

УДК 519.632: 518.517

Программа "Фокус" моделирования аксиально-симметричных электронно-оптических систем: алгоритмы и характеристики

А. А. Трубицын

ГОУВПО "Рязанский государственный радиотехнический университет", г. Рязань, Россия

Приведена методика численного моделирования электронно- и ионно-оптических систем; предложены алгоритмы и методы обеспечения высокой точности вычисления функции распределения потенциала методом граничных элементов; разработан метод поиска условий угловой и пространственной фокусировки высоких порядков. На базе данных методов создано программное обеспечение для траекторного анализа систем корпускулярной оптики, проведены исследование погрешностей вычислений и детальное тестирование на модельных схемах.

Практика современного эксперимента требует предельно точных оценок выходных параметров проектируемых устройств. Положительное решение указанной проблемы во многом определяется состоянием и возможностями соответствующих математических методов и наличием созданного на их базе программного обеспечения.

Для моделирования слаботочных аксиально-симметричных систем корпускулярной оптики разработана программа "Фокус" [1], которая позволяет в условиях максимального приближения проектируемых схем к реальным конструкциям провести исследование и оптимизацию электронно-оптических и потребительских параметров разрабатываемых устройств.

Базовый вариант программы представляет собой четыре структурно связанных модуля:

- графический редактор ввода и модификации конструкции;
- расчета электростатического поля;
- траекторного анализа систем в статическом поле;
- расчета траекторий в динамическом (переменном) электрическом поле.

Предусмотрена возможность анализа многокаскадных конструкций.

Графический редактор

Графический редактор позволяет организовать электронную конфигурацию электронно-оптической системы (ЭОС) как совокупность замкнутых контуров (электродов) с заданными потенциалами на каждом из них. Контур представляется набором следующих примитивов: отрезков прямых линий, дуг окружностей, парабол и гипербол. На этапе сохранения криволинейные элементы аппроксимируются набором прямолинейных отрезков.

Модуль расчета поля

В модуле расчета поля $u(\xi)$ в области Ω ($\xi \in \Omega$) реализован метод граничных элементов (МГЭ)

решения *внешней задачи* Дирихле. В этом случае граница Γ исследуемой области представляется совокупностью замкнутых контуров (электродов реальной толщины и конфигурации), на каждом из которых фиксируется потенциал.

Получаемые интегральные соотношения базируются на второй формуле Грина

$$\int_{\Omega} u \nabla^2 w - w \nabla^2 u \, d\Omega = \oint_{\Gamma} \left(u \frac{\partial w}{\partial n} - w \frac{\partial u}{\partial n} \right) d\Gamma,$$

где n — модуль внешней нормали, а в качестве весовой функции w выбрано фундаментальное решение уравнения Лапласа w^* , т. е.

$$\nabla^2 w^* = -\Delta_{\xi} 2\alpha\pi.$$

Здесь Δ_{ξ} — дельта-функция Дирака, отличная от нуля только в точке ξ области Ω ;

α — коэффициент, зависящий от размерности задачи ($\alpha = 1$ для двухмерных, $\alpha = 2$ — для трехмерных).

С учетом сказанного интегральное уравнение для *внутренней задачи* Дирихле в случае отсутствия объемных зарядов и аксиальной симметрии записывается в виде

$$\begin{aligned} \gamma(\xi)u(\xi) + \int_{\Gamma} u(\chi)Q^*(\xi, \chi)R(\chi)d\Gamma(\chi) = \\ = \int_{\Gamma} q(\chi)U^*(\xi, \chi)R(\chi)d\Gamma(\chi), \end{aligned} \quad (1)$$

где $U^*(\xi, \chi) = w^*$; $Q^*(\xi, \chi) = \partial U^*/\partial n$; $R(\chi)$ — значение координаты r в точке $\chi \in \Gamma$, $q(\chi) = du(\chi)/dn$, $\xi \in \Omega \cup \Gamma$;

функция $\gamma(\xi) = 4\pi$ для $\xi \in \Omega$ и определяется в общем случае конфигурацией границы в точке ξ для $\xi \in \Gamma$.

Физически уравнение (1) интерпретируется как комбинация двойного (первый интеграл) и простого (второй интеграл) заряженных слоев.

Преимущество такой формулировки задачи по сравнению с формулировкой на базе потенциала простого слоя заключается в значительном ослаблении требований к гладкости границы [2], что на практике приводит к отсутствию необходимости борьбы с особенностями плотности заряда на изломах граничного контура.

Фундаментальное решение в случае аксиальной симметрии может быть представлено в виде полного эллиптического интеграла I рода $K(m)$:

$$U^*(\xi, \chi) = \frac{4K(m)}{\sqrt{a^* + b^*}},$$

где $m = 2b^*/(a^* + b^*)$, $a^* = R^2(\xi) + R^2(\chi) + [Z(\xi) - Z(\chi)]^2$; $b^* = 2R(\xi)R(\chi)$; $Z(\chi)$ — значение координаты z в точке $\chi \in \Gamma$.

Производная фундаментального решения по внешней нормали к границе Γ имеет вид

$$Q^*(\xi, \chi) = \frac{4}{\sqrt{a^* + b^*}} \times \left(\frac{1}{2R(\chi)} \left(\frac{R^2(\xi) - R^2(\chi) + Z(\xi) - Z(\chi)^2}{a^* - b^*} \right) E(m) - K(m) \right) \times n_R(\chi) + \frac{Z(\xi) - Z(\chi)}{a^* - b^*} E(m) n_Z(\chi),$$

где $E(m)$ — полный эллиптический интеграл II рода;

n_Z и n_R — проекции единичной нормали на оси z и r , соответственно.

Для параллельного вычисления эллиптических интегралов $K(m)$ и $E(m)$ в программе использован быстросходящийся процесс арифметико-геометрического среднего [3].

При формализации внешней задачи Дирихле вводится фиктивная сферическая граница радиуса $R_0 \rightarrow \infty$, охватывающая границу Γ (совокупность замкнутых контуров). Элементарный анализ показывает, что граничное интегральное уравнение для внутренних точек бесконечной регулярной области будет совпадать по форме с уравнением для конечных областей, т. е. будет иметь вид (1).

Для численного решения задачи Дирихле уравнению (1) придается дискретная форма, для чего граница Γ разбивается на N граничных элементов Γ_j . С учетом постоянства потенциала на каждом контуре (электроде) и при предположении постоянства нормальной производной потенциала на каждом граничном элементе уравнение записывается в виде

$$\gamma u(\xi) + \sum_{j=1}^N u_j H_j(\xi) = \sum_{j=1}^N q_j F_j(\xi). \quad (2)$$

Для случая аппроксимации границы Γ отрезками прямых линий формулы вычисления функций $F_j(\xi)$ и $H_j(\xi)$ имеют вид

$$F_j(\xi) = \Delta\chi_j \int_0^1 U^*(\xi, \Delta\chi_j x + \chi_j) R(\Delta\chi_j x + \chi_j) dx; \quad (3)$$

$$H_j(\xi) = \Delta\chi_j \int_0^1 Q^*(\xi, \Delta\chi_j x + \chi_j) R(\Delta\chi_j x + \chi_j) dx, \quad (4)$$

где $\Delta\chi_j$ — длина прямолинейного граничного элемента Γ_j ;

χ_j — положение начала граничного j -го элемента на контуре электрода.

Вычисление электростатического поля проводится в два этапа. Сначала с помощью уравнения (2) рассчитывается неизвестный вектор q_j по известному граничному распределению потенциала ($\xi \in \Gamma$), т. е. решается "обратная" задача. Затем используются найденные значения q_j и заданные u_j для определения из уравнения (2) функции $u(\xi)$, $\xi \in \Omega$, т. е. решается "прямая" задача.

Точность решения задачи (2) в целом зависит от двух факторов: степени дискретизации границы Γ , т. е. от величины N , и от точности вычисления интегралов $F_j(\xi)$, $H_j(\xi)$. Указанные интегралы вычисляются с достаточной точностью при использовании обычных квадратур Гаусса с небольшим числом узлов, что, однако, справедливо лишь для регулярных интегралов. В случае же $\xi \rightarrow \Gamma_j$ в подынтегральных функциях появляется логарифмическая особенность, приводящая к большим потерям точности.

Для решения обратной задачи используется метод коллокаций, согласно которому точки ξ_i определяются в середине каждого прямолинейного (тогда $\gamma(\xi) = 2\pi$) элемента Γ_i , и для всей N -совкупности точек ξ_i записывается система N уравнений (см. (2))

$$2\pi u(\xi_i) + \sum_{j=1}^N u_j H_{ij} = \sum_{j=1}^N q_j F_{ij}, \quad i=1, 2, \dots, N, \quad (5)$$

где $H_{ij} = H_j(\xi_i)$, $F_{ij} = F_j(\xi_i)$.

Интегралы (3) и (4) с сингулярными интеграндами имеют место при $i = j$, т. е. в том случае, когда интегрирование проводится по элементу Γ_j (назовем его сингулярным), содержащему текущий узел коллокации ξ_i .

Вычисление H_{ii} . Поскольку для сингулярных плоских граничных элементов в трехмерных задачах или для сингулярных прямолинейных элементов в аксиально-симметричных и двухмерных задачах $\text{grad}U^*(\xi, \chi) \perp \vec{n}$, то $Q^*(\xi, \chi) = \partial U^*/\partial n =$

$= \text{grad}U^*(\xi, \chi) \cdot \vec{n} = 0$, откуда для внутренней задачи Дирихле имеем $H_{ii} = 0$ [4].

Вследствие скачка потенциала двойного слоя при пересечении границы области изнутри наружу [5] будем иметь следующее значение интеграла H_{ii} для внешней задачи:

$$H_{ii} = 4\pi.$$

Вычисление F_{ii} . Для исключения особенности в данном случае используется многочленное представление полного эллиптического интеграла I рода [3], которое обеспечивает достаточно высокую скорость сходимости к точному значению

$$K(m) = B(m_1) - A(m_1) \ln m_1,$$

где $m_1 = 1 - m$;

$$B(m_1) = \sum_{n=0}^{N_k} p_n m_1^n;$$

$$A(m_1) = \sum_{n=0}^{N_k} s_n m_1^n;$$

p_n, s_n — табулированные коэффициенты многочленного представления.

Рутинные преобразования позволяют получить следующую оценку интеграла F_{ii} :

$$F_{ii} = 4\Delta\chi_i \times \left\{ \int_0^1 \left[G_0(\xi_i, x) + \ln 2 G_i(-x) + G_i(x) \right] dx + \int_0^1 G_i(-x) + G_i(x) \ln(1/x) dx \right\}, \quad (6)$$

где $G_0 \xi_i, x = \left[\left(B(m_1) + A(m_1) \ln \frac{a^* + b^*}{\Delta\chi_i^2} \right) \times \right. \\ \left. \times R(x) / \sqrt{a^* + b^*} \right];$

$$a^* + b^* = [R(\xi) + R(x)]^2 + [Z(\xi) - Z(x)]^2;$$

$$R(x) = c_i x + d_i, Z(x) = a_i x + b_i;$$

$$B(m_1) = \sum_{n=0}^{N_k} p_n m_1^n = \sum_{n=0}^{N_k} p_n \left[\frac{\xi_i - x^2 \Delta\chi_i^2}{a^* + b^*} \right]^n;$$

$$A(m_1) = \sum_{n=0}^{N_k} s_n m_1^n = \sum_{n=0}^{N_k} s_n \left[\frac{\xi_i - x^2 \Delta\chi_i^2}{a^* + b^*} \right]^n;$$

$$G_i(x) =$$

$$= \left\{ (1+x)c_i + 2d_i \frac{\sum_{n=0}^{N_k} s_n \left(\frac{(x\Delta\chi_i)^2}{c_i(2+x) + 4d_i^2 + (xa_i)^2} \right)^n}{\sqrt{c_i(2+x) + 4d_i^2 + (xa_i)^2}} \right\},$$

$c_i = \sin(\phi)\Delta\chi_i$; $a_i = \cos(\phi)\Delta\chi_i$; b_i и d_i — есть z - и r -координаты начала элемента Γ_i ; ϕ — угол его наклона к оси z .

Первый интеграл в формуле (6) может быть вычислен с помощью обычных квадратур Гаусса, а для численного интегрирования функций вида $f(x)\ln(1/x)$ имеются специальные квадратуры [3], позволяющие производить вычисления с требуемой точностью. Методологически здесь реализован мультипликативный способ выделения особенности [6].

Таким образом, решение q_j "обратной" задачи в соответствии с (5) может быть получено из системы линейных уравнений

$$b_i = F_{ij} q_j,$$

где $b_i = \sum_{j=1}^N H_{ij}^* u_j$, $i, j = 1, 2, \dots, N$; $H_{ij}^* = H_{ij}$ и вы-

числяется по формуле (4) для $i \neq j$; $H_{ii}^* = 2\pi + H_{ii} = 6\pi$;

F_{ij} вычисляется по формуле (3) для $i \neq j$ и по формуле (6) — для $i=j$.

Для решения прямой задачи используется очевидная формула (2)

$$u(\xi) = \frac{1}{4\pi} \left[\sum_{j=1}^N u_j H_j(\xi) - \sum_{j=1}^N q_j F_j(\xi) \right], \xi \in \Omega.$$

Чем ближе точка ξ к граничному элементу Γ_j , тем сильнее выражение экстремума в поведении подынтегральных функций (в пределе появляется разрыв), что затрудняет непосредственное применение стандартных квадратур Гаусса. Ниже представлены формулы, дающие возможность улучшения точности оценок (квази-) сингулярных интегралов $H_j(\xi)$ и $F_j(\xi)$.

Вычисление $H_j(\xi)$. Подадим на внутренние замкнутые контуры (граница Γ) и внешний контур радиусом $R_0 \rightarrow \infty$ (граница $\bar{\Gamma}$) постоянный потенциал u_Γ . Тогда нормальная производная от потенциала на границе $q(\chi) = 0$ и интегральное уравнение (1) для внутренних точек бесконечной области запишется в виде

$$4\pi + \int_{\Gamma} Q^*(\xi, \chi) R(\chi) d\Gamma(\chi) + \int_{\bar{\Gamma}} Q^*(\xi, \chi) R(\chi) d\Gamma(\chi) = 0.$$

Простейший анализ показывает, что интеграл по внешнему сферическому контуру $\bar{\Gamma}$ для трехмерных (в том числе для аксиально-симметричных) задач $\int_{\bar{\Gamma}} Q^*(\xi, \chi) R(\chi) d\Gamma(\chi) = -4\pi$, поэтому

$$4\pi + \int_{\Gamma} Q^*(\xi, \chi) R(\chi) d\Gamma(\chi) = 4\pi,$$

что позволяет записать

$$\sum_{j=1}^N H_j \xi = 0. \tag{7}$$

Интегралы $H_j^*(\xi)$, численно рассчитанные в соответствии с формулой (4), будут иметь некоторую погрешность ε_j такую, что $H_j(\xi) = H_j^*(\xi) - \varepsilon_j$. Погрешность ε_j тем больше, чем сильнее выражена особенность в подынтегральной функции, которая в свою очередь растет с уменьшением расстояния между граничным элементом Γ_j и точкой ξ . Априорная информация о характере погрешности ε_j позволяет сделать заключение о том, что она равна нулю, когда указанное выше расстояние бесконечно велико, и ε_j обращается в бесконечность — при нулевом расстоянии, т. е. можно предположить, что

$$\varepsilon_j = P(\xi)/(r_j)^k,$$

где r_j — расстояние между ξ и ближайшей к ней точкой отрезка Γ_j ;

$P(\xi)$ — неизвестный параметр;

k — показатель степени, определяемый эмпирически.

Таким образом, можно записать

$$H_j(\xi) = H_j^*(\xi) - P(\xi)/(r_j)^k, \tag{8}$$

что позволяет определить неизвестный параметр $P(\xi)$ из уравнения (7):

$$P(\xi) = \frac{\sum_{j=1}^N H_j^*}{\sum_{j=1}^N (r_j)^{-k}}.$$

Тестирование алгоритма (8) на модельных задачах позволило сделать вывод о его чрезвычайной эффективности — точность вычисления потенциала возросла на несколько порядков. При этом с увеличением величины k от 1 до 3 наблюдались некоторое улучшение точности и ее насыщение при $k > 3$. В программе фиксировано значение $k = 4$.

Вычисление $F_j(\xi)$. Требуется вычислить интеграл типа

$$I = \int_0^1 g(x) f(x) dx,$$

где $g(x)$ — принадлежит классу бесконечно дифференцируемых функций;

$f(x)$ — функция, неограниченно возрастающая в точке $x=a \in [0,1]$.

Для решения задачи используем формализм аддитивного метода [6], суть которого заключается в представлении функции с особенностью в виде суммы двух функций:

содержащей основную особенность и допускающей аналитическое интегрирование;

не содержащей особенность и интегрируемой численно.

С этой целью представим интеграл I следующим образом:

$$\begin{aligned} I &= \int_0^1 g(x) - g(a) f(x) dx + g(a) \int_0^1 f(x) dx = \\ &= \int_0^1 g(x) - g(a) f(x) dx + g(a) J, \end{aligned}$$

где $J = \int_0^1 f(x) dx$ — аналитически вычисляемый интеграл.

$$\text{Исследуем интеграл } \int_0^1 g(x) - g(a) f(x) dx.$$

Разложим $g(x)$ в ряд Тейлора вблизи $x = a$: $g(x) = g(a) + g'(a)(x-a) + \dots$, тогда

$$\int_0^1 g(x) - g(a) f(x) dx = \int_0^1 g'(a)(x-a) + \dots f(x) dx.$$

Если для функции $f(x)$ справедливо условие $\lim_{x \rightarrow a} (x-a)f(x) = 0$, то функция $[g(x) - g(a)]f(x)$ бесконечно мала в точке $x = a$ и ограничена на отрезке $[0,1]$, и соответствующий интеграл может быть вычислен с требуемой точностью с помощью квадратур Гаусса.

Замечание. Предел $\lim_{x \rightarrow a} (x-a) \ln|x-a| = 0$.

$$\text{Имеем интеграл } F_j(\xi) = \Delta\chi_j \int_0^1 U^*(\xi, x) R(x) dx.$$

Используя выражение функции $U^*(\xi, x)$, через эллиптический интеграл I рода и его многочленное представление запишем

$$\begin{aligned} F_j(\xi) &= 4\Delta\chi_j \left[\int_0^1 \frac{B(m_1) + A(m_1) \ln(a^* + b^*)}{\sqrt{a^* + b^*}} R(x) dx - \right. \\ &\quad \left. - \int_0^1 \frac{A(m_1) \ln(a^* - b^*)}{\sqrt{a^* + b^*}} R(x) dx \right]. \end{aligned}$$

Подынтегральная функция в первом интеграле не имеет особенностей, второй интеграл с учетом выражений для a^* и b^* может быть записан в форме

$$\int_0^1 g(x) \ln(a^* - b^*) dx = \int_0^1 g(x) \ln(Tx^2 - 2Dx + P) dx,$$

где $g(x) = A(m_1)R(x)/\sqrt{a^* + b^*}$;

$$T = \Delta\chi_j;$$

$$D = [R(\xi) - d_j]c_j + [Z(\xi) - b_j]a_j;$$

$$P = [R(\xi) - d_j]^2 + [Z(\xi) - b_j]^2.$$

Скачок подынтегральной функции наблюдается при малой $(a^* - b^*) > 0$, т. е. в минимуме $Tx^2 - 2Dx + P$. Поскольку условие минимума выполняется в $x = D/T$, то в рамках описанного выше формализма можем записать

$$\int_0^1 g(x) \ln(a^* - b^*) dx = \int_0^1 g(x) - g(D/T) \ln \times \\ \times (Tx^2 - 2Dx + P) dx + g(D/T) \int_0^1 \ln(Tx^2 - 2Dx + P) dx.$$

Последний интеграл допускает аналитическое выражение, что в результате дает формулу для вычисления $F_j(\xi)$:

$$F_j(\xi) = 4\Delta\chi_j \left\{ \int_0^1 \frac{K(m)}{\sqrt{a^* + b^*}} R(x) + g(D/T) \ln(Tx^2 - 2Dx + P) \right\} \times \\ \times dx - g(D/T) \left[(1 - D/T) \ln(T - 2D + P) + D \ln(P)/T - 2 + \right. \\ \left. + 2 \frac{\sqrt{TP - D^2}}{T} \left(\arctg \frac{D}{\sqrt{TP - D^2}} + \arctg \frac{T - D}{\sqrt{TP - D^2}} \right) \right].$$

При приближении точки ξ к элементу Γ_j функция $Tx^2 - 2Dx + P$ стремится к $T(x - D/T)^2$, что показывает отсутствие особенности в подынтегральной функции $K(m)R(x)/\sqrt{a^* + b^*} + g(D/T) \times \ln(Tx^2 - 2Dx + P)$ (см. замечание на стр. 59) на отрезке $[0, 1]$.

Тестирование предложенной методики исключения сингулярностей и квазисингулярностей подынтегральных функций при решении внешней задачи Дирихле на модельных задачах позволило сделать следующие заключения:

гарантированная точность вычисления потенциала составляет $\sim 10^{-4} - 10^{-3}$ %;

для ЭОС с прямолинейными сечениями электродов погрешность вычислений в пределе лимитирована лишь ошибками округления;

для ЭОС с криволинейными электродами погрешность расчетов определяется точностью аппроксимации границы прямолинейными отрезками и не превышает в описываемой программной реализации $\sim 10^{-3}$ % (рис. 1).

Вычисленная изложенным выше способом функция распределения потенциала может быть использована для проведения траекторного анализа ЭОС.

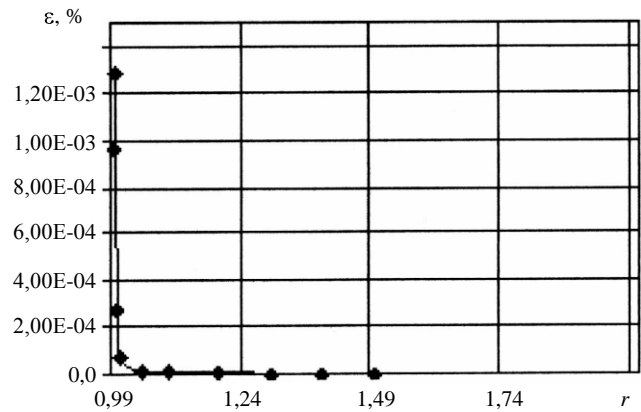


Рис. 1. Радиальная зависимость погрешности вычислений потенциала заряженного шара радиусом 1 во внешнем пространстве.

Образующая полуокружности аппроксимирована 180 прямолинейными отрезками. Общее число граничных элементов $N = 1500$

Модули траекторного анализа

Модуль траекторного анализа статических систем на базе широко известных алгоритмов численного решения дифференциальных уравнений движения обеспечивает стандартный набор пользовательских функций, в том числе вычисление функции пропускания по энергиям (инструментальной функции).

Порядок угловой фокусировки — один из критериев качества электронно-оптических систем. В программе реализован авторский метод [7] поиска условий угловой фокусировки высших (второго и более) порядков, базирующийся на оценке корреляции некоторой функции, описывающей связь входных и выходных параметров траекторного анализа, и степенной по отношению к начальному углу функции.

Идеология указанного метода распространена на решение проблем пространственной фокусировки, что позволило разработать и внедрить в программу алгоритм поиска соответствующих условий.

В качестве примера на рис. 2 представлены результаты траекторного анализа реального цилиндрического зеркального энергоанализатора с тремя парами корректирующих колец (для выравнивания краевого поля) и тороидального дефлектора. Обе системы обеспечивают второй порядок угловой фокусировки, и геометрические положения фокусов в пределах 0,1 % соответствуют численно выведенным выводам работ [8, 9], проведенных по независимым численно-аналитическим методикам.

Модуль траекторного анализа динамических систем позволяет проводить вычисление траекторий с практически произвольной формой питающего напряжения (рис. 3), которая обеспечивается

средствами графического редактора, в том числе в изотраекторном режиме [10] (рис. 4), с учетом столкновений ионов с молекулами остаточного газа и наличия составляющей начальной скорости,

условиях высокой достоверности результатов, позволяющая решать широкий круг исследовательских задач в области разработки физико-аналитического и т. п. оборудования.

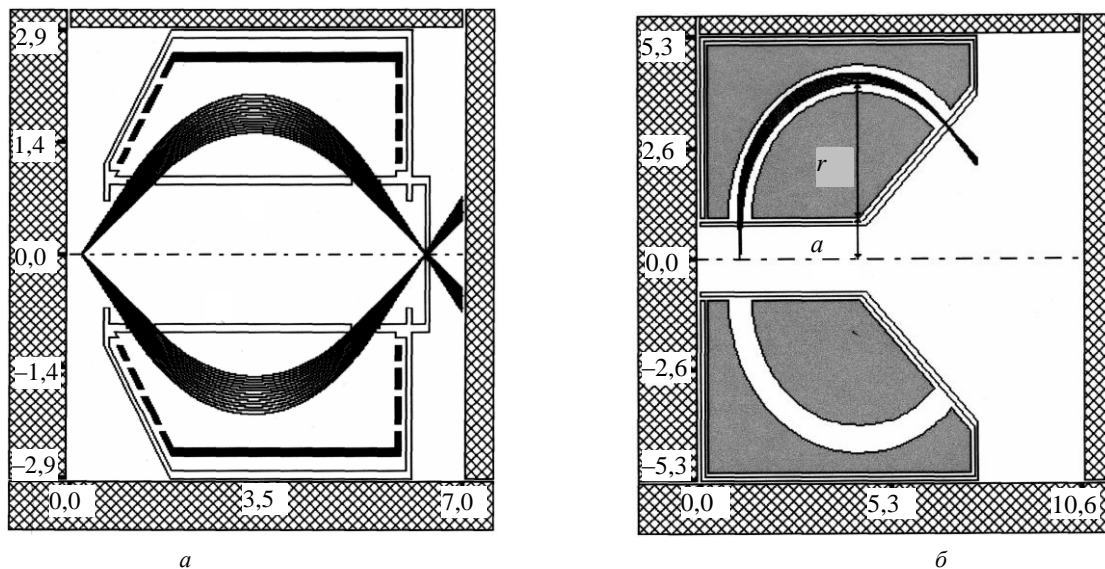


Рис. 2. Результаты траекторного анализа:

а — цилиндрического зеркала с тремя парами корректирующих колец; б — тороидального дефлектора; отношение $r/a = 3,3$

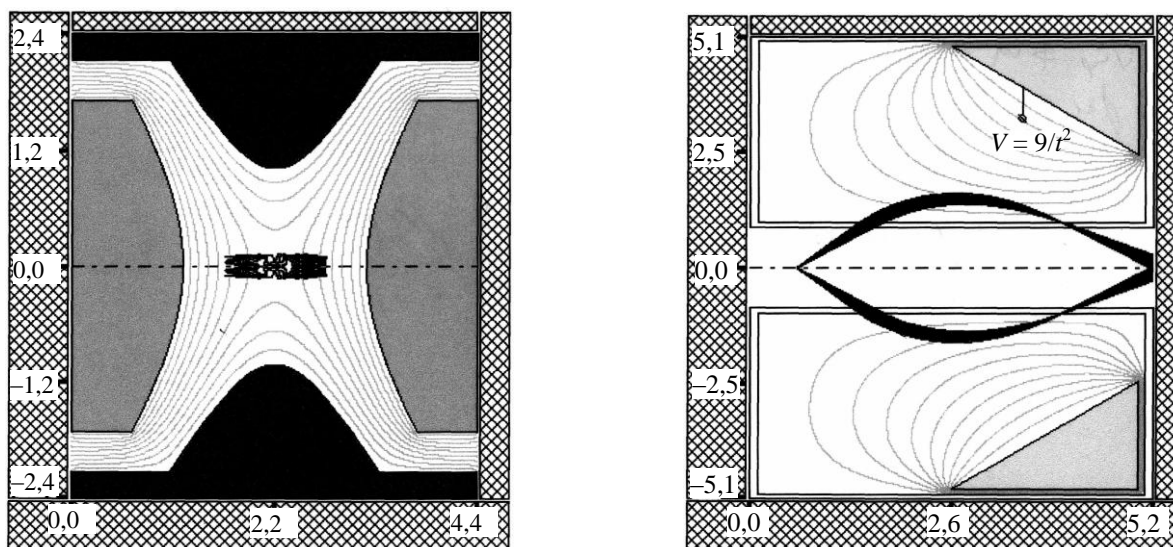


Рис. 3. Траектория иона в трехмерной ионной ловушке с синусоидальным напряжением и параметрами Матье $q = 0,41, a = 0,10$

Рис. 4. Результаты траекторного анализа изотраекторного зеркала с угловой фокусировкой: t — время с начала старта иона массой $m = 1$

перпендикулярной меридиональному сечению системы. Здесь же предоставлена возможность определения функции пропускания системы по массам.

Заключение

Разработана программа моделирования реальных электронно- и ионно-оптических систем в

Литература

1. Трубицын А. А. (Focus_pro). Моделирование электронно-оптических систем с произвольной конфигурацией электродов: Свидетельство об официальной регистрации программ для ЭВМ № 2007610875, 2007.
2. Бреббия К., Телес Ж., Вроубель Л. Методы граничных элементов. — М.: Мир, 1987.

3. Справочник по специальным функциям/Под ред. А. Аб-
рамовица, И. Стиган: Пер. с англ./ Под ред. В. А. Диткина,
Л. Н. Карамзиной. — М.: Наука, 1979.

4. Власова Е. А., Зарубин В. С., Кувыркин Г. Н. Прибли-
женные методы математической физики: Учеб. для вузов/
Под ред. В. С. Зарубина, А. П. Крищенко. — М.: Изд-во
МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2001.

5. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для науч-
ных работников и инженеров. — М.: Наука, 1974.

6. Мышкис А. Д. Лекции по высшей математике. — М.:
Наука, 1967.

7. Трубицын А. А.// ЖТФ. 2001. Т. 71. Вып. 5. С. 126.

8. Заиквара В. В., Корсунский М. И., Космачев О. С.// Там
же. 1966. Т. 36. Вып. 1. С. 132.

9. Engelhardt H. A., Back W., Menzel D.// Rev. Sci. Instr.
1981. V. 52. № 6. P. 835.

10. Матышев А. А. Изотраекторная корпускулярная опти-
ка. — СПб.: Наука, 2000.

Статья поступила в редакцию 14 ноября 2007 г.

The software "Focus" modelling axi-symmetric electron-optical systems: algorithms and characteristics

A. A. Trubitsyn

Ryazan State Radio Engineering University, Ryazan, Russia

In work the technique of numerical modelling electron- and ion-optical systems is advanced, algorithms and methods of high accuracy maintenance of function evaluation of potential distribution are offered by a boundary elements method, the technique of search of conditions of angular and spatial high orders focussing is developed. On a database of these methods the software for the path analysis of corpuscular optics systems is created, research of calculations errors and detailed testing on model tasks is carried out.

УДК 537.626:537.533:519.632

Гибридный метод расчета магнитных систем с насыщаемыми материалами

Д. Э. Гринфельд

ФГУП «НПО "Орион"» — Государственный научный центр РФ, Москва, Россия

А. П. Шуленок

Московский физико-технический институт, Москва, Россия

Математическое моделирование электронно-оптических устройств часто требует высокой точности и гладкости расчета электрических и магнитных полей во всем рабочем объеме, а не только вблизи оси симметрии, что необходимо для построения аберрационных рядов в окрестности произвольного главного луча. Для решения этой проблемы предложен эффективный метод моделирования нелинейных задач магнитостатики, основанный на декомпозиции расчетной области на подобласти, в которых применяются различные расчетные подходы (методы) конечных и граничных элементов. Сшивка решений на границах подобластей гарантируется применением единого итерационного процесса минимизации функционала энергии. Разработанный метод позволяет моделировать магнитные поля с большей точностью и меньшими вычислительными затратами.

Магнитная фокусировка электронных пучков находит широкое применение в электронной оптике, делая актуальной проблему численного моделирования магнитных полей. В настоящее время для решения нелинейных задач магнитостатики обычно используются компьютерные алгоритмы, основанные на методе конечных элементов (МКЭ), что объясняется их эффективностью при

учете насыщения материалов магнитопроводов, распределенного тока соленоидов и наличия постоянных магнитов.

Метод конечных элементов был впервые использован в задачах вычислительной электронной оптики в диссертационной работе Е. Манро [1] и развит им в книге [2]. Эффективные алгоритмы построения двух- и трехмерных сеток [3—5] дали