

Общая физика

УДК 519.92+95:536.758

Структурное описание сложных систем

А. С. Харитонов

Российский государственный социальный университет, Москва, Россия

Классические дифференциальные уравнения имеют статистический смысл и являются верными только для средних значений большого числа отдельных элементарных процессов. К этим процессам обычно относят квантовые закономерности, автор же предполагает, что к элементарным процессам относятся также структурные изменения в сложных системах. Предлагается структурное описание сложных систем, при котором классические уравнения равновесия получают статистический смысл и являются верными только для средних значений, возникающих в результате взаимодействия структурных изменений.

Усредненное описание сложных систем связано всегда с потерей информации об элементарных процессах, и характер потери информации зависит от способа и масштаба усреднения. Поэтому классические дифференциальные уравнения справедливы для описания консервативных систем, когда набор структурных состояний зафиксирован, и эволюцией можно пренебречь. Число реализованных структур в объекте всегда намного меньше числа возможных, и между ними идет постоянная борьба за существование. Под структурой можно понимать связь трех и более последовательностей событий.

Примером неприменимости классических дифференциальных уравнений могут служить фракталы и сложные системы. Под сложными системами будем понимать такие, для описания которых термодинамический предел не применим и у которых нет основного классического равновесного состояния. К таким сложным системам можно отнести макромолекулу в термостате, стекло и плазму, а также биологические и социально-экономические системы [1].

Особенностью этих систем является спонтанное изменение структуры динамических элементов при постоянстве внешних условий. Система, состоящая из элементов с фиксированной структурой элементов, может выйти из состояния равновесия или прямолинейного равномерного движения только под действием внешних сил, система с переменной структурой элементов может создавать внутренние движущие силы и за счет них обладает самодвижением и эволюцией.

Если в качестве элементов системы принять "тубочки", которые в результате воздействия шума ветра могут резонировать и усиливать одни гармонию ветра и подавлять другие гармонию, как это предложил Н. А. Умов в 1902 г. [2], то развитие такой системы возможно за счет структурных резонансов, и качество энергии может частично повышаться. Но в этом случае мы должны отказаться от постулата "система состоит из одинаковых элементов" и разработать описание систем, обусловленных взаимодействием структурных процессов. Взаимодействие структур, способных через меха-

низмы "резонанса" рекуррентно порождать новые структуры, должно описываться на основе других исходных постулатов.

Ниже рассмотрена попытка объединить известное описание структурных закономерностей с законами равновесной статистики.

Простейшие структурные изменения описываются, как известно, правилом "золотой пропорции", краткое содержание которого приведено ниже.

"Золотая пропорция" возникает при весьма общих предположениях:

аддитивности:

$$A = B + C$$

и рекуррентности:

каждый элемент есть сумма двух предыдущих, т. е.

$$A(n) = A(n-1) + A(n-2). \quad (1)$$

Каждая структура в природе по уравнению (1) возникает с учетом существования других предшествующих структур.

Нетрудно убедиться, что при $A(1) \geq 0$ и $A(2) > 0$ рекуррентное уравнение (1) при $n > 10$ приближает отношение $A(n)/A(n+1)$ к "золотой пропорции" $\phi = 0,618\dots$:

$$A(n)/A(n+1) \Rightarrow \phi$$

и к ее квадрату

$$A(n)/A(n+2) \Rightarrow \phi^2,$$

$$\phi^2 = 0,381\dots$$

Из этого следует, что структурная организация природы связана в пределе с правилом "золотой пропорции" представления целого в виде суммы двух неравных частей

$$1 = (\phi + \phi^2) = 0,618\dots + 0,381\dots \quad (2)$$

Если построить график отношения $A(n)/A(n+1)$ в зависимости от n , то можно увидеть, как возникают затухающие колебания около "золотой пропорции" по уравнению (1).

Обратим внимание на то, что при итерации — умножении самой на себя — "золотая пропорция" порождает ряды Фибоначчи и Люка и саму себя, а также множественные свои разветвления.

Используем итерацию умножения бóльшей величины (в данном случае ϕ) на выражение (2). На первом шаге получим

$$1 = \{\phi(\phi + \phi^2) + \phi^2\} = (2\phi^2 + \phi^3).$$

Повторим эту операцию умножения для бóльшей величины ϕ^2 и получим

$$1 = \{2\phi^2(\phi + \phi^2) + \phi^3\} = (3\phi^3 + 2\phi^4).$$

Повторим операцию умножения бóльшей величины на единицу, представленную разложением по "золотой пропорции", в результате получим

$$1 = (5\phi^4 + 3\phi^5).$$

Далее при повторении имеем

$$1 = (8\phi^5 + 5\phi^6).$$

В пределе получаем разбиение единицы на две части по формуле

$$1 = F_{n+1}\phi^{n-1} + F_n\phi^n, \quad (3)$$

где F_n — ряд Фибоначчи, имеющий вид

$$0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, \dots$$

и возникающий естественным образом из этой итерации "золотой пропорции".

Ряд Люка имеет вид

$$2, 1, 3, 4, 7, 11, 18, 29, 47, 76, 123, 199, \dots$$

Он равен сумме двух рядов Фибоначчи, сдвинутых на два шага, т. е.

$$L_{n-1} = F_n + F_{(n-2)} \text{ для } n > 2.$$

Для бóльших значений n приближенное соотношение для чисел ряда Люка будет

$$1 \cong L_{n+1}\phi^n.$$

Традиционно "золотую пропорцию" определяют из предела отношения последующих членов ряда Фибоначчи

$$\frac{F_n}{F_{n+1}} \Rightarrow \phi$$

или членов ряда Люка

$$\frac{L_n}{L_{n+1}} \Rightarrow \phi.$$

Если бы в системах существовал только процесс разбиения бóльшего на меньшие части по рассмотренной итерации, то мы наблюдали бы численные предельные выражения по формуле (3)

$$1 \approx 0,72 + 0,28 = 1,38 \cdot 0,72.$$

Эти численные выражения мало известны, что указывает на то, что в природе имеет место не только процесс разбиения бóльшего на меньшие части по рассмотренной итерации. Поэтому рассмотрим процесс итерации умножения выражения (2) самого на себя. В этом случае разбиение системы на части описывается биномом Ньютона

$$1 = (\phi + \phi^2)^m = \sum_{n=0}^m C_m^n \phi^{n+m}, \quad (4)$$

где $0 \leq n \leq m \leq \infty$; C — число сочетаний из m элементов по n .

Целое разбивается на равновесные структурные части в пределе по формуле (4). Последняя описывает не только разбиения целого на части, но и объединение одинаковых частей в новые бóльшие части по закону биномиальных коэффициентов C_m^n . Возникает не пара частей, как по уравнению (3), а совокупность $(n+1)$ элементов при $m = \text{const}$.

Члены ряда Фибоначчи F_n являются скрытыми и непроявленными закономерностями в формуле (4) и описываются по формуле из работы [3]:

$$F_{n+1} = \sum_{m=0}^{n/2} C_{n-m}^m.$$

Кроме того, в формуле (4) скрыто множество возникновений "золотой пропорции", если пользоваться простейшим численным значением этой пропорции

$$\phi = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} = \frac{2}{1 + \sqrt{5}}.$$

Возникновение ϕ возможно в результате "взаимодействия" двух и трех последовательных чисел ряда Фибоначчи и ряда Люка. Они образуют заново "золотые пропорции" ϕ^{**} , что можно предположить из их свойств. Ряд Фибоначчи порождает следующие числовые закономерности:

$$F_n^2 - F_n F_{n-1} - F_{n-1}^2 = \pm 1$$

$$\text{и} \quad F_n^2 - F_{n+1} F_{n-1} = \pm 1.$$

Ряд Люка порождает его дополнение до удвоенной "золотой пропорции"

$$L_n^2 - L_n L_{n-1} - L_{n-1}^2 = \pm 5$$

$$\text{и} \quad L_n^2 - L_{n+1} L_{n-1} = \pm 5.$$

Таким образом, из приведенных примеров итерации видно, что "золотая пропорция" порождает ряды

Фибоначчи и Люка, а через них и саму себя многими способами.

Через каждые пять-шесть шагов итерации по n возможна самоорганизация локального равновесия по Φ — возникновение группы с внутренними интересами (своей свободой воли).

Целое порождает относительно независимые части, обладающие свойствами целого, т. е. ему подобные. Другими словами, при $n > 5$ нарушается детерминизм организации системы, а подобие сохраняется.

Итак, благодаря итерации исходная система уравнений (1) порождает саму себя Φ , которая обладает циклическостью, самовоспроизведением, размножением и разветвленной сетью:

$$\begin{array}{c} \Phi \rightarrow F_n \rightarrow F_{(n+2)} \rightarrow L_{(n)} \rightarrow \Phi^{**}, \\ \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\ \Phi^* \quad \Phi^* \quad \Phi^* \end{array} \quad (5)$$

где числа ряда Люка и Фибоначчи воспроизводят "золотую пропорцию" разными способами как предел рекуррентного ряда Φ^* и как истинное ее значение Φ^{**} .

Если не было бы специфического "взаимодействия" членов ряда Люка и Фибоначчи, то "золотая пропорция" Φ^* была бы редким событием в системе, а за счет их "взаимодействия" Φ^{**} должна быть в природе очень частым явлением, что подтверждает практика, описанная, например, в работе [3]. От каждого равновесия по "золотой пропорции" можно за счет итерации в цикле выстраивать заново рассмотренную схему (5). Это свойство позволяет говорить об алгебраических фрактальных свойствах "золотой пропорции", где под фракталом понимается объект, имеющий разветвленную структуру. Части фрактала подобны всему объекту.

При усреднении "золотой пропорции"

$$\frac{\Phi + \Phi^2}{2} = \frac{1}{2}$$

формула (4) вырождается в биномиальное распределение

$$1 = (\Phi + \Phi^2)^m = \sum_{n=0}^m C_m^n \Phi^{n+m} \Rightarrow \sum_{n=0}^m C_m^n 2^{-m},$$

где $0 \leq n \leq m \leq \infty$; C — число сочетаний из m элементов по n .

Из этого примера можно видеть колоссальную потерю информации о структурных свойствах систем при их усредненном описании.

Полученный выше результат физически можно трактовать так: в природе происходят процессы не только рассеяния "энергии" — разбиения большего на меньшие части, но и процессы концентрации ее в виде порождения больших новых структурных единиц бытия.

Возникает естественный вопрос, откуда может взяться итерация событий в естественной природе, да еще по "золотой пропорции"? Для ответа на этот вопрос воспользуемся работами [1, 4—6].

Ранее для учета процессов рассеяния и концентрации энергии автор предложил использовать новое определение энтропии как суммы мер хаоса и порядка

$$\ln K = - \sum_{i=1}^K f_i \ln f_i + \sum_{i=1}^K f_i \ln(K f_i) = I + G, \quad (6)$$

где $\ln K$ — безразмерная энтропия;

I — мера неопределенности состояния;

G — мера определенности состояния системы, новая функция для описания природы.

На основе исследований [1, 5, 6] и уравнения (6) выявлена целесообразность введения третьего пространства событий — l набора типов степеней свободы, характеризующего рекуррентное изменение структуры элементов.

Далее уравнение (6) было преобразовано к виду

$$I = - \sum_{i=1}^K f_i \log_K f_i + \sum_{i=1}^K f_i \log_K (K f_i) = I + G, \quad (7)$$

где I — мера неопределенности поведения системы, мера хаоса;

G — мера определенности поведения системы, мера порядка;

$f_i(p, q, l)$ — вероятность трех классов переменных.

На основе уравнения (7) предложена модель равновесия сложных систем в виде равенства мер хаоса и порядка, определенных на трех классах переменных

$$I(p, q, l \dots) = G(p, q, l). \quad (8)$$

Всякое отклонение от исходного состояния описывается рекуррентной зависимостью, приводящей к "золотой пропорции"

$$\Delta I(p) + \Delta I(q) + \Delta I(l) = 0.$$

Насколько возрастает мера хаоса по одним переменным, настолько же она уменьшается по другим переменным. При этом изменения организации системы затрагивают три класса переменных и отвечают количественно методу Фибоначчи и в пределе — правилу "золотой пропорции". Меры хаоса и порядка удовлетворяют требованиям аксиоматики теории вероятности и могут рассматриваться как значение вероятности при новом итерационном рассмотрении системы.

Согласно этому способу описания в природе имеют место три универсальных процесса: рост порядка G , рост хаоса I и стремление к их равновесию за счет постоянного изменения структуры элементов l .

Усредняя свойства системы в соответствии с эргодической гипотезой, в рамках которой справедлива современная статистическая физика, мы теряем информацию о структурном многообразии и симметрии хаоса и порядка по "золотой пропорции" и получаем законы статистической механики и термодинамики с их парадоксами и противоречиями опыту эволюции систем.

Преимущество структурного способа описания систем состоит в том, что он впервые содержит не только процесс деградации, но и процесс развития, когда увеличение структурной энтропии компенсирует уменьшение термодинамической энтропии

$$\Delta I(l) = -\Delta I(p) - \Delta I(q).$$

Важно, что статистическая сумма для трех классов зависимых переменных уже не задает единственного равновесного состояния, она многозначна и неустойчива, но за то имеет наглядную простую проверку с помощью чисел Фибоначчи или правила "золотой пропорции". Это выражение открывает возможность разработки новой технологии анализа равновесности сложных систем.

Выражение для свободной энергии с учетом трех классов переменных приобрело следующий вид:

$$F_{\min} = E - kT\{S(p)+S(q)+S(l)\}_{\max}.$$

Для пояснения новизны этой формулы приведем ее выражение, принятое в термодинамике

$$F_{\min} = U - kTS(p,q)_{\max},$$

где $E = 2U$.

Вместо максимального значения энтропии как функции двух независимых классов переменных (p,q) нами введен новый принцип максимума суммы трех энтропий, так что три класса переменных оказываются взаимно зависимыми. Эта зависимость позволяет исследовать структурные свойства природы, связанные с перераспределением энергии внутри системы между тремя классами переменных (тремя сущностями природы). При внешнем равновесии системы по постулату (8) имеем новые процессы, описываемые уравнением

$$\Delta S(p) + \Delta S(q) + \Delta S(l) = 0,$$

где $\Delta S(p)$, $\Delta S(q)$ и $\Delta S(l)$ — приращения энтропии по импульсам, координатам и структурному многообразию частиц, соответственно.

Постоянное изменение структуры динамических элементов $\Delta S(l) > 0$ может приводить к итерации — умножению "золотой пропорции" саму на себя, которую мы использовали в начале статьи.

Постоянная итерация событий — повторение рекуррентных процессов — поддерживает равновесие мер хаоса и порядка, определенных на трех классах переменных. Постоянные изменения по одним и тем же правилам приводят к определенному закону организации системы и росту ее структурного многообразия.

Структурная энтропия постоянно растет от любой, наперед выбранной точки отсчета. При этом интегральные структуры могут поддерживать себя за счет изменения структур низшего ранга. Таким образом, итерация,

которую можно делать на компьютере, идет в природе естественным путем.

Как представляется автору, преимущество структурного описания природы за счет итерации "золотой пропорции" состоит в том, что выполняются законы сохранения, превращения и взаимосвязи плюс новый закон борьбы структур за существование, ответственный за итерацию процессов в природе. В результате такого описания сохраняется целостность системы, раскрываются ее самодвижение, рост многообразия, цикличность и разветвление, открывается новый принцип познания: *часть может быть подобна целому в своем равновесии по "золотой пропорции"*.

Сделаем еще одно предположение из этой работы. Пусть каноническое распределение энергии, описываемое с помощью экспоненты, совпадает для больших n с биномом Ньютона для "золотой пропорции". Обе формулы являются формулами полного набора вероятностей и могут быть между собой согласованными.

$$1 = \sum_{i=1}^{\infty} \exp(-e_i / kT) = \sum_{n=0}^m C_m^n \Phi^{n+m}. \quad (9)$$

Тогда парадокс равновероятности может быть разрешен следующим способом. Парадокс равновероятности состоит в том что при $e_i = \text{const}$ все события равновероятны — постулат Больцмана или постулат Гиббса о микроканоническом распределении. Как писал Л. Больцман в своих лекциях, если события были бы равновероятными в изолированной равновесной системе, то в природе не было бы никакого движения.

Из уравнения (9) видно, что каждому микроканоническому распределению с энергией e_i или равновероятному событию можно поставить в соответствие произведение двух распределений по "золотой пропорции", умноженных на биномиальный коэффициент за счет расширения пространства событий до трех классов переменных:

$$\exp(-e_i / kT) = C_m^n \Phi^{n+m}.$$

Отсюда следует, что равновероятное (эргодическое) пространство событий классической статистики разворачивается в пространство событий, устроенное по "золотой пропорции", где идет борьба структур за существование. Рекуррентные последовательности событий выстраиваются по "золотой пропорции" — объекты стремятся к равновесию. Стремление к равновесию идет в конфигурационном, импульсном и структурном пространствах микросостояний. Все стремится к тройственному гармоническому равновесию, но разными способами. Между этими способами достижения гармонического равновесия идет постоянная борьба структур за существование, поэтому это структурное равновесие асимптотически неустойчиво. Таблица сравнения термодинамического и структурного описания приведена ниже.

Общие положения

1. Закон сохранения "энергии".
2. Закон превращения "энергии".

3. Закон взаимосвязи явлений природы между собой. 4. Каноническое распределение энергии: $f(u_i) = \frac{\exp(-e_i / kT)}{\sum_{i=1}^K \exp(-e_i / kT)},$ где e_i — энергия на степень свободы; kT — температура системы. Различия этих способов описания	
Существование термодинамического предела $N/V = \text{const}$ при $V \rightarrow \infty$ предполагает фиксированный набор структурных состояний	Существование равновесия мер хаоса и порядка, определенных в трех классах переменных, предполагает постоянную борьбу структур за существование
Системы стремятся к термодинамическому равновесию	Сложные системы стремятся к гармоническому равновесию трех сущностей
Термодинамическое равновесие устойчиво	Гармоническое равновесие неустойчиво
Угрозой жизни является "тепловая смерть Вселенной"	Угрозой жизни является структурная неустойчивость природы
Внутренняя энергия равна сумме свободной и связанной (тепловой) энергии: $U(p, q) = F + Q$	Полная энергия пропорциональна сумме мер хаоса и порядка, определенных в трех классах переменных: $E(p, q, l) = kT(I + G)$
Энтропия равна мере хаоса $S = -\sum f \ln f = \ln W(p, q) = I(p, q)$, где (p, q) — два независимых класса переменных	Энтропия равна сумме мер хаоса и порядка $S = -\sum f \ln f + \sum f \ln(Kf) = I + G = \ln K(p, q, l)$ и состоит из трех частей: распределения элементов в пространстве q , распределения по скоростям p и распределения по структуре элементов l : $S = \{S(q) + S(p) + S(l)\}$
Свободная энергия равна $F_{\min} = U - kT S(p, q)_{\max}$	Свободная энергия равна $F_{\min} = E - kT \{S(p) + S(q) + S(l)\}_{\max}$
"Жизнь — есть устойчивое неравновесие"	"Жизнь — есть неустойчивое равновесие"
"Жизнь питается отрицательной энтропией" $\Delta S(p, q) < 0$	"Жизнь борется за структурную энтропию" $\Delta S(l) > 0$
Распределение Больцмана — частиц по объему. Распределение Максвелла — частиц по скоростям. Распределение структур исключено постулатом об одинаковости частиц.	Распределение Больцмана — частиц по объему. Распределение Максвелла — частиц по скоростям. Распределение структур в пределе стремится к "золотой пропорции".

Автор выражает сердечную благодарность профессору А. А. Рухадзе за обсуждение статьи и помощь в исследовательской работе.

Л и т е р а т у р а

1. Харитонов А. С. Поиск закономерностей устойчивого развития сложных систем // Прикладная физика, 2000. № 6. С. 113—119.

2. Умов Н. А. Физико-математическая модель живого. — М., 1902.

3. Реньи А. Трилогия о математике. — М.: Мир, 1980. С. 375.

4. Владимиров Ю. С. // Сб. Метафизика XXI века. — М.: Бином, 2006.

5. Харитонов А. С. Симметрия мер хаоса и порядка в системах с постоянно изменяющейся структурой динамических элементов // Известия вузов. Сер. Физика, 2004. № 1. С. 46—51.

6. Харитонов А. С. Симметрия хаоса и порядка в круговороте энергии (Холистическая парадигма природы, человека и общества). — М.: Издательско-аналитический центр "Энергия", 2004. С. 172.

Статья поступила в редакцию 22 июня 2006 г.

Structural exposition of composite systems

A. S. Kharitonov

The Russia State Social University, Moscow, Russia

The classic differential equations have statistical sense and are valid only for average values of major number of separate partial processes. Quantum legitimacies are usually referred to these partial processes. But writer guesses that structural changes in composite systems are the partial processes also. The structural exposition of systems is offered, at which the classic equilibrium equations gain statistical sense. The equilibrium equations are valid only for average values in result of interaction of structural changes.