

УДК 532.529:662.62

Математическое описание переноса импульса и тепла в турбулентных химически реагирующих газодисперсных течениях на стабилизированном участке осесимметричного канала

Б. Б. Рохман

Институт угольных энерготехнологий НАН и Минтопэнерго Украины, г. Киев, Украина

Рассмотрены две системы уравнений переноса корреляций пульсаций скорости и температуры частиц на участке установившегося восходящего движения газодисперсного потока с учетом конвективного и радиационного теплообмена и межфазного взаимодействия, отличающиеся между собой способом замыкания. В первом случае замкнутое описание теплопереноса твердой фазы осуществляется на уровне уравнений для вторых моментов, во втором — для третьих. Пульсационные характеристики газа рассчитываются с использованием однопараметрической модели турбулентности, обобщенной на случай двухфазных турбулентных течений. На основании численных исследований проведен сравнительный анализ двух методов расчета восходящего неизотермического потока газозвеси. Показано, что в определенных интервалах четвертые моменты могут быть значительно выше, чем третьи, что необходимо учитывать при расчетах неизотермических течений газозвеси.

Представление поля неизотермического турбулентного дисперсного потока в виде осредненного и пульсационного движений, которые наблюдаются в реальных течениях, привело к появлению в исходных осредненных уравнениях сохранения количества движения и энергии вторых моментов пульсаций скорости и температуры частиц. Принципиальная трудность, возникающая на пути развития этого направления, связана с моделированием неизвестных корреляционных членов указанных уравнений. Необходимо отметить, что теоретические модели этого класса течений разработаны в меньшей степени по сравнению с методами расчета переноса импульса в твердой фазе в изотермических потоках. Как правило, моделирование турбулентного теплопереноса в дисперсной фазе осуществляется на основе градиентных представлений

$$\langle t'_p v'_p \rangle = - \frac{\lambda_p \partial t_p}{c_p \rho_p \partial r} \quad [1] \text{ или алгебраических локально-}$$

равновесных моделей, в которых турбулентный тепловой поток в твердой фазе непосредственно связан с рейнольдсовым пульсационным теплопереносом в несущей среде $\langle t'_g v'_g \rangle$ [2]. Желание преодолеть ограниченность указанных моделей привело к построению более сложных моделей турбулентности, базирующихся на дополнительных дифференциальных уравнениях переноса моментов пульсаций скорости и температуры частиц. В работе [3] переменная $\langle t'_p v'_p \rangle$ вычислялась из уравнения переноса самой переменной. При этом тройные корреляции типа $\langle t'_p v_p^2 \rangle$ и $\langle t'_p w_p^2 \rangle$, присутствующие в этом уравнении, находились с по-

мощью градиентных моделей. В работе [4] с использованием кинетического уравнения для функции плотности вероятности построена цепочка усеченных уравнений переноса третьих моментов пульсаций скорости и температуры частиц, из которых были определены алгебраические соотношения, связывающие тройные корреляции с двойными. Это позволило получить замкнутое описание теплопереноса дисперсной фазы на уровне уравнений для вторых моментов.

В настоящей работе, по-видимому, впервые, в рамках эйлера подхода, т. е. в случае так называемых двухжидкостных моделей, делается попытка получить замкнутое описание теплопереноса твердой фазы на уровне уравнений для тройных корреляций. Для этого с использованием разработанной методики расчета [5, 6] была получена цепочка осесимметричных осредненных уравнений переноса вторых, третьих и четвертых моментов пульсаций скорости и температуры частиц на участке стабилизированного восходящего движения газозвеси с учетом конвективного и лучистого теплообмена, силы аэродинамического сопротивления. При этом замыкание уравнений для корреляций четвертого порядка проводится на основе представления пятых моментов, присутствующих в этих уравнениях, в виде суммы произведений вторых и третьих. Это позволило получить из уравнений для четвертых моментов алгебраические соотношения, выражающие четвертые корреляции через вторые и третьи моменты и их градиенты. Кроме того, в данной работе проводится сравнение двух способов замыкания: первый — на уровне уравнений для вторых моментов; второй — на уровне уравнений переноса тройных корреляций.

При построении системы уравнений переноса осредненных и пульсационных характеристик восходящего неизотермического химически реагирующего двухфазного потока принимаются следующие упрощающие предпосылки:

процесс стационарный;

стехиометрическая схема реакций включает в себя одну гетерогенную реакцию $C + O_2 = CO_2$;

объемная концентрация твердой фазы, массовые концентрации углерода в частицах и кислорода в несущей среде постоянны по всему сечению трубы;

дисперсная фаза состоит из монодисперсных сферических коксозольных частиц;

на участке стабилизированного течения газозвеси нет осредненного радиального и трансверсального движения фаз, и осредненные параметры не изменяются в аксиальном направлении.

Основные уравнения

С учетом вышеизложенного, система уравнений переноса импульса и энергии в двухфазной среде может быть представлена в виде

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[\rho_g r (\eta_{t,g} + \eta_g) \frac{\partial u_g}{\partial r} \right] - \frac{\partial P}{\partial z} - F_{az} = 0, \\ \frac{\rho_p \beta}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \eta_{t,p} \frac{\partial u_p}{\partial r} \right) + F_{az} - \rho_p \beta g = 0; \quad (1)$$

$$-\frac{\rho_p \beta c_p}{r} \frac{\partial (r \langle t_p' v_p' \rangle)}{\partial r} - \alpha_\Sigma (t_p - t_g) \frac{6\beta}{\delta} + Q = 0, \\ \text{где } \alpha_\Sigma = (\alpha_{\text{con}} + \alpha_{\text{rad}}); \quad (2)$$

$$\frac{c_g}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[\rho_g r \left(\frac{\eta_{t,g}}{Pr_{t,g}} + \frac{\eta_g}{Pr_g} \right) \frac{\partial t_g}{\partial r} \right] + 10^{-3} \times \\ \times \left[u_g \frac{\partial P}{\partial z} + F_{az} (u_g - u_p) + \rho_g \eta_{t,g} \left(\frac{\partial u_g}{\partial r} \right)^2 \right] + \\ + \alpha_\Sigma (t_p - t_g) \frac{6\beta}{\delta} = 0, \quad (3)$$

$$Q = \frac{6S\gamma C_{O_2} \beta C_C q}{(S + \gamma)\delta}; \quad \gamma = L \exp[-E / ((t_p + 273)H)];$$

$$\frac{\rho_g}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \left(\frac{\eta_{t,g}}{\sigma_k} + \eta_g \right) \frac{\partial k_g}{\partial r} \right] + \\ + \rho_g \eta_{t,g} \left(\frac{\partial u_g}{\partial r} \right)^2 - \rho_g (\varepsilon_g + \varepsilon_p) + G = 0. \quad (4)$$

Левые части уравнений (1) включают в себя вязкие и реинольдсовы напряжения, градиент давления, силы аэродинамического сопротивления и тяжести. В (2) фигурируют члены, учитывающие пульсационный теплоперенос в твердой фазе, теплообмен между несущей

средой и дисперсной фазой, тепловыделение за счет гетерогенной химической реакции. В (3) учитывается молекулярный и турбулентный перенос газового потока, работа реинольдсовых напряжений, сил давления и межфазного взаимодействия, лучистый и конвективный теплообмен между газом и частицами. Первый член уравнения (4) описывает диффузию пульсационной энергии несущей среды, второй – ее генерацию за счет энергии осредненного движения, третий и четвертый – ее диссипацию за счет вязкости газа и присутствия в нем твердой фазы, последний – генерацию турбулентной энергии в следах за частицами. В уравнении (2) присутствует неизвестная корреляция $\langle t_p' v_p' \rangle$, которая в свою очередь зависит от вторых и третьих моментов, поэтому для замыкания приведенной системы уравнений необходимо построить уравнения переноса относительно искомым корреляций.

Уравнения переноса вторых моментов

Для вывода уравнений переноса переменных $\langle t_p' v_p' \rangle$ и $\langle t_p' w_p' \rangle$ необходимо прежде всего получить уравнения пульсационного движения и энергии частиц. В работе [7] были получены уравнения пульсационного движения дисперсной фазы вдоль радиальной и трансверсальной осей. С учетом осевой симметрии задачи ($\partial / \partial \varphi = 0$) упомянутые уравнения могут быть записаны в виде

$$u_p \frac{\partial v_p'}{\partial z} + u_p' \frac{\partial v_p}{\partial z} + u_p' \frac{\partial v_p'}{\partial z} + v_p \frac{\partial v_p'}{\partial r} + v_p' \frac{\partial v_p}{\partial r} + \\ + v_p' \frac{\partial v_p'}{\partial r} - \frac{1}{r} w_p' w_p' - \frac{\partial \langle u_p' v_p' \rangle}{\partial z} - \quad (5)$$

$$-\frac{\partial (r \langle v_p' v_p' \rangle)}{r \partial r} + \frac{1}{r} \langle w_p' w_p' \rangle = \frac{F'_{ar}}{\rho_p \beta};$$

$$u_p \frac{\partial w_p'}{\partial z} + u_p' \frac{\partial w_p}{\partial z} + v_p \frac{\partial w_p'}{\partial r} + v_p' \frac{\partial w_p}{\partial r} + \\ + \frac{1}{r} (v_p w_p' + w_p' v_p) - \frac{\partial \langle u_p' w_p' \rangle}{\partial z} - \quad (6)$$

$$-\frac{\partial (r \langle v_p' w_p' \rangle)}{r \partial r} - \frac{1}{r} \langle w_p' v_p' \rangle = \frac{F'_{a\varphi}}{\rho_p \beta},$$

где

$$F'_{ar} = \frac{\rho_p \beta}{\tau} (v_g' - v_p'); \quad F'_{a\varphi} = \frac{\rho_p \beta}{\tau} (w_g' - w_p'). \quad (7)$$

Применяя к актуальному уравнению энергии частиц

$$\hat{u}_p \frac{\partial \hat{t}_p}{\partial z} + \hat{v}_p \frac{\partial \hat{t}_p}{\partial r} = \frac{6\alpha_\Sigma}{\rho_p c_p \delta} (\hat{t}_g - \hat{t}_p) + Q; \quad (\hat{\alpha}_\Sigma = \alpha_\Sigma;$$

$$\hat{c}_p = c_p; \quad \partial / \partial \varphi = 0; \quad \hat{\delta} = \delta; \quad \hat{Q} = Q) \quad (8)$$

процедуру Рейнольдса (8), мы приходим к пульсационному уравнению теплопереноса в твердой фазе

$$\begin{aligned}
 & u_p \frac{\partial t'_p}{\partial z} + u'_p \frac{\partial t'_p}{\partial z} + u'_p \frac{\partial t_p}{\partial z} + v_p \frac{\partial t'_p}{\partial r} + v'_p \frac{\partial t'_p}{\partial r} + \\
 & + v'_p \frac{\partial t_p}{\partial r} - \frac{\partial \langle t'_p u'_p \rangle}{\partial z} - \frac{\partial (r \langle t'_p v'_p \rangle)}{r \partial r} = \quad (9) \\
 & = \frac{6\alpha_\Sigma}{\rho_p c_p \delta} (t'_g - t'_p).
 \end{aligned}$$

Для того чтобы построить уравнение переноса корреляционного момента $\langle t'_p v'_p \rangle$, умножим уравнение (5) на величину t'_p , а уравнение (9) — на v'_p , а затем просуммируем эти уравнения. Преобразуем полученное уравнение с помощью выражений (7) и пульсационного уравнения неразрывности, предварительно умноженного на величину $t'_p v'_p$, после чего в итоговом уравнении проведем осреднение. На участке стабилизированного движения двухфазного потока уравнение переноса второго момента $\langle t'_p v'_p \rangle$ имеет вид

$$\begin{aligned}
 & \frac{\partial (r \langle t'_p v'_p{}^2 \rangle)}{r \partial r} + \frac{\langle v'_p{}^2 \rangle}{\partial r} \frac{\partial t_p}{\partial r} - \\
 & - \frac{\langle t'_p w'_p{}^2 \rangle}{r} = \frac{1}{\tau} (\langle t'_p v'_g \rangle - \langle t'_p v'_p \rangle) + \quad (10) \\
 & + \frac{6\alpha_\Sigma}{\rho_p c_p \delta} (\langle t'_g v'_p \rangle - \langle t'_p v'_p \rangle).
 \end{aligned}$$

Подобным образом может быть получено уравнение переноса корреляции $\langle t'_p w'_p \rangle$:

$$\begin{aligned}
 & \frac{\partial (r \langle t'_p w'_p v'_p \rangle)}{r \partial r} + \frac{\langle w'_p v'_p \rangle}{\partial r} \frac{\partial t_p}{\partial r} + \\
 & + \frac{\langle t'_p w'_p v'_p \rangle}{r} = \frac{1}{\tau} (\langle t'_p w'_g \rangle - \langle t'_p w'_p \rangle) + \quad (11) \\
 & + \frac{6\alpha_\Sigma}{\rho_p c_p \delta} (\langle t'_g w'_p \rangle - \langle t'_p w'_p \rangle).
 \end{aligned}$$

Смешанные моменты (газ – частица), присутствующие в уравнениях (10), (11), определяются через корреляции несущего потока в локально-однородном приближении в соответствии с рекомендациями [2], а вторые моменты пульсаций поступательной скорости дисперсной фазы $\langle v'_p{}^2 \rangle$ и $\langle w'_p v'_p \rangle$ вычисляются согласно [5].

Замыкание на уровне уравнений переноса двойных корреляций $\langle t'_p v'_p \rangle$ и $\langle t'_p w'_p \rangle$

В уравнениях (10) и (11) фигурируют неизвестные третьи моменты $\langle t'_p w'_p v'_p \rangle$, $\langle t'_p v'_p{}^2 \rangle$ и $\langle t'_p w'_p{}^2 \rangle$. Для их вычисления построим уравнения переноса иско-

мых корреляций. Проиллюстрируем вывод этих уравнений на примере уравнения для третьего момента $\langle t'_p w'_p v'_p \rangle$. Умножим пульсационное уравнение (5) на величину w'_p , а уравнение (6) — на v'_p и сложим их. Далее умножим полученное уравнение на величину t'_p , а уравнение (9) — на $w'_p v'_p$, после чего просуммируем эти уравнения. Пренебрегая смешанными тройными корреляциями (газ – частица) и используя при этом выражения (7), уравнение переноса величины $\langle t'_p w'_p v'_p \rangle$ можно привести к следующему виду:

$$\begin{aligned}
 & u_p \frac{\partial t'_p w'_p v'_p}{\partial z} + v_p \frac{\partial t'_p w'_p v'_p}{\partial r} + u'_p \frac{\partial t'_p w'_p v'_p}{\partial z} + \\
 & + v'_p \frac{\partial t'_p w'_p v'_p}{\partial r} + t'_p u'_p w'_p \frac{\partial v_p}{\partial z} + t'_p w'_p v'_p \frac{\partial v_p}{\partial r} + \\
 & + u'_p w'_p v'_p \frac{\partial t_p}{\partial z} + w'_p v'_p{}^2 \frac{\partial t_p}{\partial r} - \frac{t'_p w'_p{}^3}{r} + \frac{t'_p w'_p \langle w_p{}^2 \rangle}{r} + \\
 & + \frac{v_p t'_p w'_p v'_p}{r} + \frac{t'_p w'_p v'_p{}^2}{r} - \frac{v'_p t'_p \langle w'_p v'_p \rangle}{r} - \quad (12) \\
 & - \frac{t'_p w'_p \partial \langle u'_p v'_p \rangle}{\partial z} - \frac{t'_p w'_p \partial (r \langle v_p{}^2 \rangle)}{r \partial r} - \frac{t'_p v'_p \partial \langle u'_p w'_p \rangle}{\partial z} - \\
 & - \frac{t'_p v'_p \partial (r \langle w'_p v'_p \rangle)}{r \partial r} - \frac{w'_p v'_p \partial \langle t'_p u'_p \rangle}{\partial z} - \\
 & - \frac{w'_p v'_p \partial (r \langle t'_p v'_p \rangle)}{r \partial r} = -\psi_2 t'_p w'_p v'_p, \text{ где } \psi_2 = \frac{6\alpha_\Sigma}{\rho_p c_p \delta} + \frac{2}{\tau}.
 \end{aligned}$$

Преобразуем (12) с помощью пульсационного уравнения неразрывности, предварительно умноженного на величину $t'_p w'_p v'_p$. Затем в итоговом уравнении проведем осреднение. На участке стабилизированного движения газозвеси запишем уравнение переноса искомой корреляции $\langle t'_p w'_p v'_p \rangle$:

$$\begin{aligned}
 & \frac{\partial (r \langle t'_p w'_p v'_p{}^2 \rangle)}{r \partial r} + \frac{\langle v'_p{}^2 w'_p \rangle}{\partial r} \frac{\partial t_p}{\partial r} - \\
 & - \frac{\langle t'_p w'_p{}^3 \rangle}{r} + \frac{\langle t'_p w'_p \rangle}{r} \langle w_p{}^2 \rangle + \frac{\langle t'_p w'_p v'_p{}^2 \rangle}{r} - \\
 & - \frac{\langle t'_p v'_p \rangle \langle w'_p v'_p \rangle}{r} - \frac{\langle t'_p w'_p \rangle \partial (r \langle v_p{}^2 \rangle)}{r \partial r} - \quad (13) \\
 & - \frac{\langle t'_p v'_p \rangle \partial (r \langle w'_p v'_p \rangle)}{r \partial r} - \frac{\langle w'_p v'_p \rangle \partial (r \langle t'_p v'_p \rangle)}{r \partial r} = \\
 & = -\psi_2 \langle t'_p w'_p v'_p \rangle.
 \end{aligned}$$

В (13) присутствуют четвертые моменты, которые могут быть выражены подобно [5]

$$\begin{aligned}
 \langle t'_p w'_p v'_p{}^2 \rangle & = 2 \langle w'_p v'_p \rangle \langle t'_p v'_p \rangle + \langle v_p{}^2 \rangle \langle t'_p w'_p \rangle; \\
 \langle t'_p w'_p{}^3 \rangle & = 3 \langle w_p{}^2 \rangle \langle t'_p w'_p \rangle. \quad (14)
 \end{aligned}$$

Подставляя (14) в (13), после несложных преобразований будем иметь

$$\begin{aligned} \langle t'_p w'_p v'_p \rangle = & -\frac{1}{\psi_2} \left[\frac{\langle v_p^2 \rangle \partial \langle t'_p w'_p \rangle}{\partial r} + \right. \\ & + \frac{\langle t'_p v'_p \rangle \partial \langle w'_p v'_p \rangle}{\partial r} + \frac{\langle w'_p v'_p \rangle \langle t'_p v'_p \rangle}{r} + \\ & + \frac{\langle w'_p v'_p \rangle \partial \langle t'_p v'_p \rangle}{\partial r} + \frac{\langle v_p^2 w'_p \rangle \partial t_p}{\partial r} - \\ & \left. - \frac{2 \langle w_p^2 \rangle \langle t'_p w'_p \rangle}{r} + \frac{\langle v_p^2 \rangle \langle t'_p w'_p \rangle}{r} \right]. \end{aligned} \quad (15)$$

Аналогичным путем могут быть получены алгебраические выражения для корреляций $\langle t'_p v_p^2 \rangle$ и $\langle t'_p w_p^2 \rangle$. Приведем без вывода эти уравнения

$$\begin{aligned} \langle t'_p v_p^2 \rangle = & -\frac{1}{\psi_1} \left[\frac{\langle v_p^2 \rangle \partial \langle t'_p v'_p \rangle}{\partial r} + \right. \\ & + \frac{\langle t'_p v'_p \rangle \partial \langle v_p^2 \rangle}{2\partial r} + \frac{\langle v_p^3 \rangle \partial t_p}{2\partial r} - \\ & \left. - \frac{2 \langle w'_p v'_p \rangle \langle w'_p t'_p \rangle}{r} \right], \text{ где } \psi_1 = \frac{3\alpha_\Sigma}{\rho_p c_p \delta} + \frac{1}{\tau}; \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \langle t'_p w_p^2 \rangle = & -\frac{1}{\psi_1} \left[\frac{\langle w'_p v'_p \rangle \partial \langle t'_p w'_p \rangle}{\partial r} + \right. \\ & + \frac{\langle t'_p v'_p \rangle \partial \langle w_p^2 \rangle}{2\partial r} + \frac{\langle w'_p v'_p \rangle \langle t'_p w'_p \rangle}{r} + \\ & \left. + \frac{\langle w_p^2 v'_p \rangle \partial t_p}{2\partial r} + \frac{\langle w_p^2 \rangle \langle t'_p v'_p \rangle}{r} \right]. \end{aligned} \quad (17)$$

Система параболических уравнений переноса вторых моментов, полученная путем подстановки выражений (15)–(17) в (10), (11), представлена в приложении А. Таким образом, получено замкнутое описание теплопереноса твердой фазы на уровне уравнений для вторых корреляций.

Замыкание на уровне уравнений переноса тройных корреляций

В уравнениях переноса величин $\langle t'_p w'_p v'_p \rangle$, $\langle t'_p v_p^2 \rangle$ и $\langle t'_p w_p^2 \rangle$ фигурируют четвертые моменты $\langle t'_p w_p^2 v'_p \rangle$, $\langle t'_p v_p^3 \rangle$, $\langle t'_p w_p v_p^2 \rangle$ и $\langle t'_p w_p^3 \rangle$, для которых, как упоминалось выше, необходимо получить свои уравнения. Проиллюстрируем вывод этих уравнений на примере уравнения для переменной

$\langle t'_p w'_p v_p^2 \rangle$. Умножим пульсационное уравнение (12) на величину v'_p , а уравнение (5) — на $t'_p w'_p v'_p$, после чего просуммируем эти уравнения. Преобразуем полученное уравнение с помощью выражений (7) и пульсационного уравнения неразрывности, предварительно умноженного на величину $t'_p w'_p v_p^2$. Затем в итоговом уравнении проведем осреднение. Пренебрегая смешанными корреляционными моментами установившегося движения газодисперсного потока, получим

$$\begin{aligned} \frac{\partial (r \langle t'_p w'_p v_p^3 \rangle)}{2r \partial r} + \frac{\langle t'_p w'_p v_p^3 \rangle}{2r} - \frac{\langle w'_p v'_p \rangle \langle t'_p v_p^2 \rangle}{2r} - \\ - \frac{\langle t'_p v'_p w_p^3 \rangle}{r} + \frac{\langle w'_p v_p^3 \rangle \partial t_p}{2\partial r} - \\ - \frac{\langle t'_p v_p^2 \rangle \partial (r \langle w'_p v'_p \rangle)}{2r \partial r} - \frac{\langle w'_p v_p^2 \rangle \partial (r \langle t'_p v'_p \rangle)}{2r \partial r} - \\ - \frac{\langle t'_p w'_p v'_p \rangle \partial (r \langle v_p^2 \rangle)}{r \partial r} + \\ + \frac{\langle w_p^2 \rangle \langle t'_p w'_p v'_p \rangle}{r} = -\psi_4 \langle t'_p w'_p v_p^2 \rangle, \end{aligned} \quad (18)$$

где $\psi_4 = 3 \left(\frac{\alpha_\Sigma}{\rho_p c_p \delta} + \frac{1}{2\tau} \right)$.

Уравнение (18) содержит пятые моменты, которые подобно [6] могут быть представлены в виде суммы произведений корреляций второго и третьего порядков. С учетом этого указанное уравнение преобразуется к виду

$$\begin{aligned} \langle t'_p w'_p v_p^2 \rangle = & -\frac{1}{\psi_4} \left[\frac{\langle v_p^2 \rangle \partial \langle t'_p w'_p v'_p \rangle}{\partial r} + \right. \\ & + \frac{\langle w'_p v'_p \rangle \partial \langle t'_p v_p^2 \rangle}{2\partial r} + \frac{\langle t'_p v'_p \rangle \partial \langle w'_p v_p^2 \rangle}{2\partial r} + \\ & + \frac{\langle v_p^2 \rangle \langle t'_p w'_p v'_p \rangle}{r} + \frac{\langle t'_p v'_p \rangle \langle w'_p v_p^2 \rangle}{2r} - \\ & - \frac{3 \langle w'_p v'_p \rangle \langle t'_p w_p^2 \rangle}{r} - \frac{\langle t'_p v'_p \rangle \langle w_p^3 \rangle}{r} + \\ & \left. + \frac{\langle w_p^2 \rangle \langle t'_p w'_p v'_p \rangle}{r} + \frac{3 \langle v_p^2 \rangle \langle w'_p v'_p \rangle \partial t_p}{2\partial r} \right]. \end{aligned} \quad (19)$$

Подобным образом могут быть получены уравнения для остальных искомых корреляций. Приведем эти уравнения:

$$\begin{aligned}
\langle t'_p v_p'^3 \rangle &= -\frac{1}{\psi_3} \times \\
&\times \left[\frac{\langle v_p'^2 \rangle \partial \langle t'_p v_p'^2 \rangle}{\partial r} + \frac{\langle t'_p v_p' \rangle \partial \langle v_p'^3 \rangle}{3\partial r} + \right. \\
&\quad \left. + \frac{\langle v_p'^2 \rangle^2 \partial t_p}{\partial r} - \frac{\langle v_p'^2 \rangle \langle t'_p w_p'^2 \rangle}{r} - \right. \quad (20) \\
&\quad \left. - \frac{2 \langle w_p' v_p' \rangle \langle t'_p w_p' v_p' \rangle}{r} - \frac{\langle w_p'^2 v_p' \rangle \langle t'_p v_p' \rangle}{r} + \right. \\
&\quad \left. + \frac{\langle t'_p v_p'^2 \rangle \langle w_p'^2 \rangle}{r} \right], \quad \text{где } \psi_3 = \frac{2\alpha_\Sigma}{\rho_p c_p \delta} + \frac{1}{\tau}; \\
\langle t'_p w_p'^2 v_p' \rangle &= -\frac{1}{\psi_4} \left[\frac{\langle v_p'^2 \rangle \partial \langle t'_p w_p'^2 \rangle}{2\partial r} + \right. \\
&\quad \left. + \frac{\langle w_p' v_p' \rangle \partial \langle t'_p w_p' v_p' \rangle}{\partial r} + \frac{\langle t'_p v_p' \rangle \partial \langle v_p' w_p'^2 \rangle}{2\partial r} + \right. \\
&\quad \left. + \frac{\langle v_p'^2 \rangle \langle t'_p w_p'^2 \rangle}{r} + \frac{\langle w_p' v_p' \rangle \langle t'_p w_p' v_p' \rangle}{r} + \right. \quad (21) \\
&\quad \left. + \frac{\langle w_p'^2 v_p' \rangle \langle t'_p v_p' \rangle}{r} - \frac{\langle w_p'^2 \rangle \langle t'_p w_p'^2 \rangle}{r} - \right. \\
&\quad \left. - \frac{\langle w_p'^3 \rangle \langle t'_p w_p' \rangle}{2r} + \frac{\langle v_p'^2 \rangle \langle w_p'^2 \rangle \partial t_p}{2\partial r} + \right. \\
&\quad \left. + \frac{\langle w_p' v_p' \rangle^2 \partial t_p}{\partial r} \right]; \\
\langle t'_p w_p'^3 \rangle &= -\frac{1}{\psi_3} \left[\frac{\langle w_p' v_p' \rangle \partial \langle t'_p w_p'^2 \rangle}{\partial r} + \right. \\
&\quad \left. + \frac{\langle t'_p v_p' \rangle \partial \langle w_p'^3 \rangle}{3\partial r} + \frac{2 \langle w_p' v_p' \rangle \langle t'_p w_p'^2 \rangle}{r} + \right. \quad (22) \\
&\quad \left. + \frac{\langle w_p'^3 \rangle \langle t'_p v_p' \rangle}{r} + \frac{\langle w_p' v_p' \rangle \langle w_p'^2 \rangle \partial t_p}{\partial r} \right].
\end{aligned}$$

Подставляя выражения (19) и (22) в (13), получим уравнение переноса величины $\langle t'_p w_p' v_p' \rangle$, которое приведено в приложении В. Там же представлены уравнения для третьих моментов $\langle t'_p v_p'^2 \rangle$ и $\langle t'_p w_p'^2 \rangle$, построенные аналогично. Таким образом, получено замкнутое описание теплопереноса твердой фазы на уровне уравнений переноса тройных корреляций.

Получены две замкнутые системы уравнений (1)—(4), (15)—(17), (A1), (A2) и (1)—(4), (10), (11), (19)—(22), (B1)—(B3), описывающие поведение восходящего неизотермического химически реагирующего двухфазного потока и отличающиеся между собой способом

замыкания. Граничные условия для этих систем на оси канала ($r=0$) задаются из соображений симметрии

$$\begin{aligned}
\partial u_g / \partial r &= \partial k_g / \partial r = \partial t_g / \partial r = \partial u_p / \partial r = \\
&= \partial \langle t'_p v_p' \rangle / \partial r = \partial \langle t'_p w_p' \rangle / \partial r = 0; \\
\partial \langle t'_p w_p'^2 \rangle / \partial r &= \partial \langle t'_p v_p'^2 \rangle / \partial r = \\
&= \partial \langle t'_p w_p' v_p' \rangle / \partial r = 0,
\end{aligned}$$

а на стенке трубы ($r=R$) — соотношениями

$$\begin{aligned}
u_g = k_g = 0; \quad t_g = t_w; \quad u_p &= \frac{\delta(7K_n - 2K_\tau - 5)\partial u_p}{24\sqrt{2}\beta(1 - K_\tau)\partial r}; \\
\partial \langle t'_p w_p'^2 \rangle / \partial r &= \partial \langle t'_p v_p'^2 \rangle / \partial r = \\
&= \partial \langle t'_p w_p' v_p' \rangle / \partial r = \partial \langle t'_p v_p' \rangle / \partial r = \\
&= \partial \langle t'_p w_p' \rangle / \partial r = 0. \quad (23)
\end{aligned}$$

Приведенные системы уравнений с граничными условиями (23) численно интегрировались методом прогонки с итерациями на неравномерной сетке, сгущающейся у стенки канала, при этом градиент давления исключался с помощью известного метода [8]. На основании описанных алгоритмов были разработаны программы, с помощью которых проводились численные исследования аэродинамики, теплообмена и горения монодисперсных коксозольных частиц антрацитового штыба на участке стабилизированного восходящего движения газозвеси.

Некоторые результаты расчетов и их обсуждение

Рассмотрим результаты расчетов трех вариантов при следующих исходных данных: $\beta = 0,0012$; $\rho_p = 1600$ кг/м³; $u_{g,m} = 10,5$ м/с; $Z_{O_2} = 0,23$; $t_w = 650$ °С; $K_\tau = 0,3$; $K_n = 0,5$; $R = 0,1$ м. Варианты I и II: $\delta = 0,2 \cdot 10^{-3}$ м, $C_c = 0,114$; III: $\delta = 0,3 \cdot 10^{-3}$ м, $C_c = 0,183$. Первый вариант рассчитывался с использованием системы уравнений (1)—(4), (10), (11), (19)—(22), (B1)—(B3), второй и третий — (1)—(4), (15)—(17), (A1), (A2). Расчетный материал проиллюстрирован на рис. 1—6, где представлены профили осредненных и пульсационных характеристик неизотермического газодисперсного потока. На рис. 1 показано распределение осредненных скоростей газа и дисперсной фазы по поперечному сечению потока. В приосевой зоне, где сила аэродинамического сопротивления направлена вверх ($F_{az} \sim (u_g - u_p) > 0$), дисперсная фаза отстает от газа тем больше, чем крупнее частица. В пристеночной области скорость межфазного скольжения $u_g - u_p$ отрицательна, и взвешивание частиц связано прежде всего с их хаотическим движением (первый член второго уравнения (1)). Из рис. 1 видно, что с увеличением диаметра частиц профиль скорости несущей среды становится более заполненным (сравниваются кривые 1 и 3). Это связано с генерацией турбулентной энергии га-

зовой фазы из-за отрыва потока за обтекаемой крупной частицей (пятый член уравнения (4)).

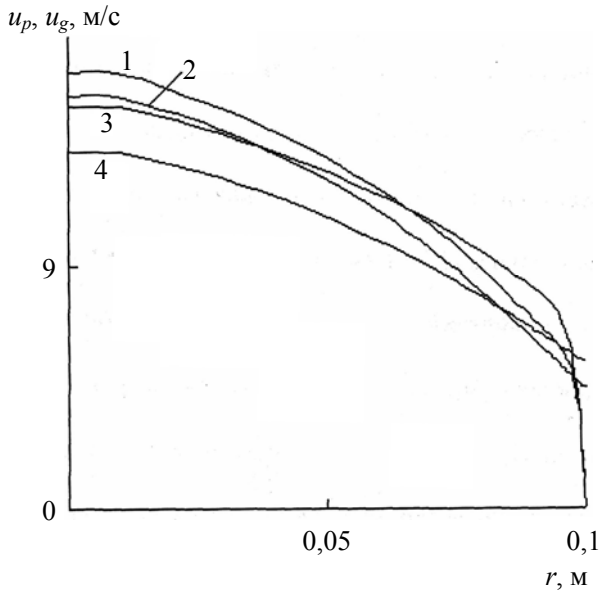


Рис. 1. Профили продольных скоростей газа и частиц: вариант I — 1 — u_g ; 2 — u_p ; вариант III — 3 — u_g ; 4 — u_p

На рис. 2 приведены расчетные значения осредненных температур газа и частиц на участке стабилизированного течения двухфазного потока. Изменение температуры коксозольных частиц по поперечному сечению трубы зависит в основном от двух факторов: тепловыделения за счет химической реакции $C + O_2 = CO_2$ и теплообмена между несущей средой и дисперсной фазой (второй и третий члены уравнения (2)). В приосевой области преобладающим оказывается первый фактор, что обеспечивает эффективное выгорание твердого топлива, интенсивность которого возрастает к оси потока. Вблизи стенки определяющим является второй фактор (за счет резкого увеличения температурного напора $t_p - t_g$), что в итоге приводит к охлаждению коксозольных частиц. Из рис. 2 следует, что характер изменения кривых $t_p(r)$ близок к характеру изменения зависимостей $t_g(r)$. В центральной части трубы температуры обеих фаз близки, а в пристеночной области под влиянием пульсационного переноса в твердой фазе (первый член уравнения (2)) функция $t_p(r)$ убывает значительно медленнее, чем кривая $t_g(r)$.

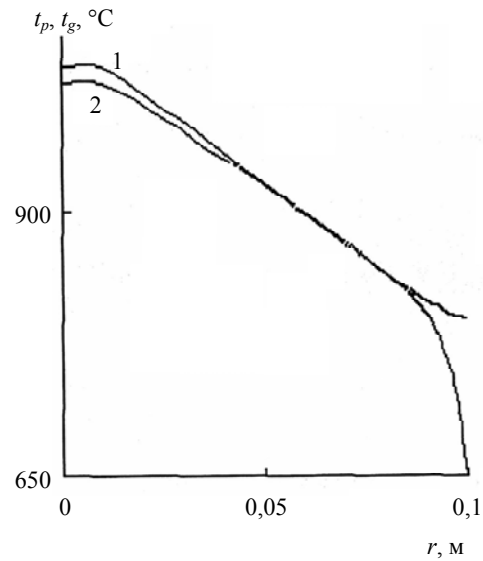


Рис. 2. Профили осредненных температур газа и коксозольных частиц для варианта III: 1 — t_p ; 2 — t_g

На рис. 3 показаны профили смешанных моментов пульсационных характеристик частиц $\langle t'_p w'_p \rangle$ и $\langle t'_p v'_p \rangle$ по поперечному сечению потока. Баланс членов уравнения (A2) показывает, что основную роль в формировании профиля $\langle t'_p w'_p \rangle(r)$ (кривая 3) играют восьмое $\langle w'_p v'_p \rangle \frac{\partial t_p}{\partial r}$, шестнадцатое $\frac{\langle t'_p w'_g \rangle}{\tau}$ и восемнадцатое $\frac{6\alpha_\Sigma \langle t'_g w'_p \rangle}{\rho_p c_p \delta}$ слагаемые указанного уравнения. Быстрый рост кривой $\langle t'_p w'_p \rangle(r)$ в диапазоне $0,0095 \text{ м} < r < 0,033 \text{ м}$ связан с возрастанием функций $\langle w'_p v'_p \rangle(r)$ (см. рис. 4, кривая 3), $\langle t'_p w'_g \rangle(r)$, $\langle t'_g w'_p \rangle(r)$ и убыванием зависимости $t_p(r)$ в этой зоне. На нисходящем участке $0,033 \text{ м} < r < 0,085 \text{ м}$ убывание зависимости $\langle t'_p w'_p \rangle(r)$ обусловлено уменьшением касательного реинольдсова напряжения $\langle w'_p v'_p \rangle$ и смешанных корреляций $\langle t'_p w'_g \rangle$ и $\langle t'_g w'_p \rangle$ в рассматриваемом интервале.

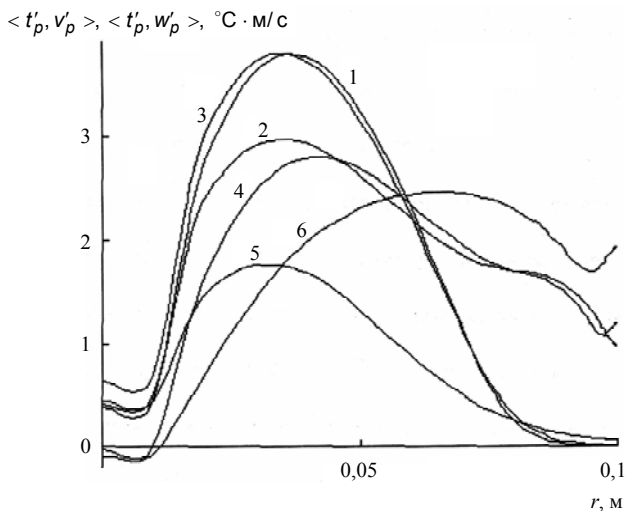


Рис. 3. Распределение вторых моментов пульсаций скорости и температуры дисперсной фазы: вариант I — 1 — $\langle t'_p w'_p \rangle$; 2 — $\langle t'_p v'_p \rangle$; вариант II — 3 — $\langle t'_p w'_p \rangle$; 4 — $\langle t'_p v'_p \rangle$; вариант III — 5 — $\langle t'_p w'_p \rangle$; 6 — $\langle t'_p v'_p \rangle$

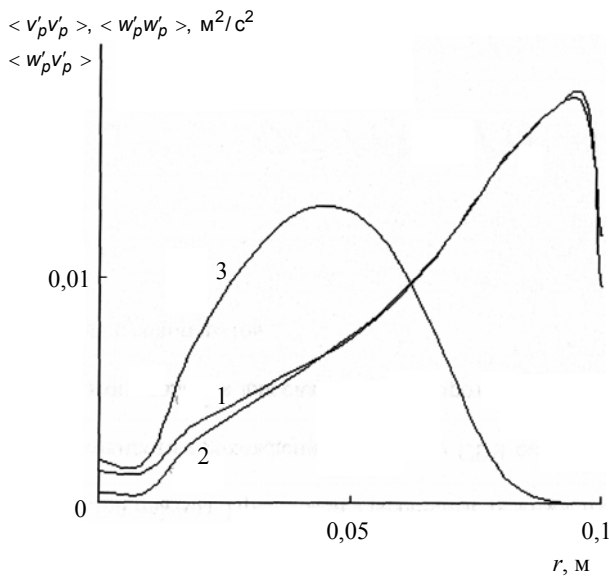


Рис. 4. Профили вторых моментов пульсаций скорости твердой фазы: вариант I — 1 — $\langle w'_p w'_p \rangle$; 2 — $\langle v'_p v'_p \rangle$; вариант II — 3 — $\langle w'_p v'_p \rangle$

На рис. 5 даны результаты расчетов третьих моментов пульсаций скорости и температуры частиц с использованием (15)—(17) и (B1)—(B3).

Из рис. 5 видно, что характер изменения зависимости $\langle t'_p v'^2_p \rangle(r)$, рассчитанной с помощью алгебраического выражения (16) (кривая 4), близок к характеру изменения этой же зависимости, найденной из уравнения (B2) (кривая 1). В отличие от характера распределения функций $\langle t'_p v'^2_p \rangle(r)$, подобия между кривыми $\langle t'_p w'_p v'_p \rangle(r)$, вычисленными с использованием при-

ближенной формулы (15) и параболического уравнения (B3), не наблюдается (сравниваются кривые 2 и 5). Что касается поведения функций $\langle t'_p w'^2_p \rangle(r)$ (сравниваются кривые 3 и 6), то в приосевой зоне $0 < r < 0,066$ м кривые 3 и 6 резко отличны друг от друга, а в периферийной области $0,066 < r$ эти зависимости подобны.

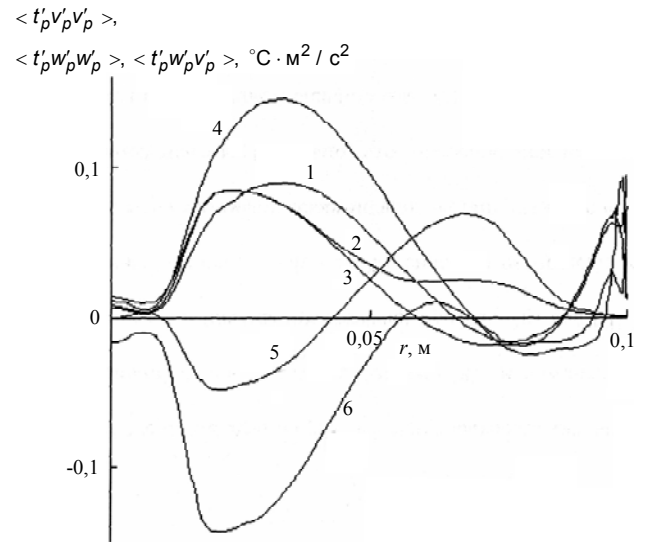


Рис. 5. Распределение третьих моментов пульсаций скорости и температуры частиц на участке стабилизированного течения газозвеси: вариант I — 1 — $\langle t'_p v'^2_p \rangle$; 2 — $\langle t'_p w'_p v'_p \rangle$; 3 — $\langle t'_p w'^2_p \rangle$; вариант II — 4 — $\langle t'_p v'^2_p \rangle$; 5 — $\langle t'_p w'_p v'_p \rangle$; 6 — $\langle t'_p w'^2_p \rangle$

На рис. 6 даны значения смешанных корреляций четвертого порядка пульсаций скорости и температуры частиц на участке восходящего движения газозвеси.

Из рис. 6 видно, что функция $\langle t'_p v'^3_p \rangle(r)$ имеет ярко выраженный максимум в точке $r = 0,088$ м (кривая 1), наличие которого обусловлено влиянием третьего члена $\langle v'^2_p \rangle^2 \partial t_p / (\psi_3 \partial r)$ уравнения (20). На восходящей ветви $0,0095$ м $< r < 0,088$ м характер кривой $\langle t'_p v'^3_p \rangle(r)$ определяется возрастанием функции $\langle v'_p v'_p \rangle(r)$ (см. рис. 4, кривая 2) и убыванием кривой $t_p(r)$. На нисходящем участке $r > 0,088$ м убывание зависимости $\langle t'_p v'^3_p \rangle(r)$ связано с уменьшением корреляции $\langle v'_p v'_p \rangle$ и абсолютного значения производной $|\partial t_p / \partial r|$ в этой зоне. Из сравнения зависимостей $\langle t'_p v'^2_p \rangle(r)$ (см. рис. 5, кривая 1) и $\langle t'_p v'^3_p \rangle(r)$ (см. рис. 6, кривая 1) видно, что в центральной части канала $0 < r < 0,066$ м значения переменной $\langle t'_p v'^2_p \rangle$ выше момента $\langle t'_p v'^3_p \rangle$, а в периферийной области $0,066$ м $< r < 0,093$ м корреляция $\langle t'_p v'^3_p \rangle$ превышает величину

$\langle t_p' v_p'^2 \rangle$, что говорит о необходимости учета четвертых моментов пульсаций скорости и температуры частиц при расчетах неизотермических двухфазных турбулентных течений.

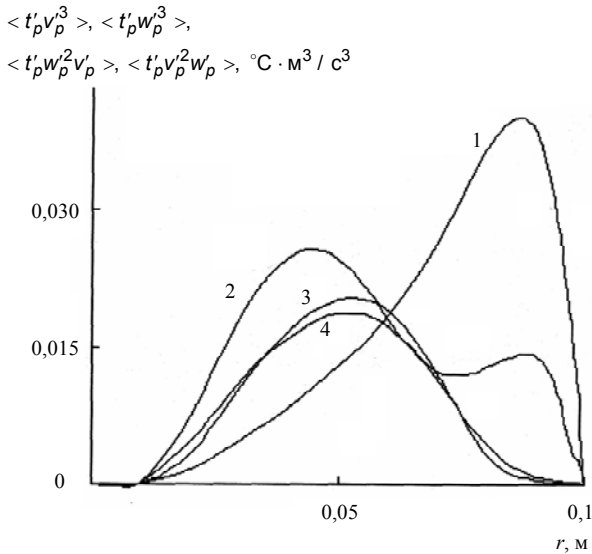


Рис. 6. Распределение четвертых моментов пульсаций скорости и температуры частиц по поперечному сечению потока для варианта I:

- 1 — $\langle t_p' v_p'^3 \rangle$; 2 — $\langle t_p' w_p'^2 v_p' \rangle$; 3 — $\langle t_p' w_p'^3 \rangle$;
- 4 — $\langle t_p' w_p' v_p'^2 \rangle$

ПРИЛОЖЕНИЕ А

Параболические уравнения переноса вторых моментов пульсаций скорости и температуры частиц имеют следующий вид:

уравнение переноса величины $\langle t_p' v_p' \rangle$:

$$\begin{aligned}
 & -\frac{\partial}{r \partial r} \left(\frac{r \langle v_p'^2 \rangle}{\psi_1} \frac{\partial \langle t_p' v_p' \rangle}{\partial r} \right) - \frac{\partial}{2r \partial r} \left(\frac{r \langle v_p'^3 \rangle}{\psi_1} \frac{\partial t_p}{\partial r} \right) + \\
 & + \frac{2\partial}{r \partial r} \left(\frac{\langle w_p' v_p' \rangle \langle t_p' w_p' \rangle}{\psi_1} \right) + \langle v_p'^2 \rangle \frac{\partial t_p}{\partial r} + \\
 & + \frac{\langle w_p' v_p' \rangle \partial \langle t_p' w_p' \rangle}{\psi_1 r \partial r} + \frac{\langle t_p' v_p' \rangle \partial \langle w_p'^2 \rangle}{2\psi_1 r \partial r} + \\
 & + \frac{\langle w_p' v_p' \rangle \langle t_p' w_p' \rangle}{\psi_1 r^2} + \frac{\langle v_p' w_p'^2 \rangle \partial t_p}{2\psi_1 r \partial r} + \\
 & + \frac{\langle w_p'^2 \rangle \langle t_p' v_p' \rangle}{\psi_1 r^2} = \frac{1}{\tau} (\langle t_p' v_p' g \rangle - \langle t_p' v_p' \rangle) + \\
 & + \frac{6\alpha_\Sigma}{\rho_p c_p \delta} (\langle t_p' v_p' \rangle - \langle t_p' v_p' \rangle);
 \end{aligned} \tag{A1}$$

уравнение переноса величины $\langle t_p' w_p' \rangle$:

$$\begin{aligned}
 & -\frac{\partial}{r \partial r} \left(\frac{r \langle v_p'^2 \rangle}{\psi_2} \frac{\partial \langle t_p' w_p' \rangle}{\partial r} \right) - \frac{\partial}{r \partial r} \left(\frac{r \langle t_p' v_p' \rangle}{\psi_2} \frac{\partial \langle w_p' v_p' \rangle}{\partial r} \right) - \\
 & -\frac{\partial}{r \partial r} \left(\frac{\langle t_p' v_p' \rangle \langle w_p' v_p' \rangle}{\psi_2} \right) - \frac{\partial}{r \partial r} \left(\frac{r \langle w_p' v_p' \rangle}{\psi_2} \frac{\partial \langle t_p' v_p' \rangle}{\partial r} \right) - \\
 & -\frac{\partial}{r \partial r} \left(\frac{r \langle v_p'^2 w_p' \rangle}{\psi_2} \frac{\partial t_p}{\partial r} \right) + \frac{2\partial}{r \partial r} \left(\frac{\langle t_p' w_p' \rangle \langle w_p'^2 \rangle}{\psi_2} \right) - \\
 & -\frac{\partial}{r \partial r} \left(\frac{\langle v_p'^2 \rangle \langle t_p' w_p' \rangle}{\psi_2} \right) + \langle w_p' v_p' \rangle \frac{\partial t_p}{\partial r} - \frac{\langle v_p'^2 \rangle}{\psi_2} \frac{\partial \langle t_p' w_p' \rangle}{r \partial r} - \\
 & - \frac{\langle t_p' v_p' \rangle \partial \langle w_p' v_p' \rangle}{\psi_2 r \partial r} - \frac{\langle t_p' v_p' \rangle \langle w_p' v_p' \rangle}{\psi_2 r^2} - \\
 & - \frac{\langle w_p' v_p' \rangle \partial \langle t_p' v_p' \rangle}{\psi_2 r \partial r} - \frac{\langle v_p'^2 w_p' \rangle \partial t_p}{\psi_2 r \partial r} + \frac{2 \langle w_p'^2 \rangle \langle t_p' w_p' \rangle}{\psi_2 r^2} - \\
 & - \frac{\langle v_p'^2 \rangle \langle t_p' w_p' \rangle}{\psi_2 r^2} = \frac{\langle t_p' w_p' g \rangle - \langle t_p' w_p' \rangle}{\tau} + \\
 & + \frac{6\alpha_\Sigma (\langle t_p' w_p' \rangle - \langle t_p' w_p' \rangle)}{\rho_p c_p \delta}.
 \end{aligned} \tag{A2}$$

В уравнениях (A1) и (A2) фигурируют неизвестные моменты второго $\langle w_p' w_p' \rangle$ и третьего $\langle v_p' v_p' v_p' \rangle$, $\langle v_p' w_p' w_p' \rangle$, $\langle v_p' v_p' w_p' \rangle$ порядков пульсаций скорости частиц, которые определяются согласно [5].

ПРИЛОЖЕНИЕ В

Система параболических уравнений переноса тройных корреляций:

уравнение переноса величины $\langle t_p' w_p'^2 \rangle$:

$$\begin{aligned}
 & -\frac{\partial}{4r \partial r} \left(\frac{r \langle v_p'^2 \rangle}{\psi_4} \frac{\partial \langle t_p' w_p'^2 \rangle}{\partial r} \right) - \frac{\partial}{2r \partial r} \left(\frac{r \langle w_p' v_p' \rangle}{\psi_4} \frac{\partial \langle t_p' w_p' v_p' \rangle}{\partial r} \right) - \\
 & -\frac{\partial}{4r \partial r} \left(\frac{r \langle t_p' v_p' \rangle}{\psi_4} \frac{\partial \langle w_p'^2 v_p' \rangle}{\partial r} \right) - \frac{\partial}{2r \partial r} \left(\frac{\langle v_p'^2 \rangle \langle t_p' w_p'^2 \rangle}{\psi_4} \right) - \\
 & -\frac{\partial}{2r \partial r} \left(\frac{\langle w_p' v_p' \rangle \langle t_p' w_p' v_p' \rangle}{\psi_4} \right) - \frac{\partial}{2r \partial r} \left(\frac{\langle t_p' v_p' \rangle \langle w_p'^2 v_p' \rangle}{\psi_4} \right) + \\
 & + \frac{\partial}{r \partial r} \left(\frac{\langle w_p'^2 \rangle \langle t_p' w_p'^2 \rangle}{\psi_4} \right) + \frac{\partial}{4r \partial r} \left(\frac{\langle w_p'^3 \rangle \langle t_p' w_p' \rangle}{\psi_4} \right) - \\
 & -\frac{\partial}{4r \partial r} \left(\frac{r \langle v_p'^2 \rangle \langle w_p'^2 \rangle}{\psi_4} \frac{\partial t_p}{\partial r} \right) - \frac{\partial}{2r \partial r} \left(\frac{r \langle w_p' v_p' \rangle^2}{\psi_4} \frac{\partial t_p}{\partial r} \right) - \\
 & - \frac{\langle v_p'^2 \rangle \partial \langle t_p' w_p'^2 \rangle}{2\psi_4 r \partial r} - \frac{\langle w_p' v_p' \rangle \partial \langle t_p' w_p' v_p' \rangle}{\psi_4 r \partial r} - \frac{\langle t_p' v_p' \rangle}{2\psi_4} \times \\
 & \times \frac{\partial \langle w_p'^2 v_p' \rangle}{r \partial r} - \frac{\langle v_p'^2 \rangle \langle t_p' w_p'^2 \rangle}{\psi_4 r^2} - \frac{\langle w_p' v_p' \rangle \langle t_p' w_p' v_p' \rangle}{\psi_4 r^2} - \\
 & - \frac{\langle w_p'^2 v_p' \rangle \langle t_p' v_p' \rangle}{\psi_4 r^2} + \frac{\langle w_p'^2 \rangle \langle t_p' w_p'^2 \rangle}{\psi_4 r^2} + \frac{\langle w_p'^3 \rangle \langle t_p' w_p' \rangle}{2\psi_4 r^2} - \\
 & - \frac{\langle v_p'^2 \rangle \langle w_p'^2 \rangle \partial t_p}{2\psi_4 r \partial r} - \frac{\langle w_p' v_p' \rangle^2 \partial t_p}{\psi_4 r \partial r} - \frac{\langle t_p' w_p' \rangle \langle w_p' v_p' \rangle}{r} - \\
 & - \frac{\langle t_p' w_p' \rangle \partial (r \langle w_p' v_p' \rangle)}{r \partial r} + \frac{\langle w_p'^2 v_p' \rangle \partial t_p}{2 \partial r} -
 \end{aligned}$$

$$-\frac{\langle w_p^2 \rangle}{2} \frac{\partial \langle r \langle t_p v_p \rangle \rangle}{r \partial r} = -\psi_1 \langle t_p w_p^2 \rangle; \quad (B1)$$

уравнение переноса величины $\langle t_p v_p^2 \rangle$:

$$\begin{aligned} & -\frac{\partial}{2r \partial r} \left(\frac{r \langle v_p^2 \rangle}{\psi_3} \frac{\partial \langle t_p v_p^2 \rangle}{\partial r} \right) - \frac{\partial}{6r \partial r} \left(\frac{r \langle t_p v_p \rangle}{\psi_3} \frac{\partial \langle v_p^3 \rangle}{\partial r} \right) - \\ & -\frac{\partial}{2r \partial r} \left(\frac{r \langle v_p^2 \rangle}{\psi_3} \frac{\partial t_p}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{2r \partial r} \left(\frac{\langle v_p^2 \rangle \langle t_p w_p^2 \rangle}{\psi_3} \right) + \\ & + \frac{\partial}{r \partial r} \left(\frac{\langle w_p v_p \rangle \langle t_p w_p v_p \rangle}{\psi_3} \right) + \frac{\partial}{2r \partial r} \left(\frac{\langle w_p^2 v_p \rangle \langle t_p v_p \rangle}{\psi_3} \right) - \\ & -\frac{\partial}{2r \partial r} \left(\frac{\langle t_p v_p^2 \rangle \langle w_p^2 \rangle}{\psi_3} \right) + \langle v_p^3 \rangle \frac{\partial t_p}{\partial r} + \\ & + \frac{\langle v_p^2 \rangle}{2\psi_4} \frac{\partial \langle t_p w_p^2 \rangle}{r \partial r} + \frac{\langle w_p v_p \rangle}{\psi_4} \frac{\partial \langle t_p w_p v_p \rangle}{r \partial r} + \\ & + \frac{\langle t_p v_p \rangle}{2\psi_4 r} \frac{\partial \langle w_p^2 v_p \rangle}{\partial r} + \frac{\langle v_p^2 \rangle \langle t_p w_p^2 \rangle}{\psi_4 r^2} + \\ & + \frac{\langle w_p v_p \rangle \langle t_p w_p v_p \rangle}{\psi_4 r^2} + \frac{\langle w_p^2 v_p \rangle \langle t_p v_p \rangle}{\psi_4 r^2} - \\ & -\frac{\langle w_p^2 \rangle \langle t_p w_p^2 \rangle}{\psi_4 r^2} - \frac{\langle w_p^3 \rangle \langle t_p w_p \rangle}{2\psi_4 r^2} + \frac{\langle v_p^2 \rangle \langle w_p^2 \rangle}{2\psi_4} \frac{\partial t_p}{r \partial r} + \\ & + \frac{\langle w_p v_p \rangle^2}{\psi_4} \frac{\partial t_p}{r \partial r} - \frac{\langle v_p^2 \rangle}{2} \frac{\partial \langle r \langle t_p v_p \rangle \rangle}{r \partial r} - \\ & - \langle t_p v_p \rangle \frac{\partial \langle r \langle v_p^2 \rangle \rangle}{r \partial r} + \frac{\langle t_p v_p \rangle \langle w_p^2 \rangle}{r} = -\psi_1 \langle t_p v_p^2 \rangle; \end{aligned} \quad (B2)$$

уравнение переноса величины $\langle t_p w_p v_p \rangle$:

$$\begin{aligned} & -\frac{\partial}{r \partial r} \left(\frac{r \langle v_p^2 \rangle}{\psi_4} \frac{\partial \langle t_p w_p v_p \rangle}{\partial r} \right) - \frac{\partial}{2r \partial r} \left(\frac{r \langle w_p v_p \rangle}{\psi_4} \frac{\partial \langle t_p v_p^2 \rangle}{\partial r} \right) - \\ & -\frac{\partial}{2r \partial r} \left(\frac{r \langle t_p v_p \rangle}{\psi_4} \frac{\partial \langle v_p^2 w_p \rangle}{\partial r} \right) - \frac{\partial}{r \partial r} \left(\frac{\langle v_p^2 \rangle \langle t_p w_p v_p \rangle}{\psi_4} \right) - \\ & -\frac{\partial}{2r \partial r} \left(\frac{\langle t_p v_p \rangle \langle v_p^2 w_p \rangle}{\psi_4} \right) + \frac{3\partial}{r \partial r} \left(\frac{\langle w_p v_p \rangle \langle t_p w_p^2 \rangle}{\psi_4} \right) + \\ & + \frac{\partial}{r \partial r} \left(\frac{\langle t_p v_p \rangle \langle w_p^3 \rangle}{\psi_4} \right) - \frac{\partial}{r \partial r} \left(\frac{\langle w_p^2 \rangle \langle t_p w_p v_p \rangle}{\psi_4} \right) - \\ & -\frac{3\partial}{2r \partial r} \left(\frac{r \langle v_p^2 \rangle \langle w_p v_p \rangle}{\psi_4} \frac{\partial t_p}{\partial r} \right) + \langle v_p^2 w_p \rangle \frac{\partial t_p}{\partial r} + \\ & + \frac{\langle w_p v_p \rangle}{\psi_3} \frac{\partial \langle t_p w_p^2 \rangle}{r \partial r} + \frac{\langle t_p v_p \rangle}{3\psi_3} \frac{\partial \langle w_p^3 \rangle}{r \partial r} + \\ & + \frac{2 \langle w_p v_p \rangle \langle t_p w_p^2 \rangle}{\psi_3 r^2} + \frac{\langle t_p v_p \rangle \langle w_p^3 \rangle}{\psi_3 r^2} + \frac{\langle w_p v_p \rangle \langle w_p^2 \rangle}{\psi_3} \times \\ & \times \frac{\partial t_p}{r \partial r} + \frac{\langle t_p w_p \rangle \langle w_p^2 \rangle}{r} - \frac{\langle v_p^2 \rangle}{\psi_4} \frac{\partial \langle t_p w_p v_p \rangle}{r \partial r} - \\ & - \frac{\langle w_p v_p \rangle}{2\psi_4} \frac{\partial \langle t_p v_p^2 \rangle}{r \partial r} - \frac{\langle t_p v_p \rangle}{2\psi_4} \frac{\partial \langle v_p^2 w_p \rangle}{r \partial r} \end{aligned} \quad (B3)$$

$$\begin{aligned} & -\frac{\langle v_p^2 \rangle \langle t_p w_p v_p \rangle}{\psi_4 r^2} - \frac{\langle t_p v_p \rangle \langle v_p^2 w_p \rangle}{2\psi_4 r^2} + \\ & + \frac{3 \langle w_p v_p \rangle \langle t_p w_p^2 \rangle}{\psi_4 r^2} + \frac{\langle t_p v_p \rangle \langle w_p^3 \rangle}{\psi_4 r^2} - \\ & -\frac{\langle w_p^2 \rangle \langle t_p w_p v_p \rangle}{\psi_4 r^2} - \frac{3 \langle v_p^2 \rangle \langle w_p v_p \rangle}{2\psi_4} \frac{\partial t_p}{r \partial r} - \\ & -\frac{\langle t_p v_p \rangle \langle w_p v_p \rangle}{r} - \langle t_p w_p \rangle \frac{\partial \langle r \langle v_p^2 \rangle \rangle}{r \partial r} - \\ & -\frac{\langle t_p v_p \rangle \partial \langle r \langle w_p v_p \rangle \rangle}{r \partial r} - \frac{\langle w_p v_p \rangle \partial \langle r \langle t_p v_p \rangle \rangle}{r \partial r} = \\ & = -\psi_2 \langle t_p w_p v_p \rangle. \end{aligned} \quad (B3)$$

Неизвестные вторые и третьи моменты пульсаций поступательной скорости частиц, фигурирующие в уравнениях (B1)—(B3), могут быть определены согласно [5, 7].

Обозначения

- C — концентрация;
- c — теплоемкость, кДж/(кг · К);
- E — энергия активации, кДж/кмоль;
- F — сила, кг/(с² · м²);
- G — генерация турбулентной энергии газа в следах за частицами, кг/(с³ · м);
- g — ускорение свободного падения, м/с²;
- H — универсальная газовая постоянная, кДж/(кмоль · К);
- K — коэффициент восстановления скорости при ударе;
- k — кинетическая пульсационная энергия, м²/с²;
- L — предэкспоненциальный множитель, м/с;
- P — давление газа, Н/м²;
- Pr — критерий Прандтля;
- Q — тепловыделение за счет гетерогенной химической реакции, кДж/(с · м³);
- q — тепловой эффект реакции $C + O_2 = CO_2$, кДж/кмоль;
- R — радиус канала, м;
- r, z, φ — радиальная, продольная и трансверсальная координаты, соответственно, м;
- S — коэффициент массообмена, м/с;
- t — температура, °С;
- u, v, w — осредненные составляющие вектора скорости, м/с;
- Z — массовая доля компонента газовой смеси;
- α — коэффициент теплообмена между газом и частицей, кДж/(с · м² · К);
- β — истинная объемная концентрация частиц;
- γ — константа скорости реакции, м/с;
- δ — диаметр частицы, м;
- ε — диссипация пульсационной энергии, м²/с³;
- η — кинематическая вязкость, м²/с;
- λ — коэффициент теплопроводности, кДж/(с · м · К);
- ρ — плотность, кг/м³;
- σ — эмпирическая постоянная;
- τ — время динамической релаксации, с;
- $\psi_1, \psi_2, \psi_3, \psi_4$ — коэффициенты, с⁻¹.

Индексы нижние:

- a — сила аэродинамического сопротивления частицы;
- C — углерод;

con — конвективный теплообмен;
 g — газ;
 k — пульсационная энергия газа;
 m — среднее значение;
 n — нормальный;
 O_2 — кислород;
 p — частица;
 rad — лучистый теплообмен;
 t — пульсации;
 w — стенка канала;
 τ — тангенциальный;
 Σ — суммарный теплообмен;

Индексы верхние:

$/$ — пульсационная составляющая при временном осреднении;
 $\langle \rangle$ — осреднение по времени;
 \wedge — актуальное значение.

Заключение

Приведенная в настоящей работе математическая модель аэродинамики и физико-химических процессов отражает основные закономерности процессов переноса массы, импульса и энергии в реагирующих двухфазных системах на участке стабилизированного течения газозвеси. Предложенная методика расчета позволяет получить детальную информацию о распределении наиболее важных параметров рабочего процесса, что

может быть полезно при проектировании проточных химических реакторов на стадиях технического и рабочего проектирования.

Л и т е р а т у р а

1. Кондратьев Л. В. Модель и численное исследование турбулентного течения газозвеси в трубе: Автореф. дис. канд. физ.-мат. наук. — Л., 1989.
2. Шрайбер А. А., Гавин Л. Б., Наумов В. А., Яценко В. П. Турбулентные течения газозвеси. — Киев: Наукова думка, 1987.
3. Кондратьев Л. В. Математическое моделирование турбулентного неизотермического течения газозвеси в вертикальной трубе// Сб. науч. тр. "Моделирование в механике". — Новосибирск: Ин-т теоретической и прикладной механики СО АН СССР. 1988. Т. 2 (19), № 6. С. 55—61.
4. Zaichik L. I., Pershukov V. A., Kozelev M. V. and Vinberg A. A. Modeling of dynamics, heat transfer, and combustion in two-phase turbulent flows: 2. Flows with heat transfer and combustion// Experimental thermal and fluid science. 1997. № 15. P. 311—322.
5. Рохман Б. Б. Об уравнениях переноса корреляционных моментов пульсаций скоростей дисперсной фазы на стабилизированном участке осесимметричного двухфазного потока// Прикладная физика. 2006. № 2. С. 11—18 (ч. I).
6. Рохман Б. Б. Об уравнениях переноса корреляционных моментов пульсаций скоростей дисперсной фазы на стабилизированном участке осесимметричного двухфазного потока// Там же. 2006. № 3. С. 5—12 (ч. II).
7. Рохман Б. Б. Расчет турбулентного переноса импульса в твердой фазе на основе уравнений для вторых и третьих моментов пульсаций скоростей частиц// ИФЖ. 2006.
8. Симуни Л. М. Численное решение задачи о неизотермическом движении жидкости в плоской трубе// Там же. 1966. Т. 10. № 1. С. 85—91.

Статья поступила в редакцию 19 июля 2006 г.

The mathematical description of a momentum and heat transfer in the turbulent chemically reacting gas-particle flows on the stabilized part of the axially symmetric channel

B. B. Rokhman

Institute for Carbon Energy Technologies, Kiev, Ukraine

Two systems of transfer equations for the correlations of particles velocity and temperature fluctuations on a part of the stabilized ascending movement of gas-particle flow with the account of convective and radial heat exchange and the interphase interaction, differing in the way of closing are considered. In the first case the closed heat transfer description of a solid phase is carried out at a level of the equations for the second moments, in the second case — at a level of the equations for the third moments. Gas fluctuation characteristics are calculated using a one-parametrical model of the turbulence generalized on a case of two phase turbulent flows. On the basis of numerical researches the comparative analysis of two calculation methods for the ascending not isothermal gas-particle flow is carried out. It is shown, that in the certain intervals the fourth moments can be much higher than the third ones, this fact must be taken into account at calculations for not isothermal gas-particle flows.