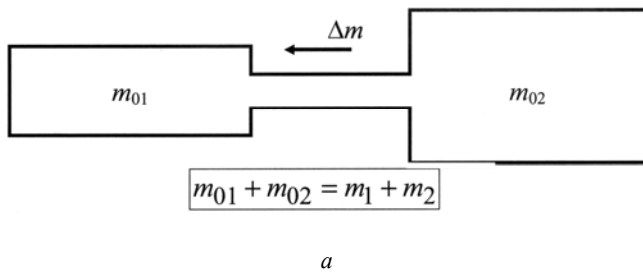


Рис. 1. Схема моделирования процессов газообмена между: а — двумя резервуарами; б — воздушным ресивером, цилиндром и выхлопным коллектором

Текущие значения масс газа m_1 и m_2 являются переменными величинами и функциями времени. Однако при отсутствии теплообмена параметры газа будут зависеть только от переменной η , а скорость процесса не будет оказывать никакого влияния. Начальные значения масс газа m_{01} и m_{02} , естественно, являются постоянными для конкретной задачи.

Запишем уравнения сохранения энергии для каждого резервуара:

$$U_{01} + \int di = U_1;$$

$$U_2 - \int di = U_2,$$

где введены обозначения термодинамических функций: U — для внутренней энергии газа; i — для энтальпии (теплосодержания), поскольку именно энтальпия переносится с массой.

Первое начало термодинамики в дифференциальной форме с учетом введенных обозначений принимает вид

$$dQ = dU + pdV = di - Vdp,$$

где dQ — изменение теплоты в потоке газа вследствие взаимодействия с окружающей средой.

Поскольку

$$U = c_V T;$$

$$i = c_p T,$$

уравнения сохранения энергии примут вид

$$m_{01}c_V T_{01} + \int_0^{\Delta m} c_p T_2(\Delta m)dm = m_1c_V T_1,$$

$$m_{02}c_V T_{02} - \int_0^{\Delta m} c_p T_2(\Delta m)dm = m_2c_V T_2.$$

Складывая их, получим уравнение теплового баланса:

$$m_{01}c_V T_{01} + m_{02}c_V T_{02} = m_1c_V T_1 + m_2c_V T_2.$$

Здесь и далее мы пренебрегаем кинетической энергией газовых вихрей в резервуарах.

Сокращая теплоемкость и подставляя безразмерные переменные, получим:

$$T_{01} + \varepsilon T_{02} = (1 + \varepsilon\eta)T_1 + \varepsilon(1 - \eta)T_2.$$

Далее запишем уравнения сохранения энергии в дифференциальной форме

$$\begin{cases} c_p T_2 dm = d(m_1 c_V T_1), \\ -c_p T_2 dm = d(m_2 c_V T_2). \end{cases}$$

Раскрыв скобки в правых частях по правилу дифференцирования сложных функций, получим:

$$\begin{cases} c_p T_2 dm = c_V (m_1 dT_1 + T_1 dm_1), \\ -c_p T_2 dm = c_V (m_2 dT_2 + T_2 dm_2). \end{cases}$$

Запишем систему уравнений через безразмерные переменные

$$\begin{cases} k\varepsilon T_2 d\eta = \varepsilon T_1 d\eta + (1 + \varepsilon\eta)dT_1, \\ -k\varepsilon T_2 d\eta = \varepsilon(1 - \eta)dT_2 - \varepsilon T_2 d\eta. \end{cases} \quad (1)$$

Из второго уравнения системы (1) получим:

$$(k - 1) \frac{d\eta}{\eta - 1} = -\frac{dT_2}{T_2}.$$

Решая данное дифференциальное уравнение с соответствующими начальными условиями, находим одну из искоемых функций:

$$T_2(\eta) = T_{02}(1 - \eta)^{k-1}.$$

Вторую искомую функцию можно найти двумя способами: подставляя найденную функцию в первое

уравнение системы или в уравнение баланса теплоты. Второй способ проще, так как не требует решения дифференциального уравнения.

После преобразований получим

$$T_1(\eta) = \frac{T_{01} + \varepsilon T_{02}(1 - (1 - \eta)^{k-1})}{1 + \varepsilon\eta}.$$

Задачу для трех резервуаров, каковыми являются впускной коллектор (с индексом 3), пространство цилиндра (с индексом 2) и выпускной коллектор (с индексом 1), будем решать по аналогии. Вначале примем объем цилиндра постоянным и теплоемкости газов одинаковыми.

Схема моделирования процессов газообмена между воздушным ресивером, цилиндром и выхлопным коллектором представлена на рис. 1, б,

На первом этапе принимаем объем цилиндра постоянным и теплоемкости газов одинаковыми.

Коэффициенты ε и η будем снабжать двойными индексами

$$\varepsilon_{32} = \frac{m_{03}}{m_{02}}; \quad \varepsilon_{21} = \frac{m_{02}}{m_{01}};$$

$$\eta_{32} = \frac{\Delta m_{32}}{m_{03}}; \quad \eta_{21} = \frac{\Delta m_{21}}{m_{02}}.$$

Уравнения сохранения массы запишутся в виде:

$$m_1 = m_{01} + \Delta m_{21};$$

$$m_2 = m_{02} + \Delta m_{32} - \Delta m_{21};$$

$$m_3 = m_{03} - \Delta m_{32};$$

$$m_{01} + m_{02} + m_{03} = m_1 + m_2 + m_3.$$

Уравнения сохранения энергии запишутся в виде:

$$m_{01}c_V T_{01} + \int_0^{\Delta m_{21}} c_p T_2(\Delta m) dm_{21} = m_1 c_V T_1;$$

$$m_{02}c_V T_{02} - \int_0^{\Delta m_{21}} c_p T_2(\Delta m) dm_{21} +$$

$$+ \int_0^{\Delta m_{32}} c_p T_3(\Delta m) dm_{32} = m_2 c_V T_2;$$

$$m_{03}c_V T_{03} - \int_0^{\Delta m_{32}} c_p T_3(\Delta m) dm_{32} = m_3 c_V T_3.$$

Уравнение баланса теплоты будет иметь вид

$$m_{01}c_V T_{01} + m_{02}c_V T_{02} + m_{03}c_V T_{03} = m_1 c_V T_1 + m_2 c_V T_2 + m_3 c_V T_3$$

или с использованием безразмерных переменных:

$$T_{01} + \varepsilon_{21} T_{02} + \varepsilon_{21} \varepsilon_{32} T_{03} = (1 + \varepsilon_{21} \eta_{21}) T_1 + \varepsilon_{21} (1 - \eta_{21} + \varepsilon_{32} \eta_{32}) T_2 + \varepsilon_{21} \varepsilon_{32} (1 - \eta_{32}) T_3.$$

Далее запишем систему уравнений сохранения энергии в дифференциальной форме:

$$\begin{cases} c_p T_2 dm_{21} = d(m_1 c_V T_1), \\ c_p T_3 dm_{32} - c_p T_2 dm_{21} = d(m_2 c_V T_2), \\ -c_p T_3 dm_{32} = d(m_3 c_V T_3). \end{cases} \quad (2)$$

Систему (2) можно обобщить на случай произвольного количества последовательно связанных резервуаров. Система будет иметь цепочечную структуру — в каждое уравнение, кроме одного крайнего, будут всегда входить две неизвестные функции; в крайнее уравнение будет входить только одна неизвестная функция. Подобная система иногда применяется для описания процессов в пневматических тормозах подвижного состава железных дорог.

Преобразуя (2), получим:

$$\begin{cases} k T_2 dm_{21} = m_1 dT_1 + T_1 dm_1, \\ k T_3 dm_{32} - k T_2 dm_{21} = m_2 dT_2 + T_2 dm_2, \\ -k T_3 dm_{32} = m_3 dT_3 + T_3 dm_3. \end{cases} \quad (3)$$

Здесь возникает принципиальное отличие задачи для трех резервуаров от задачи для двух резервуаров. Если в первой задаче обе температуры — функции одной переменной и с их производными нет никаких сложностей, то во второй задаче функциями одной переменной являются температуры T_1 и T_3 , а T_2 является функцией двух переменных, дифференцировать которую следует по формуле полного дифференциала:

$$dT_2 = \frac{\partial T_2}{\partial \eta_{21}} d\eta_{21} + \frac{\partial T_2}{\partial \eta_{32}} d\eta_{32}.$$

Кроме того, следует учитывать, что

$$dm_{32} = -dm_3;$$

$$dm_{21} = dm_1;$$

$$dm_{32} - dm_{21} = dm_2.$$

Эти соотношения получены дифференцированием уравнений сохранения массы. Знак дифференциала массы мы всюду берем положительный, поскольку направлением перетекания мы задались изначально.

Перепишем систему, используя безразмерные переменные и сокращая одинаковые множители:

$$\begin{cases} k \varepsilon_{21} T_2 d\eta_{21} = (1 + \varepsilon_{21} \eta_{21}) dT_1 + T_1 \varepsilon_{21} d\eta_{21}, \\ k(T_3 \varepsilon_{32} d\eta_{32} - T_2 d\eta_{21}) = (1 - \eta_{21} + \varepsilon_{32} \eta_{32}) dT_2 + \\ + T_2 (\varepsilon_{32} d\eta_{32} - d\eta_{21}), \\ -k \varepsilon_{21} \varepsilon_{32} T_3 d\eta_{32} = \varepsilon_{21} \varepsilon_{32} (1 - \eta_{32}) dT_3 - \\ - \varepsilon_{21} \varepsilon_{32} T_3 d\eta_{32}. \end{cases} \quad (4)$$

Третье уравнение системы (4) решается так же, как второе уравнение системы (1):

$$T_3(\eta_{32}) = T_{03}(1 - \eta_{32})^{k-1}. \quad (5)$$

Трудностей, связанных с решением второго уравнения системы (4), можно избежать, если выражение (5) подставить в уравнение баланса теплоты

$$T_{01} + \varepsilon_{21}T_{02} + \varepsilon_{21}\varepsilon_{32}T_{03} = (1 + \varepsilon_{21}\eta_{21})T_1 + \varepsilon_{21}(1 - \eta_{21} + \varepsilon_{32}\eta_{32})T_2 + \varepsilon_{21}\varepsilon_{32}T_{03}(1 - \eta_{32})^k$$

или упрощая

$$T_{01} + \varepsilon_{21}T_{02} = (1 + \varepsilon_{21}\eta_{21})T_1 + \varepsilon_{21}(1 - \eta_{21} + \varepsilon_{32}\eta_{32}) \times$$

$$\frac{dT_1}{d\eta_{21}} = \frac{k \frac{T_{01} + \varepsilon_{21}T_{02} - (1 + \varepsilon_{21}\eta_{21})T_1 - \varepsilon_{21}\varepsilon_{32}T_{03}((1 - \eta_{32})^k - 1)}{1 - \eta_{21} + \varepsilon_{32}\eta_{32}} - T_1\varepsilon_{21}}{1 + \varepsilon_{21}\eta_{21}}. \quad (7)$$

Уравнение (7) можно записать в более кратком виде, если ввести следующее обозначение:

$$A = T_{01} + \varepsilon_{21}T_{02} - \varepsilon_{21}\varepsilon_{32}T_{03}((1 - \eta_{32})^k - 1).$$

Используя это обозначение, получим:

$$\frac{dT_1}{d\eta_{21}} = \frac{k \frac{A(\varepsilon_{21}, \varepsilon_{32}, \eta_{32}) - (1 + \varepsilon_{21}\eta_{21})T_1}{1 - \eta_{21} + \varepsilon_{32}\eta_{32}} - T_1\varepsilon_{21}}{1 + \varepsilon_{21}\eta_{21}}. \quad (8)$$

Решив уравнение (8), находим температуру во втором резервуаре через второе уравнение системы (4) или через уравнение баланса теплоты. Таким образом, получено решение данной задачи.

В некоторых практических случаях объемы впускного и выпускного коллекторов значительно больше объема цилиндра. Соответствующий частный случай решения можно получить, применяя предельный переход к бесконечно большим массам газа в соответствующих резервуарах.

Учтем теперь изменение объема цилиндра во время продувки при движении поршня в районе верхней мертвой точки (ВМТ). Поскольку при увеличении объема работу совершает газ, положительную работу расширения необходимо включить в правую часть соответствующего уравнения сохранения энергии

$$m_{02}c_v T_{02} - \int_0^{\Delta m_{21}} c_p T_2(\Delta m) dm_{21} + m_{03}c_v T_{03} - \int_0^{\Delta m_{32}} c_p T_3(\Delta m) dm_{32} = m_2c_v T_2 + \int_{V_1}^{V_2} p dV. \quad (9)$$

Из уравнения (9) очевидно, если продувка начинается и заканчивается при одном и том же объеме и равенстве внутренних ФГР клапанов $\varphi_2 = \varphi_3$ (рис. 2), то суммарная энергия системы не изменится, по какому бы закону не менялся объем между начальной и конечной точками.

$$\times T_2 + \varepsilon_{21}\varepsilon_{32}T_{03}((1 - \eta_{32})^k - 1). \quad (6)$$

Решаем уравнение (6) относительно T_2 , и полученное выражение подставим в первое уравнение системы (4)

$$T_2 = \frac{T_{01} + \varepsilon_{21}T_{02} - (1 + \varepsilon_{21}\eta_{21})T_1 - \varepsilon_{21}\varepsilon_{32}T_{03}((1 - \eta_{32})^k - 1)}{\varepsilon_{21}(1 - \eta_{21} + \varepsilon_{32}\eta_{32})}$$

и, преобразуя далее, получим

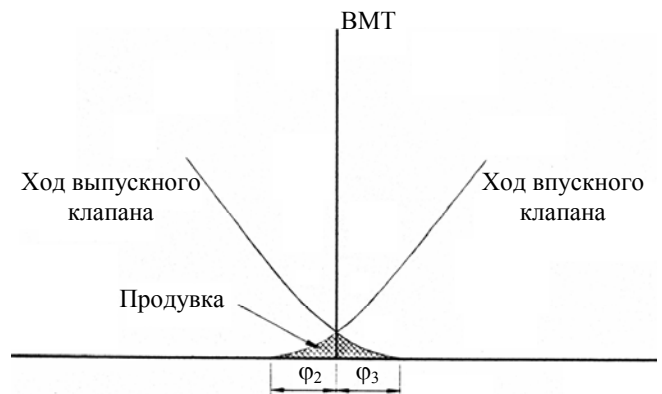


Рис. 2. Схема равновесия внутренних ФГР клапанов газораспределения и объемов до и по окончании продувки

Вместе с тем распределение энергии между элементами системы и прежде всего температура и давление во втором резервуаре (в цилиндре) от изменения объема будет зависеть весьма существенно.

Следует отметить, что изменится уравнение баланса теплоты, так как в него войдет работа.

Вычисление работы расширения или сжатия в уравнении (9) связано с новой трудностью – закон изменения объема задан как функция времени (через перемещение поршня при равномерном вращении коленчатого вала), и все функции, рассматривавшиеся выше, теперь необходимо считать функциями времени, в которые время входит явно. Дифференцировать и интегрировать теперь следует также по времени. Поскольку независимыми переменными были изменения массы, запишем дифференциал массы через массовый расход:

$$dm_{32} = G_{32}(t, p_3, p_2, m_3, V_3)dt. \quad (10)$$

Массовый расход — функция, зависящая от нескольких переменных, т. е.

$$G_{32} = S_{32}(t) \sqrt{\frac{2k}{k-1} \frac{p_3 m_3}{V_3} \left(\left(\frac{p_2}{p_3} \right)^{\frac{2}{k}} - \left(\frac{p_2}{p_3} \right)^{\frac{k+1}{k}} \right)}, \quad (11)$$

где $S(t)$ — проходное сечение клапана как функция времени, в котором можно учесть коэффициент расхода (c_{ex}). Формула справедлива при условии

$$\frac{p_2}{p_3} \geq \pi_{c.ex}, \text{ причем } \pi_{c.ex} = \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k}{k-1}}.$$

Обозначая часть подкоренного выражения в (11), заключенную в скобки, через

$$\xi(\pi) = \pi^{\frac{2}{k}} - \pi^{\frac{k+1}{k}} \text{ при } 1 > \frac{p_2}{p_3} \geq \pi_{c.ex}$$

и

$$\xi(\pi) = \xi(\pi_{c.ex}) \text{ при } \frac{p_2}{p_3} < \pi_{c.ex},$$

запишем выражение (11) в кратком виде

$$G_{32} = S_{32}(t) \sqrt{\frac{2k}{k-1} \frac{p_3 m_3}{V_3} \xi\left(\frac{p_2}{p_3}\right)} \quad (12)$$

и, соответственно,

$$G_{21} = S_{21}(t) \sqrt{\frac{2k}{k-1} \frac{p_2 m_2}{V_2} \xi\left(\frac{p_1}{p_2}\right)}. \quad (13)$$

Если расширить определение функции $\xi(\pi)$:

$$\xi(\pi) = -\xi(\pi_{c.ex}) \text{ при } \frac{p_2}{p_3} \geq \frac{1}{\pi_{c.ex}},$$

$$\xi(\pi) = -\left[\left(\frac{1}{\pi} \right)^{\frac{2}{k}} - \left(\frac{1}{\pi} \right)^{\frac{k+1}{k}} \right] \text{ при } \frac{1}{\pi_{c.ex}} > \frac{p_2}{p_3} \geq 1,$$

$$\xi(\pi) = \pi^{\frac{2}{k}} - \pi^{\frac{k+1}{k}} \text{ при } 1 > \frac{p_2}{p_3} \geq \pi_{c.ex},$$

$$\xi(\pi) = \xi(\pi_{c.ex}) \text{ при } \frac{p_2}{p_3} < \pi_{c.ex}$$

$$\text{или } \xi(\pi) = -\xi\left(\frac{1}{\pi}\right) \text{ при } \pi = \frac{p_2}{p_3} \geq 1,$$

то автоматически решится вопрос о направлении течения газа в зависимости от фактических значений давлений.

Необходимо отметить, что в структуре системы уравнений тип привода клапанов газораспределения (кулачковый МПК или ЭГПК) явным образом задает функция $S(t)$, тогда как при ЭМПК вводят в систему дополнительные уравнения. Эта особенность связана с тем, что при ЭМПК скорость перемещения клапана газораспределения сильно зависит от перепада давлений по обе стороны тарелки клапана.

Для газа в любой момент времени справедливо уравнение Менделеева-Клапейрона:

$$p = \frac{mRT}{MV}, \quad (14)$$

где M — молекулярная масса газа;

$R = 8,31$ Дж/(моль·К) — универсальная газовая постоянная.

Найдем работу газа, считая изменение объема заданным:

$$\int_{V_1}^{V_2} p dV = \int_{t_1}^{t_2} \frac{m(t)RT(t)V'(t)}{MV(t)} dt,$$

где $V'(t) = \frac{dV}{dt}$.

В составляемой системе уравнений температуры, как и раньше, будут искомыми функциями. Независимая переменная теперь будет одна — время, а массы газов, которые были независимыми переменными, теперь войдут в число искоемых функций, и к системе (2), имеющей поправку (9), добавятся уравнения вида (10). Неизвестная функция давления является зависимой, поскольку связывается с известными функциями соотношением (14).

Имея температуры как функции времени, мы сможем без дополнительных трудностей учесть теплообмен. Для этого необходимо дополнить уравнения сохранения энергии и уравнение теплового баланса. Поправки на теплопередачу в системе (2) будут иметь вид

$$\frac{dT}{dt} = f(T - T_W),$$

где T — температура газа;

T_W — температура стенки резервуара или канала;

t — время.

Полученная система содержит пять дифференциальных уравнений — три уравнения системы (2) и два уравнения (10) с шестью неизвестными функциями — тремя температурами и тремя массами. Чтобы замкнуть систему, необходимо добавить шестое уравнение — закон сохранения массы.

Запишем эти уравнения, для чего преобразуем систему (3) так, чтобы получить уравнения, разрешенные относительно производных:

$$\begin{cases} dT_1 = \frac{kT_2 dm_{21} - T_1 dm_1}{m_1}, \\ dT_2 = \frac{kT_3 dm_{32} - kT_2 dm_{21} - T_2 dm_2 - p_2 dV_2}{m_2}, \\ dT_3 = \frac{-kT_3 dm_{32} - T_3 dm_3}{m_3}. \end{cases}$$

Перейдем к производным по времени, учитывая уравнения (10) и закон сохранения массы в дифференциальной форме:

$$\begin{cases} \frac{dT_1}{dt} = \frac{(kT_2 - T_1)G_{21}}{m_1}, \\ \frac{dT_2}{dt} = \frac{kT_3G_{32} - kT_2G_{21} - T_2(G_{32} - G_{21}) - p_2dV_2}{m_2}, \\ \frac{dT_3}{dt} = \frac{-T_3(k-1)G_{32}}{m_3}. \end{cases}$$

Получены три уравнения из шести. Для получения следующих уравнений следует воспользоваться формулами массовых расходов:

$$\begin{cases} \frac{dm_1}{dt} = G_{21}(t, m_1, m_2, T_1, T_2), \\ \frac{dm_2}{dt} = G_{32}(t, m_2, m_3, T_2, T_3) - G_{21}(t, m_1, m_2, T_1, T_2), \\ \frac{dm_3}{dt} = -G_{32}(t, m_2, m_3, T_2, T_3). \end{cases}$$

Чтобы исключить давления, являющиеся в нашем случае зависимыми функциями, из формул (12) и (13), воспользуемся уравнением Менделеева-Клапейрона:

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{m_1T_1V_2(t)}{m_2T_2V_1}; \quad \frac{p_2}{p_3} = \frac{m_2T_2V_3}{m_3T_3V_2(t)}; \quad \frac{pm}{V} = \frac{m^2}{V^2} R_g T,$$

где R_g — газовая постоянная данного конкретного газа.

Здесь мы принимаем свойства газов одинаковыми; в дальнейшем рассмотрим правомерность этого допущения.

В подробной записи система примет вид:

$$\begin{cases} \frac{dm_1}{dt} = S_{21}(t) \frac{m_2}{V_2(t)} \sqrt{\frac{2kR_g T_2}{k-1}} \xi \left(\frac{m_1 T_1 V_2(t)}{m_2 T_2 V_1} \right), \\ \frac{dm_2}{dt} = S_{32}(t) \frac{m_3}{V_3} \sqrt{\frac{2kR_g T_3}{k-1}} \xi \left(\frac{m_2 T_2 V_3}{m_3 T_3 V_2(t)} \right) - \\ - S_{21}(t) \frac{m_2}{V_2(t)} \sqrt{\frac{2kR_g T_2}{k-1}} \xi \left(\frac{m_1 T_1 V_2(t)}{m_2 T_2 V_1} \right), \\ \frac{dm_3}{dt} = -S_{32}(t) \frac{m_3}{V_3} \sqrt{\frac{2kR_g T_3}{k-1}} \xi \left(\frac{m_2 T_2 V_3}{m_3 T_3 V_2(t)} \right). \end{cases} \quad (15)$$

Анализ полученных уравнений (15) позволяет сделать выводы о взаимосвязи параметров и возможных сочетаниях упрощающих гипотез, приводящих к снижению трудоемкости вычислений и возможности получения аналитического решения хотя бы для некоторых частных случаев. Знание аналитических решений значительно облегчает проверку работоспособности и устойчивости математической модели.

Объединяя и упрощая предыдущие уравнения, получим глобальную систему уравнений газообмена:

$$\begin{cases} \frac{dT_1}{dt} = T_2^{3/2} \left(k - \frac{T_1}{T_2} \right) \frac{S_{21}(t)}{V_2(t)} \frac{m_2}{m_1} \sqrt{\frac{2kR_g}{k-1}} \xi \left(\frac{m_1 T_1 V_2(t)}{m_2 T_2 V_1} \right); \\ \frac{dT_2}{dt} = T_3^{3/2} \left(k - \frac{T_2}{T_3} \right) \frac{m_3}{m_2} \frac{S_{32}(t)}{V_3} \sqrt{\frac{2kR_g}{k-1}} \xi \left(\frac{m_2 T_2 V_3}{m_3 T_3 V_2(t)} \right) - \\ - T_2^{3/2} (k-1) \frac{S_{21}(t)}{V_2(t)} \sqrt{\frac{2kR_g}{k-1}} \xi \left(\frac{m_1 T_1 V_2(t)}{m_2 T_2 V_1} \right) - \\ - T_2 R_g d(\ln V_2(t)); \\ \frac{dT_3}{dt} = -T_3^{3/2} (k-1) \frac{S_{32}(t)}{V_3} \sqrt{\frac{2kR_g}{k-1}} \xi \left(\frac{m_2 T_2 V_3}{m_3 T_3 V_2(t)} \right); \\ \frac{dm_1}{dt} = S_{21}(t) \frac{m_2}{V_2(t)} \sqrt{\frac{2kR_g T_2}{k-1}} \xi \left(\frac{m_1 T_1 V_2(t)}{m_2 T_2 V_1} \right); \\ \frac{dm_2}{dt} = S_{32}(t) \frac{m_3}{V_3} \sqrt{\frac{2kR_g T_3}{k-1}} \xi \left(\frac{m_2 T_2 V_3}{m_3 T_3 V_2(t)} \right) - \\ - S_{21}(t) \frac{m_2}{V_2(t)} \sqrt{\frac{2kR_g T_2}{k-1}} \xi \left(\frac{m_1 T_1 V_2(t)}{m_2 T_2 V_1} \right); \\ \frac{dm_3}{dt} = -S_{32}(t) \frac{m_3}{V_3} \sqrt{\frac{2kR_g T_3}{k-1}} \xi \left(\frac{m_2 T_2 V_3}{m_3 T_3 V_2(t)} \right). \end{cases} \quad (16)$$

Несмотря на кажущуюся громоздкость, система легко программируется на компьютере.

Отметим, что некоторые из известных к настоящему времени методик расчета процессов газообмена [2] являются частными случаями системы (16).

Сложность задачи связана не только с тем, что необходимо решать систему из шести дифференциальных уравнений (а в случае ЭМПК добавятся для каждого клапана одно механическое уравнение второго порядка и одно электрическое уравнение первого порядка — всего шесть уравнений первого порядка [3]; вся система будет иметь двенадцатый порядок). Проблемой становится устойчивость решения, т. е. способность математической модели давать решение, мало отличающееся от точного, при малых отклонениях исходных данных от своих точных значений.

Следующий шаг — учет различия свойств газов. Необходимость этого шага обусловлена тем, что теплоемкость углекислого газа, составляющего значительную долю выпускного газа двигателя внутреннего сгорания, очень существенно отличается от теплоемкости всех остальных газов — кислорода, азота, угарного газа и водяного пара [4]. Основным последствием этого усложнения станет зависимость теплоемкости от времени. Усложнятся правые части уравнений (3). Отношение изобарной теплоемкости к изохорной в первом и втором резервуарах перестанет быть константой. Понадобится дополнительное уравнение — уравнение смешения, которое связывало бы долю втекающего в резервуар газа в вытекающем газе от массы втекающего газа, т. е.:

$$\alpha_{21} = f(m_{32}), \quad (17)$$

где α_{21} – массовая доля газа, поступившего из резервуара 3 в резервуар 2, в смеси газов, вытекающей из резервуара 2 (см. рис. 1, б).

Уравнение (17) можно записать и с безразмерным аргументом

$$\alpha_{21} = f\left(\frac{m_{32}}{m_{02}}\right).$$

Очевидно, мгновенный состав смеси в резервуаре 2 совпадает с составом смеси, перетекающей из второго резервуара в первый.

В химической технологии существуют такие понятия, как "реактор идеального смешения" и "реактор идеального вытеснения". Для этих идеализированных схем уравнение смешения известно:

$$\alpha_{21} = \Phi\left(\frac{m_{32}}{m_{02}} - 1\right) \text{ — для реактора идеального вытеснения;}$$

где $\Phi(x)$ — функция единичного скачка (функция Хевисайда);

$\alpha_{21} = 1 - e^{-\frac{m_{32}}{m_{02}}}$ — для реактора идеального смешения.

Можно также ввести в рассмотрение реактор эжекторного типа с постоянным коэффициентом смешения; для него имеем

$$\begin{aligned} \alpha_{21} &= \text{const}; \\ 0 < \alpha_{21} < 1. \end{aligned}$$

В общем виде любой продуваемый объем всегда можно представить как смешанное соединение некоторого количества "реакторов" этих типов, имеющих различные объемы и, соответственно, массы газа, находящегося в них в начальный момент.

Пользуясь введенным уравнением смешения, найдем массу газа 2 в резервуаре 2:

$$m_{2(02)}(t) = m_{02} - \int_0^t (1 - \alpha_{21}(m_{32}(t))) G_{21}(t) dt.$$

Далее найдем массу газа 3 в резервуаре 2:

$$m_{2(03)}(t) = m_{32}(t) - \int_0^t \alpha_{21}(m_{32}(t)) G_{21}(t) dt,$$

где $m_{32}(t) = \int_0^t G_{32}(t) dt$ — масса газа 3, перетекшего к

моменту времени t из резервуара 3 в резервуар 2 (не равная массе газа 3 в резервуаре 2, поскольку часть газа 3 вместе с газом 2 перетекает в резервуар 1).

Расчет теплоемкости смеси газов зависит от того, считаем мы эти газы реальными или идеальными. В последнем случае формулы получаются более простыми, так как в них не входит удельный объем.

Важной характеристикой смеси газов является мольный состав. Мольная доля каждого компонента:

$$\beta_j = \frac{v_j}{\sum v_i} = \frac{v_j}{v} \text{ связана с его массовой долей } \alpha_i \text{ со-}$$

отношением $\beta_j = \frac{M}{M_i} \alpha_i$.

Молекулярная масса смеси связана с молекулярными массами компонентов соотношением

$$M = \frac{\sum m_i}{\sum v_i} = \frac{\sum m_i}{\sum \frac{m_i}{M_i}}.$$

Очевидно, что при непрерывном изменении массовых долей молекулярная масса смеси будет функцией времени. Вместе с тем есть обстоятельство, позволяющее при выполнении определенных условий этой зависимости пренебречь. Дело в том, что содержание в продуктах сгорания более легкого газа (водяного пара, $M = 18$) и более тяжелого газа (углекислого газа, $M = 44$) таково, что молекулярная масса смеси мало отличается от молекулярной массы воздуха ($M = 29$). Указанные условия, характеризующие полноту сгорания и химический состав топлива, должны быть исследованы особо.

Теплоемкость смеси идеальных газов состава, заданного величиной α , можно найти по формуле:

если теплоемкости массовые

$$c_{p21} = \alpha_{21} c_{p3} + (1 - \alpha_{21}) c_{p2};$$

если теплоемкости мольные

$$c_{p21} = \alpha_{21} \frac{M_{21}}{M_3} c_{p3} + (1 - \alpha_{21}) \frac{M_{21}}{M_2} c_{p2}.$$

Формулы получены для смеси, перетекающей из второго резервуара в первый. Но теплоемкость газа во втором резервуаре также не остается постоянной, поскольку состав газа непрерывно изменяется. Решение можно уточнить, используя уравнения смеси реальных газов, однако при давлениях, не превышающих несколько атмосфер, подобное усложнение излишне.

Адиабатическое смешение реальных газов может сопровождаться тепловым эффектом [4]; если начальные температуры равны, смесь может иметь как более высокую, так и более низкую температуру. Однако ввиду малости изменения температуры в рассматриваемой системе данным эффектом мы можем пренебречь.

Совместное решение уравнений энергии, уравнений переноса массы и уравнений смешения даст искомые температуры и давления, а также состав газовой смеси в цилиндре. Знание давлений позволяет найти затраты энергии на привод клапанов газораспределения, а также более точно вычислять коэффициент наполнения и индикаторную мощность двигателя. Таким образом, не только дополняется индикаторная диаграмма на интервале газообмена, что позволяет вычислить работу на-

сосных ходов поршня, но и определяется важнейшая характеристика газообмена — зависимость коэффициента остаточных газов от коэффициента избытка продувочного воздуха.

Решение данной задачи позволяет повысить точность инженерных расчетов при проектировании двигателей внутреннего сгорания и агрегатов наддува, а также может быть использовано при разработке бортовых систем оптимального управления транспортными двигателями.

Совокупное использование упомянутых выше технических решений и математической модели газообмена позволит реально прогнозировать повышение топ-

ливной экономичности двигателей и снижение эмиссии выпускных газов в эксплуатации.

Л и т е р а т у р а

1. Орлов Б. В., Мазинг Г. Ю. Термодинамические и баллистические основы проектирования ракетных двигателей на твердом топливе. — М.: Машиностроение, 1964. — 408 с.
2. Тепловозные двигатели внутреннего сгорания: Учеб. для вузов/ А. Э. Симсон, А. З. Хомич, А. А. Куриц и др. 2-е изд., перераб. и доп. — М.: Транспорт, 1987. — 536 с.
3. Пржиялковский А. Л., Щучинский С. X. Электромагнитные клапаны. — Л.: Машиностроение, 1967. — 248 с.
4. Вуклович М. П., Новиков И. И. Техническая термодинамика. — М.: Энергия, 1968. — 496 с.

Статья поступила в редакцию 21 марта 2006 г.

Mathematical modeling of gas distribution processes in an internal combustion engine

S. P. Kalugin, V. N. Balabin

Moscow State University of Communication, Moscow, Russia

In article pressing questions of calculation of processes of gas exchange in cylinders of internal combustion transport engines with traditional type of a mechanical valve drive both alternative electrohydraulic and electromagnetic drive are considered. The detailed mathematical models, which are taking into account all essential thermodynamic and electromechanical phenomena, occurring at, are made. Process of gas exchange is considered as a gas flow in the system of several tanks connected by pipelines. The joint solution of the equations of energy, mass and heat transfer and the equation of mixing gives sought-for temperatures and masses, and also proportions of a gas mix in the cylinder. It allows to find energy expenses for a valve drive, and also to calculate more precisely factor of filling and the engine power. Thus, the main characteristic of scavenge – dependence of factor of residual gases on factor of scavenging air excess is defined. Although, the system of non-linear differential equations has a 6-th order, and in case of electromagnetic drive it has 12-th order. This special feature leads to problem of numerical stability. The solution of the given problem allows to raise accuracy of engineering calculations at designing engines of internal combustion and units of supercharging, and also can be used by development of vehicle-borne systems of transport engines optimum control. Cumulative use of the mentioned above technical decisions and mathematical model of gas exchange really will allow to predict increase of fuel profitability of engines and decrease of issue of exhaust gases in operation.

УДК 539.186.2

Тормозное излучение заряженных частиц, проходящих через слой рассеивающих центров в однородном электрическом поле

В. И. Крылов

Тихоокеанский государственный университет, г. Хабаровск, Россия

Рассмотрено тормозное излучение быстрых нерелятивистских электронов, проходящих через двухмерную кристаллическую структуру, находящуюся в однородном электрическом поле. Показано, что в дифференциальное сечение могут давать заметный вклад фотоны, возникшие в результате движения электронов в однородном электрическом поле, которое значительно слабее атомного. При определенных условиях найденные сечения